

## Determinação da zona do semi-espaço condutor de maior influência para medidas realizadas por um sistema eletromagnético a multi-freqüência operando da superfície do semi-espaço

Marcos Vitor Barbosa Machado (\*), Petrobras (RH/UP/ECTEP), Carlos Alberto Dias, LENEP/UENF

Copyright 2009, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, August 24-28, 2009.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

This work consists of an analytical study on the fundamentals of the multi-frequency EM method, envisioning its application to oil E & P. The electric and magnetic fields produced by an induced ring current, inside of a homogeneous half-space, by a finite (circular) source, set on the half-space surface, are derived.

Playing with the expressions derived (for  $\vec{E}, \vec{H}$ ), the existence of a region of main influence (*principal zone*) to generate the radial component of the magnetic field, measured at the receiver position, is exhibited. It is confirmed the Dias and Sato prior function to describe the coordinates of the central position of the *principal zone* as a function of the induction number. A correction term is introduced in that function.

### Introdução

Atualmente, dispõe-se, no LENEP/UENF (Macaé-RJ, Brasil), de um sistema eletromagnético indutivo de 5<sup>a</sup> geração. O sistema efetua medidas em varredura sobre 54 valores de freqüência no intervalo entre 1 Hz e 10 kHz, com capacidade de operar com separação transmissor-receptor de até 3,5 km. A grandeza física medida é o campo magnético radial gerado por uma *loop* de corrente horizontal, de forma quadrada, estendida sobre a superfície terrestre. A opção pela medida da componente radial do campo magnético reside no fato desta componente nascer integralmente das correntes induzidas no meio condutor.

Os dados medidos no campo são processados, usando uma técnica desenvolvida por Dias & Sato (Dias, 1968; Sato, 1979), que associa o valor dos parâmetros elétricos medidos na posição do receptor, na superfície terrestre, ao ponto da sub-superfície de máxima contribuição para o sinal medido.

Os parâmetros medidos são as amplitudes da componente em fase e em quadratura do sinal, normalizadas para o seu valor no espaço livre. Estas funções são invertidas para os valores dos parâmetros elétricos de um semi-espaço homogêneo equivalente, descrito através da sua resistividade aparente (módulo) e

o parâmetro de polarização (dado pelo quociente da parte imaginária da condutividade aparente –  $\sigma_A$  - e o seu módulo).

No processamento atual, o ponto da sub-superfície de coordenadas  $(x,y)$ , de máxima contribuição, vem determinado através de duas características: pertencer ao lugar geométrico dos pontos com a profundidade igual a uma fração ( $\eta$ ) do *skin depth* vertical ( $\delta_d$ ) do campo elétrico (profundidade, para a qual, o valor do campo elétrico no ponto verticalmente correspondente da superfície cai a 1/e desse valor), para uma fonte dipolar magnética vertical, e, ainda, guardar a menor distância ao receptor, conforme Figura 1. A intuição associada a esta idéia baseia-se em dois argumentos: (a) que, para um sinal gerado por fonte de transmissão contínua, situada na superfície do terreno, o sinal resposta dos pontos da superfície terrestre é nulo e dos pontos do espaço abaixo da profundidade do *skin depth* do campo elétrico torna-se irrelevante; e no caso de fazer correspondência da medida ao efeito devido majoritariamente a uma zona da sub-superfície, a mais provável posição do centro desta zona principal corresponda a um ponto pertencente ao lugar geométrico igual a uma fração do *skin depth*; (b) com base na idéia explicitada em (a), busca-se o ponto geometricamente mais próximo do receptor, como de máxima contribuição.

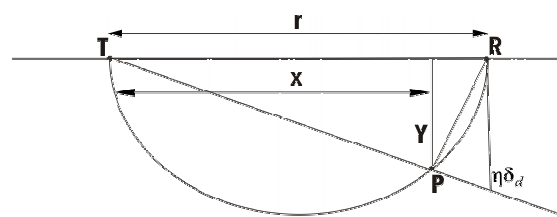


Figura 1: Ponto P da sub-superfície ao qual se associam os valores dos parâmetros extraídos da medida realizada no receptor R.

O procedimento descrito no parágrafo anterior tem se mostrado eficiente no trato com dados de campo, resultando em seções geo-elétricas coerentes.

O presente trabalho tem por objetivo contribuir para o embasamento analítico do método geofísico eletromagnético a multi-freqüência, através dos seguintes resultados: (a) determinação da zona do semi-espaço condutor de maior influência nas medidas (*zona principal*), no domínio da freqüência, realizadas para uma configuração de T-R, com ambos sistemas na superfície terrestre, e dado valor de freqüência, usando-se

transmissor de dimensão finita, quadrada, e medindo-se a componente radial do campo magnético, e (b) justificativa analítica do procedimento que associa a um ponto interior do semi-espaco condutor os valores dos parâmetros elétricos determinados para um semi-espaco homogêneo equivalente construído a partir da medida do campo magnético radial na superfície para uma dada configuração T-R e valor de frequência.

**Campos gerados por uma espira de corrente induzida**

A determinação da *zona principal* será baseada na identificação da espira de corrente induzida no meio condutor homogêneo (pela fonte transmissora, localizada na superfície deste semi-espaco) de máxima contribuição para o sinal registrado no receptor. Para o isolamento da contribuição de uma espira, partir-se-á dos campos elétrico e magnético gerados por tal espira, que podem ser deduzidos, a partir da equação 1, do potencial vetor  $\vec{\pi}$  associado à espira.

$$(\nabla^2 - k^2)\vec{\pi} = - \int_{\text{fonte}} \left( \frac{\mathfrak{I} dr_o dz_o \hat{u}_\gamma}{\sigma + i\omega\epsilon} \right) \delta(\vec{R} - \vec{R}_0(s)) ds \quad (1)$$

onde:

$$k^2 = i\omega\mu(\sigma + i\omega\epsilon);$$

$\mathfrak{I}$  é a corrente gerada pela fonte transmissora da superfície na espira induzida, conforme Figura 2;

$\nabla^2$ : é o operador diferencial laplaciano;

$i$ : é a unidade imaginária, igual a  $\sqrt{-1}$ ;

$\omega$ : é a frequência angular, dada por  $2\pi f$ , em que  $f$  é a frequência em Hertz;

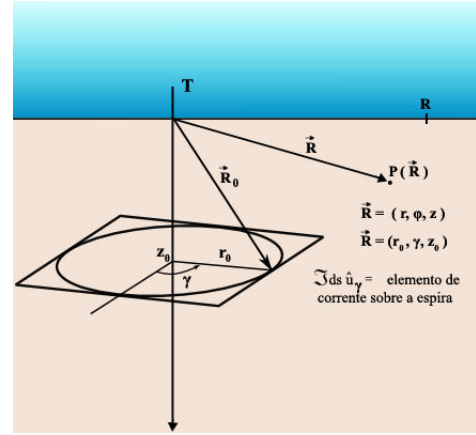
$\sigma$ : condutividade elétrica do meio, dada em S/m;

$\mu$ : permeabilidade magnética, tomada como seu valor no vácuo  $\mu_o$ , dada por  $4\pi \times 10^{-7} \text{ N.s}^2/\text{C}^2$ ;

$\epsilon$ : permissividade elétrica, dada em  $\text{C}^2/\text{N.m}^2$ ;

$\delta(\vec{R})$  é a função delta de Dirac.

Note-se que a integração circuital, indicada em (1), deve ser feita em sentido horário, considerando o sentido do eixo z positivo para baixo.



**Figura 2: Espira de corrente induzida no interior do semi-espaco condutor, devida ao campo elétrico gerado pelo transmissor**

A equação 2 traz a componente radial do campo magnético gerada pela espira induzida, de coordenadas  $(r_o, z_o)$ , separando as partes primária e secundária da componente (dentro do parênteses), para ponto de observação em  $z = 0$

$$\delta^2 H_r = \frac{\mathfrak{I} r_o}{2} \int_0^\infty \left( 1 + \frac{\lambda - u_1}{\lambda + u_1} \right) e^{-u_1 z_o} J_1(\lambda r_o) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (2)$$

onde, a expressão da corrente elétrica  $\mathfrak{I}$ , gerada no lugar geométrico dado por  $(r_o, z_o)$  do interior do semi-espaco condutor por uma fonte (*loop*) circular de corrente situada na superfície, é dada por:

$$\mathfrak{I} = \frac{i\omega\mu_o\sigma}{2} I_T R_T dr_o dz_o \int_0^\infty \left( 1 + \frac{\lambda - u_1}{\lambda + u_1} \right) e^{-u_1 z_o} J_1(\lambda R_T) J_1(\lambda r_o) d\lambda \quad (3)$$

em que  $u_1 = (\lambda^2 + k_1^2)^{1/2}$ ,  $I_T = I_{T_o} e^{i\omega t}$  é a corrente na *loop* transmissora e  $R_T$  é o raio da mesma

**Determinação da contribuição elementar de uma espira**

Para isolar o efeito devido exclusivamente a uma espira induzida, será considerada somente a parte primária de  $\delta^2 H_r$  em (2), associada à unidade dentro do parênteses no integrando. O argumento, para considerar somente a parte primária, reside no fato de que tal parte é responsável por carregar a maior parte da energia (81%) de todas as correntes induzidas no semi-espaco, quando somamos a contribuição de todas as espiras (integrando em  $r_o$  e  $z_o$ ). Ou seja, desejamos avaliar o efeito individual de uma espira na geração do campo total, sabendo que o campo secundário traz a contribuição (no ponto de observação) do conjunto das outras espiras geradas pela primeira.

O termo da integração de (2) referente à parte primária do campo será então denotado como função  $f$ , e o restante, referente à parte secundária, como função  $g$ . A

densidade de energia magnética média (Panofsky & Philips, 2004), na posição do receptor, associada a cada uma destas funções, comparada com aquela associada ao campo total, dado por (4), está representada na Figura 3. Percebe-se que a maior parte da energia acha-se associada ao campo primário, com cerca de 81% em relação à energia do campo total.

$$H_{rT} = -\frac{i\omega\mu_0\sigma}{2} I_T R_T \int_0^\infty \frac{\lambda}{(\lambda + u_1)^2} J_1(\lambda R_T) J_1(\lambda r) d\lambda \quad (4)$$

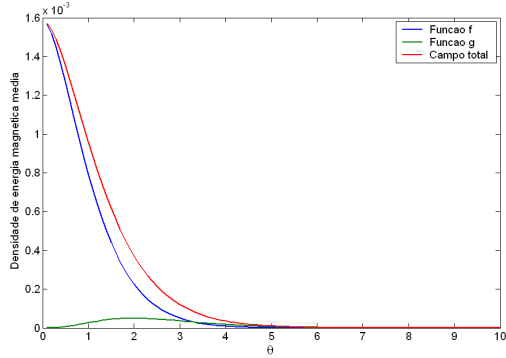


Figura 3: Densidade de energia magnética média normalizada (adimensional)

Para determinação do campo elétrico a ser introduzido (lei de Ohm) na corrente da espira induzida no meio, será utilizado o valor do campo elétrico primário gerado por uma fonte situada no espaço livre, o que resulta na expressão dada por (5).

$$E_{\varphi_p} = i\omega\mu_0 \frac{I_T R_T}{2} \int_0^\infty e^{-z_0\lambda} J_1(\lambda R_T) J_1(\lambda r_0) d\lambda \quad (5)$$

O argumento, para considerar apenas o campo elétrico primário, baseia-se no fato de que a integração de (2), em  $r_0$  e  $z_0$ , com  $\mathfrak{S}$  substituído pela corrente associada ao campo elétrico primário, denotado então por  $\mathfrak{S}_p$  em (6), resulta numa expressão que guarda a mesma densidade de energia magnética quando comparada com a expressão da componente radial do campo magnético total, dado por (4).

$$\mathfrak{S}_p = \frac{i\omega\mu_0\sigma}{2} dr_0 dz_0 R_T I_T \int_0^\infty e^{-\lambda z_0} J_1(\lambda R_T) J_1(\lambda r_0) d\lambda \quad (6)$$

Nota-se, portanto, que o campo elétrico primário responde pela maior importância na geração da corrente na espira induzida no que tange à produção de  $H_r$ .

O campo total, por sua vez, representa a soma de todas as contribuições e efeitos envolvidos nas medidas realizadas pelo sistema receptor. A parte secundária da corrente na expressão do campo magnético da espira é cancelada pela contribuição advinda do acoplamento

eletromagnético uma vez que ela não gera contribuição para o campo  $H_r$  total final (ver Apêndice).

Em face do exposto, a expressão final a ser calculada para determinação da espira responsável pela máxima resposta do semi-espaço condutor é:

$$\delta^2 H_r^e = \frac{\mathfrak{S}_p r_0}{2} \left\{ \int_0^\infty \lambda e^{-u_1 z_0} J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) d\lambda \right\} \quad (7)$$

onde  $\delta^2 H_r^e$  significa a contribuição da espira para a componente radial do campo magnético observado e  $\mathfrak{S}_p$  é a corrente (primária) na espira, dada por (6).

### Determinação da zona principal

Vamos decompor o intervalo de integração da (7) em dois segmentos, um de 0 a  $L_0$ , tal que para  $\lambda \geq L_0$  se tenha  $u_1 \cong \lambda$  com um erro  $\varepsilon$  menor que um dado percentual (no presente caso  $\varepsilon < 0,1\%$ ), e outro de 0 a infinito, podendo-se reescrever a (7) como

$$\delta^2 H_r^e = \frac{\mathfrak{S}_p r_0}{2} \left\{ \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda z_0} J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) d\lambda + \int_0^{L_0} (e^{-u_1 z_0} - e^{-\lambda z_0}) \lambda J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) d\lambda \right\} \quad (8)$$

A primeira integral de (8) possui uma solução integral definida, conforme mostrado por Machado (2006), podendo a (8) ser reescrita como

$$\delta^2 H_r^e = \frac{\mathfrak{S}_p r_0}{2} \left\{ \frac{z_0}{\pi(2r_0 r)^{3/2}} \int_0^\pi \frac{\cos \phi d\phi}{(x - \cos \phi)^{3/2}} + \int_0^{L_0} (e^{-u_1 z_0} - e^{-\lambda z_0}) \lambda J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_0) d\lambda \right\} \quad (9)$$

onde

$$x = \frac{z_0^2 + r_0^2 + r^2}{2r_0 r} \quad (10)$$

Nota-se que a 1ª solução integral inserida em (9) só é válida para  $x > 1$ , pois, para  $x = 1$  a integral diverge. No entanto, a região de interesse deste problema inclui as espiras que passam na vizinhança do receptor posicionado em  $(r; z = 0)$ , onde  $r_0 \cong r$  e  $z = 0$ .

A primeira parte de (9) apresenta comportamento divergente para a espira que passa na vizinhança do ponto ocupado pelo receptor. Essa divergência, como pode ser vista em (9), acontecerá somente na parte em-quadramento de  $\delta^2 H_r^e$ , já que a função divergente acha-se inserida na parte real da integral de (9). A presença do termo divergente frustrará qualquer pretensão de observar a movimentação do máximo da componente em-quadramento com a mudança no número de indução.

Esta situação é, todavia, contornada pelo fato de que quando é somado o efeito de todas as espiras, o termo que advém da parte divergente da solução elementar é

cancelado, no processo de integração, por um termo que vem da integração do segundo termo de (9). Como as espiras contribuem com simultaneidade, isso nos permite descartar *a priori* a primeira parte de (9) da solução da espira no cálculo para identificação da espira de máxima contribuição.

Sendo assim, a função associada a uma espira, a ser calculada para definição da espira de máxima contribuição, fornecendo as coordenadas da zona de máxima contribuição para a medida da componente radial do campo magnético, vem dada por:

$$\delta^2 \tilde{H}_r^e = \frac{S_p r_o}{2} \int_0^{L_o} (e^{-u_1 z_o} - e^{-\lambda z_o}) \lambda J_1(\lambda r) J_1(\lambda r_o) d\lambda \quad (11)$$

Na Figura 6, está representada a densidade de energia magnética média associada à função (11), normalizada por  $\frac{I_{r_o} \pi R_L^2}{r^5} dr_d z_o$ , adotando por abscissa  $(r_o/r)$ , por ordenada  $(z_o/r)$  e parametrizando o número de indução dado por  $\theta = (\mu_o \omega \sigma / 2)^{1/2} r$ .

Quando se comparam as coordenadas dos máximos valores da densidade de energia magnética média do campo (11) com as coordenadas do centro da *zona principal* de Dias & Sato (Sato, 1979), chamada de *função principal* nesta análise, percebe-se, por ajuste através do algoritmo de Levenberg-Marquadt, que a curva que representa a coordenada  $a = x/r$  possui maior concordância com sua correspondente da *função principal* quando  $\eta = 0,45$ , com erro *rms* de 0,5%. Já para a coordenada  $b = y/r$ , a melhor concordância é dada pela curva com  $\eta = 0,39$ , com erro *rms* de 39,1%, no intervalo do número de indução  $\theta$  definido de 0 a 16.

Para melhorar o ajuste a partir das funções originais, dadas por Dias & Sato, novas funções podem ser construídas acrescentando termos de correção. Assim, as novas funções, para as coordenadas, denominadas aqui de *função completa*, encontram-se a seguir

$$a = x/r = \frac{1}{1 + (\eta \delta_d / r)^2} + \left( \eta \frac{\delta_d}{r} - p_1 \right) e^{-\theta / g_1} \quad (12)$$

$$b = y/r = \frac{\eta \delta_d / r}{1 + (\eta \delta_d / r)^2} + \left( \eta \frac{\delta_d}{r} q_2 - p_2 \right) e^{-\theta / g_2} \quad (13)$$

onde  $\eta$ ,  $p_1$ ,  $g_1$ ,  $q_2$ ,  $p_2$  e  $g_2$  são coeficientes. Cabe ressaltar que o primeiro termo de (12) e de (13) correspondem às coordenadas da *função principal*, ou seja, os termos acrescentados correspondem a correções.

Para aplicação do método eletromagnético a multi-freqüência na área de exploração e produção (E&P) de petróleo, o melhor intervalo de variação para o *número de indução* ( $\theta$ ) vai de 0 a 5, por estar associado às maiores profundidades. Pode-se, desta forma, ajustar as

equações (12) e (13) para este intervalo e calcular a variação em relação às coordenadas definidas pela *função principal*.

No intervalo  $0 < \theta \leq 5$ , a coordenada  $x/r$  da *função principal* fica otimizada com  $\eta = 0,45$  (erro *rms* de 2,4%) e a coordenada  $b$ , com  $\eta = 0,39$  (erro *rms* de 6,3%). Tomando o valor de  $\eta = 0,39$ , por otimizar melhor a profundidade, pois esta traz maior erro associado, e ajustando os outros parâmetros das curvas da *função completa*, para este intervalo de  $\theta$ , obtém-se o seguinte ajuste das novas coordenadas, mostrado na Figura 4.

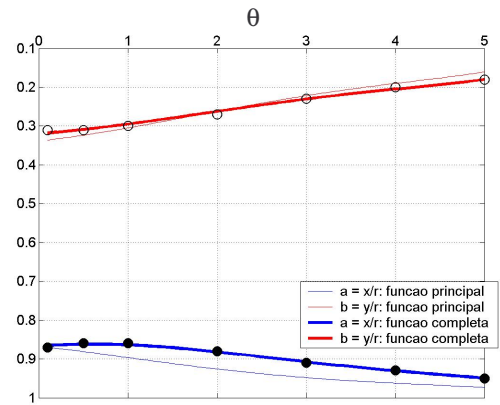


Figura 4: Ajuste das coordenadas da zona principal (em círculos) para  $0 < \theta \leq 5$

Os coeficientes resultantes do ajuste da *função completa* foram:  $p_1 = 0,391$ ,  $g_1 = 2,224$ ,  $q_2 = -0,181$ ,  $p_2 = -0,0518$  e  $g_2 = 49,993$ .

A correção a ser introduzida nas coordenadas da *função principal* foi quantificada percentualmente a partir das coordenadas da *função completa*. A Figura 5 traz o valor percentual da correção associado a cada valor de  $\theta$ .

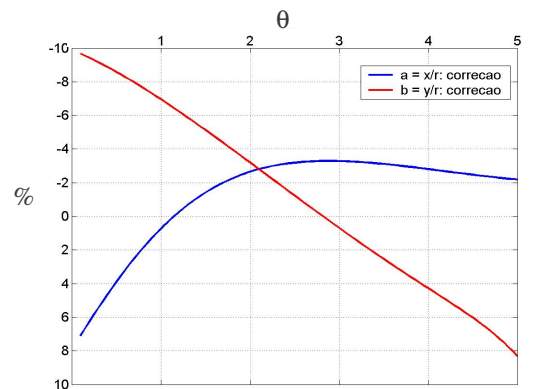


Figura 5: Correção percentual à função principal comparada com a função completa no intervalo  $0 < \theta \leq 5$

A Tabela 1 resume o erro *rms* associado aos ajustes com as coordenadas da *função principal* ( $f_{prin}$ ) e da *função completa* ( $f_{comp}$ ), e o intervalo de variação da correção  $\left(\frac{f_{comp} - f_{prin}}{f_{comp}} \times 100\%\right)$  na função principal.

**Tabela 1: Resumo do erro *rms* associado com os ajustes ( $\eta = 0,39$ )**

Obs.	$f_{prin}$ (erro <i>rms</i> )	$f_{comp}$ (erro <i>rms</i> )	Correção $f_{prin}$ [max, min]	Intervalo de $\theta$
<i>intervalo principal para E&amp;P de petróleo</i>	a (3,5 %)	a (0,3%)	a [-3%, 7%]	$0 < \theta \leq 5$
	b (6,1%)	b (1,8%)	b [-10%, 8%]	
<i>intervalo completo</i>	a (2,9 %)	a (0,5%)	a [-3%, 8%]	$0 < \theta \leq 16$
	b (41,7%)	b (7,0%)	b [-16%, 71%]	

### Conclusões

Este trabalho compreende um estudo analítico sobre algumas idéias básicas que suportam o método eletromagnético a multi-freqüência, tendo chegado às seguintes conclusões:

a) dedução das expressões analíticas dos campos elétrico e magnético gerados por uma espira de corrente induzida no interior do semi-espaco condutor homogêneo, por fonte finita, circular, na superfície. Este resultado é inteiramente novo, sendo essencial na discussão sobre a zona de maior influência para a medida observada;

b) discussão sobre a zona do semi-espaco condutor homogêneo de maior influência para as medidas observadas. Primeiramente, foi possível demonstrar analiticamente a existência da *zona principal* (ou zona de maior influência), como também mapear a sua dimensão e o deslocamento do seu topo máximo, como função do número de indução. Este conceito é essencial na própria concepção do método, o que confere ao presente tópico grande relevância;

c) este trabalho permitiu avaliar a excelente aproximação associada à função já usada atualmente no método, para determinação das coordenadas do centro da *zona principal*, como também contribui com um termo de correção a essa função, conferindo-lhe melhoria, com conseqüências relevantes para a interpretação dos dados.

### Agradecimentos

Os autores agradecem ao LENEP/UENF pela infraestrutura disponibilizada e a PETROBRAS, que através do programa de Redes Temáticas, financia a pesquisa para desenvolvimento do método eletromagnético a multi-freqüência.

### Referências

- Dias, C. A., 1968, A Non-grounded Method for Measuring Induced Electrical Polarization and Conductivity. Ph. D. Thesis, Univ. California – Berkeley, USA, 260 pp.
- Dias, C. A. & BNDE, 1973, Non-grounded Method of Geophysical Exploration. Patent n° 920.660, Issued Feb. 6, 1973, Class 324-9 C.R.C. 1, Filed May 31, 1971, Ottawa, Canada.
- Machado, M. V. B., 2006, Campos elétrico e magnético devidos a uma espira de corrente induzida no semi-espaco condutor homogêneo por fonte finita de corrente, circular, situada na superfície: dedução analítica e cálculo numérico-computacional. Monografia de Graduação, LENEP/UENF, Macaé-RJ, 108pp.
- Panofsky, W. H. & Phillips, M., 2004, Classical Electricity and Magnetism, 2<sup>nd</sup>. edition, Dover Publications, New York.
- Sato, H. K., 1979, Método eletromagnético para interpretação de polarização induzida e resistividade, usando o protótipo de um sistema eletromagnético a multi-freqüência. Dissertação de mestrado, UFBA, Salvador-BA, 98pp.



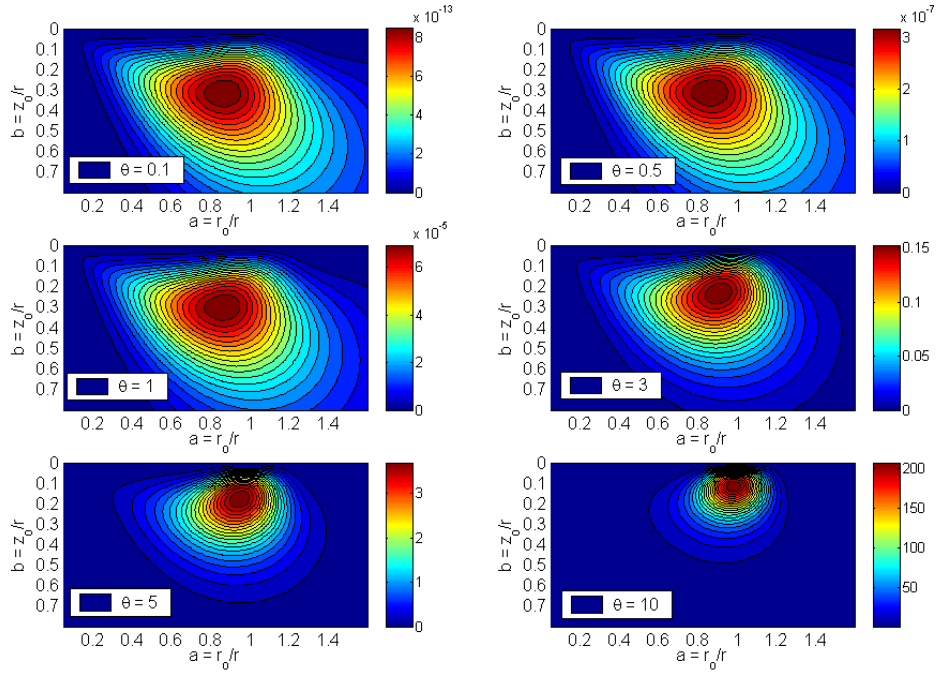


Figura 6: Isovalores, na posição do receptor, da densidade de energia magnética média associada à componente radial do campo magnético ( $\delta^2 \tilde{H}_r^e$ ) gerado por espira de corrente de coordenadas  $(r_o, z_o)$ , parametrizada por  $\theta$

#### Apêndice

A função que define o acoplamento eletromagnético existente entre as espiras induzidas vem dada por

$$H_r^{acop} = H_{rT} - \iint \delta^2 H_r dr_o dz_o \quad (A.1)$$

Como mencionado, o campo total  $H_{rT}$  corresponde a integração de  $\delta^2 H_r$  sendo a corrente na espira definida pelo campo elétrico primário. Assim, o campo total vem representado por

$$H_{rT} = \iint \delta^2 H_r(\mathfrak{S}_p) dr_o dz_o \quad (A.2)$$

O segundo termo de (A.1) pode ser denotado como

$$\iint \delta^2 H_r dr_o dz_o = \iint [\delta^2 H_r(\mathfrak{S}_p) + \delta^2 H_r(\mathfrak{S}_s)] dr_o dz_o, \quad (A.3)$$

onde  $\mathfrak{S}_p$  é a parte primária e  $\mathfrak{S}_s$  é a parte secundária da corrente.

Substituindo (A.2) e (A.3) em (A.1), obtém-se a seguinte relação para o campo gerado pelo acoplamento

$$H_r^{acop} = -\iint \delta^2 H_r(\mathfrak{S}_s) dr_o dz_o \quad (A.4)$$

A equação (A.4) evidencia que o termo advindo da integração do campo devido à parte secundária da corrente das espiras compensa-se com o campo gerado pelo acoplamento eletromagnético entre as espiras induzidas.