

## Linearização da componente P da vagarosidade vertical para uma onda incidente P

Rubenvaldo Pereira, SEDUC & CPGF/UFPA, BRASIL.

João dos Santos Protázio, SEDUC, CPGF/UFPA, PPGME/UFPA & ESMAC, BRASIL.

Copyright 2009, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, August 24-28, 2009.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

## Abstract

Assuming a *P*-wave incident used the perturbation theory to explain the formulas of the linear perturbation of scattered *P*-wave component of the vertical slowness in weakly anisotropic media. For these formulas, first we used a first order approximation of the elastic parameters, then build the first order perturbation of the Christoffel matrix and finally through a problem of eigenvalue, we found the contributions of isotropic and anisotropic component of the *P*-wave of linear vertical slowness.

### Introdução

O uso do método de perturbação de primeira ordem tem sido amplamente usado para aproximar: velocidade de fase, vetores de polarização (Jech & Psensik, 1998; Pšenčík, I & Gajewski D, 1998); bem como para aproximar coeficientes de amplitude (Vavryčuk V. & Pšenčík, 1998; Gomes, 2003) em meios elásticos fracamente anisotrópicos.

Neste trabalho, supondo-se uma onda incidente P, foi utilizada a teoria da perturbação para explicitar as fórmulas lineares da perturbação da componente da onda espalhada P da vagarosidade vertical, em meios fracamente anisotrópicos. Para obtenção destas fórmulas, primeiramente usamos uma aproximação de primeira ordem dos parâmetros elásticos, para em seguida construir a perturbação de primeira ordem da matriz de Christoffel e finalmente, através de um problema de autovalor, encontrar as contribuições isotrópicas e anisotrópicas da componente da onda P da vagarosidade vertical linear.

## Parametrizações em meios anisotrópicos

Suponha um meio perfeitamente elástico homogêneo anisotrópico arbitrário com: densidade,  $\rho$ , parâmetros

elásticos,  $C_{_{iikl}}$ , e uma onda plana incidente P no plano

 $X_1X_3$  (azimute  $\varphi = 0$ ). A matriz d Christoffel neste meio é dada pela equação

$$\Gamma_{ik} = \boldsymbol{C}_{ijkl} \boldsymbol{S}_{j} \boldsymbol{S}_{j} \tag{1}$$

sendo  $\mathbf{s}_{_{k}} = m_{_{k}} / v$  a vagarosidade, v a velocidade de fase e  $m_{_{k}}$  um vetor unitário. Para cada componente horizontal  $\mathbf{s}_{_{H}} = [s_{_{1}}, s_{_{2}}]^{^{T}}$  fixa (Lei de Snell), a equação de Christoffel,  $\det(\Gamma_{_{k}} - \rho\delta_{_{k}}) = 0$ , determina uma

equação de sexto grau em  $s_3$ , definindo uma superfície no espaço s que dá os possíveis valores da vagarosidade como função da direção de propagação Estas seis componentes  $S_3$  são separadas em dois blocos de três componentes cada um: um, o bloco ascendente, contendo as componentes  $\left\{s_{3P}^{U}, s_{3S}^{U}, s_{3T}^{U}\right\}$  e outro, o bloco descendente, contendo as componentes  $\left\{s_{3P}^{D}, s_{3S}^{D}, s_{3T}^{D}\right\}$ .

Tomando agora dois meios anisotrópicos homogêneos, separados por uma interface plana e satisfazendo as seguintes hipóteses: (a) fraca anisotropia; (b) fraco contraste de impedância na interface; e (c) polarização das ondas cisalhantes,  $S \in T$ , no meio de incidência as mesmas do meio homogêneo de referência. Assim, Podem-se aproximar estes meios por dois meios anisotrópicos cujos parâmetros elásticos são obtidos pela perturbação de dois meios isotrópicos separados por esta mesma interface. Por sua vez, pode-se supor que estes meios isotrópico foram gerados pela perturbação de um meio isotrópico homogêneo. Estas aproximações são obtidas como segue.

Em primeiro lugar, seja um meio elástico homogêneo isotrópico, doravante chamado de meio isotrópico de referência, ou simplesmente meio de referência, com velocidades compressional e cisalhante  $\overline{\alpha}$  e  $\overline{\beta}$ , respectivamente, e densidade  $\overline{\rho}$  definidas por:

$$\overline{\alpha} = \frac{\alpha^{(2)} + \alpha^{(1)}}{2}, \ \overline{\beta} = \frac{\beta^{(2)} + \beta^{(1)}}{2} \ e \ \overline{\rho} = \frac{\rho^{(2)} + \rho^{(1)}}{2}, \ (2)$$

obtidas como as médias das velocidades e densidades de dois meios (meio K = 1: semi-espaço incidente e meio K = 2: semi-espaço subjacente) separados por uma interface plana com respectivas velocidades compressional e cisalhante  $\alpha^{(K)}$  e  $\beta^{(K)}$ , e densidades  $\rho^{(K)}$  com K = 1 e 2.

Agora, perturbações de primeira ordem no meio de referência são efetuadas de tal forma que gerem dois

meios isotrópicos com parâmetros elásticos:

$$\tilde{C}_{ijkl}^{(\kappa)} = \overline{C}_{ijkl} + \left(-1\right)^{(\kappa)} \delta(C_{ijkl}^{(\kappa)})_{ISO}, \quad (3)$$

sendo,  $C_{ijkl}$ , os parâmetros elásticos no meio isotrópico de referência, os quais são dados , a menos da normalização do parâmetro elástico pela densidade, por Vavryčuk & Pšenčik (1998) como

$$\overline{C}_{ijkl} = \overline{\rho} \left( \overline{\alpha}^2 - 2\overline{\beta}^2 \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \overline{\rho} \overline{\beta}^2 \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{ij} \delta_{jk} \right).$$
(4)

Já as perturbações de primeira ordem de (3) são obtidas considerando a hipótese de fraco contraste na interface, assim,

$$\delta \left( C_{ijkl}^{(\kappa)} \right)_{ISO} = \left( -1 \right)^{\kappa} \left[ \left( \overline{\alpha} \Delta Z + \overline{Z} \Delta \alpha - 2 \Delta G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \Delta G \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right) \right],$$
(5)

com  $\Delta \alpha = (\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)})/2$  e  $\Delta \beta = (\beta^{(2)} - \beta^{(1)})/2$  os semi-contrastes entre as velocidades compressional e

cisalhante, respectivamente, na interface os quais admite-se seguindo Thomsen (1986) como

$$\alpha^{(\kappa)} = \sqrt{C_{33}^{(\kappa)} / \rho^{(\kappa)}} \ e \ \beta^{(\kappa)} = \sqrt{C_{55}^{(\kappa)} / \rho^{(\kappa)}} ; \quad (6)$$

 $\Delta \rho = \left(\rho^{(2)} - \rho^{(1)}\right)/2 \quad \text{o semi-contraste entre as}$ densidades na interface;  $\overline{Z} = \overline{\rho \alpha}$  a impedância no meio isotrópico de referência;  $\Delta Z = \left(Z^{(2)} - Z^{(1)}\right)/2$  o semicontraste entre as impedâncias na interface;  $\overline{G} = \overline{\mu} = \overline{\rho}\overline{\beta}^2$  o parâmetro de cisalhamento no meio de referência e  $\Delta G = \left(G^{(2)} - G^{(1)}\right)/2$  o semi-contraste entre os parâmetros de cisalhamento na interface.

O próximo passo é adicionar a contribuição anisotrópica,  $\delta\left(C_{_{ijkl}}^{(\kappa)}\right)_{_{ANIS}}$ , à perturbação isotrópica, obtendo-se assim, a perturbação total do parâmetro elástico em cada meio,

$$\delta \mathbf{C}_{ijkl}^{(\kappa)} = \left(-1\right)^{\kappa} \delta \left(\mathbf{C}_{ijkl}^{(\kappa)}\right)_{ISO} + \delta \left(\mathbf{C}_{ijkl}^{(\kappa)}\right)_{ANIS} \tag{7}$$

e que satisfaz a relação  $\left| \delta C_{ijkl}^{(K)} \right| \ll \left\| C_{ijkl}^{(K)} \right\|_{\infty}$ , com

$$\left\|C_{ijkl}^{(\kappa)}\right\|_{\infty} = \max\left|C_{ijkl}^{(\kappa)}\right|.$$

Assim a aproximação linear dos parâmetros elásticos anisotrópico em cada meio é dada de forma geral por:

$$\tilde{C}_{ijkl}^{(\kappa)} = \overline{C}_{ijkl}^{(\kappa)} + \left(-1\right)^{\kappa} \left[ \left( \overline{\alpha} \Delta Z + \overline{Z} \Delta \alpha - 2\Delta G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \Delta G \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right) \right] + \delta \left( C_{ijkl}^{(\kappa)} \right)_{ANIS}$$
(8)

Finalmente, na equação (7) os parâmetros  $\delta(C_{ij}^{(\kappa)})_{ANIS}$ são definidos de forma tal que satisfaçam os critérios das

sao definidos de forma tal que satisfaçam os criterios das medidas de anisotropia de Thomsen (1986), ou seja: (1) simplificar equações; (2) serem adimensionais; e (3) na ausência desta perturbação, que sejam anulados e cada meio torne-se um isotrópico. Assim:

$$\begin{split} \delta\left(C_{11}^{(\kappa)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{11}^{(\kappa)} - \rho^{(\kappa)} \left(\alpha^{(\kappa)}\right)^{2}}{\overline{\rho}\alpha^{2}};\\ \delta\left(C_{12}^{(\kappa)} + 2C_{66}^{(\kappa)}\right)_{ANIS} &= \frac{\left(C_{12}^{(\kappa)} + 2C_{66}^{(\kappa)}\right) - \rho^{(\kappa)} \left(\alpha^{(\kappa)}\right)^{2}}{\overline{\rho}\alpha^{2}};\\ \delta\left(C_{13}^{(\kappa)} + 2C_{55}^{(\kappa)}\right)_{ANIS} &= \frac{\left(C_{13}^{(\kappa)} + 2C_{55}^{(\kappa)}\right) - \rho^{(\kappa)} \left(\alpha^{(\kappa)}\right)^{2}}{\overline{\rho}\alpha^{2}}; \end{split}$$

$$\begin{split} \delta\left(C_{22}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{22}^{(K)} - \rho^{(K)} \left(\alpha^{(K)}\right)^{2}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{23}^{(K)} + 2C_{44}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{\left(C_{23}^{(K)} + 2C_{44}^{(K)}\right) - \rho^{(K)} \left(\alpha^{(K)}\right)^{2}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; (9) \\ \delta\left(C_{33}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{33}^{(K)} - \rho^{(K)} \left(\alpha^{(K)}\right)^{2}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{44}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{44}^{(K)} - \rho^{(K)} \left(\beta^{(K)}\right)^{2}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{55}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{55}^{(K)} - \rho^{(K)} \left(\beta^{(K)}\right)^{2}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{14}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{14}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{15}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{15}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{16}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{16}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{24}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{24}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{25}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{25}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{26}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{26}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{34}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{34}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{35}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{35}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{36}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{36}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{45}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{45}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{36}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{36}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{45}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{45}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{46}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{46}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{56}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{56}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{46}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{46}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{56}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{56}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{46}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{46}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{56}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{56}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \\ \delta\left(C_{46}^{(K)}\right)_{ANIS} &= \frac{C_{46}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}; \delta\left(C_{56}^{(K)}\right)_{ANIS} = \frac{C_{56}^{(K)}}{\overline{\rho\alpha}^{2}}. \\ \\ Com \quad \text{isto} \quad \text{define-se} \quad \text{os} \quad \text{semi-contrastes} \quad \text{entre} \quad \text{as} \\ \end{array}$$

Com isto define-se os semi-contrastes entre as perturbações anisotrópicas na interface, ou seja,

$$\Delta \mathbf{C}_{ijkl} = \left( \delta \left( \mathbf{C}_{ijkl}^{(2)} \right)_{ANIS} - \delta \left( \mathbf{C}_{ijkl}^{(1)} \right)_{ANIS} \right) / 2.$$
 (10)

## Linearização da matriz de Christoffel

Objetiva-se agora obter uma expressão para a propagação de uma onda plana incidindo em uma interface plana que separa dois meios fracamente anisotrópicos através da perturbação de primeira ordem da matriz de Christoffel.

Seja então, primeiramente, uma onda plana incidente *P*, incidindo a um ângulo  $\theta$  em relação à direção vertical *x*<sub>3</sub>. Usando-se coordenadas esféricas  $(\theta, \phi = 0)$ , as componentes do vetor de vagarosidade desta onda são dadas por:

$$s_1 = \sin \theta / \overline{\alpha}; s_2 = 0; s_3 = \cos \theta / \overline{\alpha}.$$
 (11)

Considere-se, também, a matriz de Christoffel do meio isotrópico de referência,  $\overline{\Gamma} - \overline{\rho \mathbf{I}}$ . A perturbação da matriz de Christoffel,  $\Delta(\Gamma - \rho \mathbf{I})$ , pode ser causada ou

e

pela perturbação dos parâmetros elásticos ou pela perturbação da vagarosidade normal (velocidade de fase) de forma tal que a matriz de Christoffel aproximada seja:

$$\left(\tilde{\Gamma} - \tilde{\rho}\mathbf{I}\right) = \left(\overline{\Gamma} - \overline{\rho}\mathbf{I}\right) + \Delta\left(\Gamma - \rho\mathbf{I}\right). \tag{12}$$

Opta-se neste trabalho, seguindo Gomes (2003), por explicitar  $\Delta(\Gamma - \rho \mathbf{I})$  utilizando-se as aproximações dos parâmetros elásticos obtidas no tópico anterior.

Em primeiro lugar, para se obter a perturbação isotrópica da matriz de Christoffel,  $\Delta (\Gamma - \rho I)_{_{ISO}}$ , necessário se faz tomar os parâmetros elásticos aproximados em (8), somente com a contribuição isotrópica, e substituir na matriz  $\Gamma - \rho I$  para, com isso, obter a contribuição isotrópica da matriz de Christoffel perturbada, cujos elementos são dados explicitamente como:

$$\begin{split} \Delta \left(\Gamma_{_{11}} - \rho\right)_{_{ISO}} &= \overline{\rho} \Bigg[ \sin^2 \theta \Bigg( \frac{\Delta Z}{\overline{Z}} + \frac{\Delta \alpha}{\overline{\alpha}} \Bigg) + \kappa^2 \cos^2 \theta \frac{\Delta G}{\overline{G}} - \frac{\Delta \rho}{\overline{\rho}} \Bigg]; \\ \Delta \left(\Gamma_{_{12}}\right)_{_{ISO}} &= 0; \\ \Delta \left(\Gamma_{_{13}}\right)_{_{ISO}} &= \overline{\rho} \Bigg[ \sin \theta \cos \theta \Bigg( \frac{\Delta Z}{\overline{Z}} + \frac{\Delta \alpha}{\overline{\alpha}} - \kappa^2 \frac{\Delta G}{\overline{G}} \Bigg) \Bigg]; \\ \Delta \left(\Gamma_{_{22}} - \rho\right)_{_{ISO}} &= \overline{\rho} \Bigg[ \kappa^2 \frac{\Delta G}{\overline{G}} - \frac{\Delta \rho}{\overline{\rho}} \Bigg]; \\ \Delta \left(\Gamma_{_{23}}\right)_{_{ISO}} &= 0; \\ \Delta \left(\Gamma_{_{33}} - \rho\right)_{_{ISO}} &= \overline{\rho} \Bigg[ \cos^2 \theta \Bigg( \frac{\Delta Z}{\overline{Z}} + \frac{\Delta \alpha}{\overline{\alpha}} \Bigg) + \kappa^2 \sin^2 \theta \frac{\Delta G}{\overline{G}} - \frac{\Delta \rho}{\overline{\rho}} \Bigg]. \end{split}$$

$$(13)$$

Em seguida, para se obter a contribuição anisotrópica da perturbação de primeira ordem da matriz de Christoffel,  $\Delta (\Gamma - \rho I)_{_{AMS}}$ , bem como a perturbação da vagarosidade vertical,  $\Delta S_{_{3P}}$ , parte-se da matriz da equação (1) e

explicita-se a perturbação de todos os elementos desta (Gomes, 2003):

$$\Delta \Gamma_{il} = \Delta C_{ijkl} \mathbf{s}_j \mathbf{s}_l + C_{ijkl} \Delta \mathbf{s}_j \mathbf{s}_l + C_{ijkl} \mathbf{s}_j \Delta \mathbf{s}_l .$$
(14)

# Linearização da componente vertical da vagarosidade

Objetiva-se, agora, explicitar os elementos da matriz  $\Delta S_{_{3p}}$  como função linear dos  $\Delta C_{_{ij}}$ . Para tanto, já de posse da matriz  $\Delta (\Gamma - \rho \mathbf{I})$ , resolve-se o problema de autovalor para obtenção das contribuições isotrópica e anisotrópica da perturbação  $\Delta s_{_{3p}} / \overline{s_{_{3p}}}$ , ou seja,

$$\frac{\Delta S_{_{3P}}}{\overline{S}_{_{3P}}} = \left(\frac{\Delta S_{_{3P}}}{\overline{S}_{_{3P}}}\right)_{_{ISO}} + \left(\frac{\Delta S_{_{3P}}}{\overline{S}_{_{3P}}}\right)_{_{ANIS}}.$$
(15)

ou de forma explicita como:

$$\left(\frac{\Delta s_{_{3P}}}{\overline{s}_{_{3P}}}\right)_{_{ISO}} = -\sec^2\theta \frac{\Delta\alpha}{\overline{\alpha}}, \qquad (16)$$

$$\left(\frac{\Delta S_{_{3P}}}{\overline{S}_{_{3P}}}\right)_{_{ANNS}} = -\left(\sin^2\theta\tan^2\theta\frac{\Delta C_{_{11}}}{2} + \sin^2\theta\Delta \left(C_{_{13}} + 2C_{_{55}}\right) + 2\sin^2\theta\tan\theta\Delta C_{_{15}} + 2\sin^2\theta\cos\theta\Delta C_{_{35}} + \cos^2\theta\frac{\Delta C_{_{33}}}{2}\right)$$
(17)

Para incidências ( $\theta$ ) e azimutes ( $\phi$ ) arbitrários as perturbações dos parâmetros elásticos da equação (17) são rotacionadas (Helbig, 1994) gerando a forma geral:

$$\frac{\Delta S_{3P}}{\overline{S}_{3P}} \int_{AMS} = -\left\{ \frac{1}{2} \left[ \Delta C_{11} \cos^4 \varphi + \Delta C_{22} \sin^4 \varphi + 2\Delta \left( C_{12} + 2C_{66} \right) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + 4\Delta C_{16} \cos^3 \varphi \sin \varphi + 2\Delta \left( C_{12} + 2C_{66} \right) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + 4\Delta C_{16} \cos^3 \varphi \sin \varphi + 2\Delta C_{26} \cos \varphi \sin^3 \varphi \right] \sin^2 \theta \tan^2 \theta + 2\left[ \Delta C_{15} \cos^3 \varphi + \left( \Delta C_{14} + 2\Delta C_{56} \right) \cos^2 \varphi \sin \varphi + \left( \Delta C_{25} + 2\Delta C_{46} \right) \cos \varphi \sin^2 \varphi + \Delta C_{24} \sin^3 \varphi \right] \sin^2 \theta \tan \theta + \left[ \Delta \left( C_{13} + 2C_{55} \right) \cos^2 \varphi + \Delta \left( C_{23} + 2C_{44} \right) \sin^2 \varphi + \Delta \left( C_{36} + 2C_{45} \right) \sin 2\varphi \right] \sin^2 \theta + 2\left[ \Delta C_{34} \sin \varphi + \Delta C_{35} \cos \varphi \right] \sin \theta \cos \theta + \frac{\Delta C_{33}}{2} \cos^2 \theta \right\}.$$
(18)

De posse destes resultados, a componente vertical linear do vetor de vagarosidade da onda espalhada *P*, para os dois meios anisotrópicos é definida como:

$$\tilde{\mathbf{S}}_{_{3P}}^{^{(K)}} \simeq \frac{\Delta \mathbf{S}_{_{3P}}}{\overline{\mathbf{S}}_{_{3P}}} \left( 1 + \left( -1 \right)^{^{(K)}} \overline{\mathbf{S}}_{_{3P}} \right). \tag{19}$$

sendo  $\overline{s}_{_{S_P}} = \overline{\alpha} / \cos(\theta)$  a componente da onda espalhada *P* da vagarosidade vertical de uma onda incidente *P* no meio de referência.

### Experimentos

Para validação das fórmulas lineares da equação (19) foi feito um experimento considerando um meio anisotrópico sujeito as hipóteses acima descritas. Neste meio a vagarosidade vertical, exata e aproximada bem como os erros relativo e absoluto foram calculados e apresentados na forma de estereogramas. Nestes estereogramas foi considerada a seguinte geometria de aquisição: cobertura para o ângulo de incidência, a partir da normal, de  $0^{\circ} \le \theta \le 40^{\circ}$ ; e ângulo azimutal de  $0^{\circ} \le \theta \le 360^{\circ}$ .

Nos experimentos foi usado um modelo HTI induzido por fraturas (Hudson, 1981) investigado em Pšenčik & Gajewski (1998). Este modelo HTI "dry crack" possui anisotropia de aproximadamente 20% e parâmetros:  $\rho = 2,5g / cm^3$ ,  $\alpha = 4 km / s$  e  $\beta = 4 / \sqrt{3} km / s$ , para a rocha não fraturada. A densidade de fratura é de 0,1 e relação entre eixos de 10<sup>-4</sup>. A matriz de parâmetros elásticos para o referido modelo fraturado é dada por:

( 23,57	7,86	7,86	0,0	0,0	0,0	)
	38,17	11,51	0,0	0,0	0,0	
		38,17	0,0	0,0	0,0	$\left(\frac{km}{s}\right)^{2}$
			13,33	0,0	0,0	
				10,63	0,0	
					10,63	)

Os estereogramas para este experimento estão na Figura 1, sendo: (a) a componente *P* exata da vagarosidade vertical, (b) a componente *P* linear da vagarosidade vertical, (c) o erro relativo percentual e (d) o erro absoluto. Observa-se neste experimento que o erro relativo percentual possui valores máximos de 7% próximo a direção de incidência  $\theta = 40^{\circ}$  e azimutes  $-30^{\circ} < \phi < 30^{\circ}$  e valores mínimos 2% próximo à direção de incidência normal.

## Conclusão

Os resultados numéricos apresentados mostram que respeitadas às hipóteses de fraca anisotropia e fraco contraste na interface a aproximação linear da vagarosidade vertical de uma onda incidente *P* é uma aproximação útil para modelar anisotropia.

### Bibliografia

**Gomes, E.N.S.**, 2003. Estimativas de parâmetros elásticos de meios anisotrópicos. Belém, Universidade Federal do Pará, Centro de Geociências, Pós-Graduação em Geofísica, 76p. (Tese de Doutorado)

**Helbig, K**., 1994. Foundations of anisotropy for exploration seismic. Amsterdan, Pergamon. 485p.

**Hudson, J.A.**, 1981. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks. Geophysical J. R. astr. Soc., **64**: 133-150.

**Thomsen, L.**, 1986. Weak elastic anisotropy. Geophysics, **51**(10): 1954-1966.

**Pšenčík, I & Gajewski D**., 1998. Polarization, phase velocity, and NMO velocity of qP-waves in arbitrary weakly anisotropic media. Geophysics, **63**(5): 1754-1766.

Vavryčuk, V. & Pšenčík, I.,1998. PP-wave reflection coefficients in weakly anisotropic elastic media. Geophysics, **63**(6): 2129-2141.

#### Agradecimento

O primeiro autor agradece ao CNPQ pela concessão de Bolsa de Doutorado.



**Figura 1** Estereogramas para vagarosidade vertical  $(s_{3P})$ : (a) exata e (b) linear, bem como (c) o erro relativo percentual e (d) erro absoluto. O modelo usado é um HTI ("dry cracks") com parâmetros:  $\rho = 2,5g / cm^3$ ,  $\alpha = 4km / s$  e  $\beta = 2,31 km / s$ , d = 0,0001 e e = 0,1 (Hudson, 1981) com 20% de anisotropia.