



Otimização do Operador de Empilhamento CRS

Rodrigo F. Santos, Lourenildo W. B. Leite and Wildney W. S. Vieira, UFPA, Brazil

Copyright 2009, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 11th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, held in Salvador, Brazil, November 24-28 2009.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 11th International Congress of The Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

This paper describes the statistical properties of the 4 parameters ($v_0, R_{NIP}, R_N, \alpha_0$) of the CRS stack operator in terms of the solution of a nonlinear multi-parametric optimization problem for curve fitting by combining two methods. The first is a global minimum method of controlled random search type. The second method performs a last iteration using a second order gradient method to obtain the data and parameter resolution and covariance matrices, and further statistical properties. The sensibility functions are represented by the columns of the problem matrix, and they exhibit the linear behavior of the operator, instead of a concave desired function form, and this linearity informs the necessity of a good starting point for the search of the parameters.

Introdução

O objetivo deste trabalho é a descrição das propriedades estatísticas do operador de empilhamento CRS através da solução de um problema de otimização onde a função objeto de minimização é dada pela raiz quadrada da soma dos desvios ao quadrado. O problema é classificado como ajuste de curvas não-linear multiparamétrico, e para evitar um mínimo local é proposto uma solução pela combinação de um método de busca global aleatória controlada (BAC) com o método de derivadas de segunda ordem (DSO) que permite a análise estatística da solução. A combinação destes dois métodos tem uma sequência que reside no princípio de que a BAC define a região ao redor de um mínimo global, teoricamente bem definido, e a continuação do processo de iteração com o DSO ao redor do mínimo, que tem melhores propriedades lineares, e permite o cálculo das derivadas que constroem as matrizes resolução. Os testes foram realizados para um ponto $P_0(x_0, t_0)$, e o próximo passo é realizar os testes ao longo de um traço, ($t_0 = 0, t_{total}$) e em seguida sobre todos os pontos médios-comuns ($x_0 = 0, x_{total}$). Como estabelecido que a solução pelo método BAC é usada como entrada para o método DSO, neste trabalho os dois experimentos separadamente.

A análise das propriedades do operador CRS é feita com base nas funções sensibilidades de $T(x_m, h; v_0, R_{NIP}, R_N, \alpha_0)$, que mostram a dependência deste operador com as variáveis independentes x_m e h que controlam a geometria do levantamento de campo.

O problema sísmico original é apresentado convenientemente na seguinte forma: Dado a seção sísmica observada $T^{obs}(x_m, h)$ no espaço dos dados D , deseja-se encontrar um modelo m no espaço dos parâmetros M cujo dados preditivos $T^{pre}(x_m, h; v_0, R_{NIP}, R_N, \alpha_0)$ ajuste aos dados observados no sentido da norma-2.

Modelo Direto: Operador CRS

O modelo direto corresponde à equação que define o operador, hiperbólico, 2-D, do empilhamento CRS que descreve o tempo de trânsito para refletores curvos baseado na teoria paraxial do raio, considerando apenas trajetórias de reflexão primária (Mann, 2002). A equação representada fisicamente na figura 1 é dada por:

$$T^2(x_m, h) = \left[t_0 + \frac{2 \sin \alpha_0 (x_m - x_0)}{v_0} \right]^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \alpha_0}{v_0} \left[\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right], \quad (1)$$

onde v_0 é a velocidade ao redor do ponto de referência da observação e do processamento, $P_0(x_0, t_0)$, porém sendo aqui tomada como um dos parâmetros a ser determinado pelo processo de otimização. As variáveis independentes x_m e h são, respectivamente, o ponto-médio e o meio-afastamento na configuração CMP, e $P_0(x_0, t_0)$ é o ponto de referência do empilhamento como mostra a figura 2. O parâmetro α_0 corresponde ao ângulo de emergência vertical da frente de onda no ponto de referência. As quantidades R_{NIP} e R_N são relacionadas ao raio central segundo a teoria paraxial do raio. O método CRS tem a forma de um empilhamento independente de um macro-modelo para simular uma seção (ao afastamento-nulo, por exemplo) no domínio (t, x) . O operador é obtido matematicamente considerando que dois experimentos teóricos são realizados para gerar ondas próprias, que são: a onda-NIP e a onda-N. A onda-NIP é associada a um difrator em explosão que produz a denominada Onda de Incidência Normal com raio de curvatura R_{NIP} no ponto $P_0(x_0, t_0)$ na superfície de observação. A onda-N é associada ao refletor-em-explosão para gerar a denominada Onda Normal com raio de curvatura R_N no ponto $P_0(x_0, t_0)$ na superfície de observação, e sendo este refletor-em-explosão localmente aproximado por um segmento de arco de círculo ao redor do ponto NIP. Para satisfazer a teoria paraxial do raio, um raio central de referência e informação deve ser estabelecido, e neste caso é tomado o raio de afastamento-nulo entre o ponto de observação na superfície e o ponto de incidência normal em subsuperfície. Além disso, apenas eventos primários são levados em consideração. O raio central satisfaz a lei de Snellius através das interfaces, e as curvaturas das frentes das ondas NIP e N mudam de acordo com leis de refração e transmissão. A figura 3 representa o dado

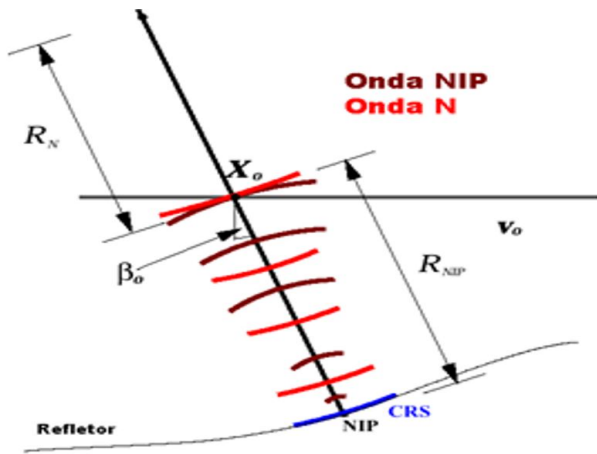


Figure 1: Representação física do modelo CRS em profundidade formado por duas camadas sobre um semi-espaço separada por interfaces curvas.

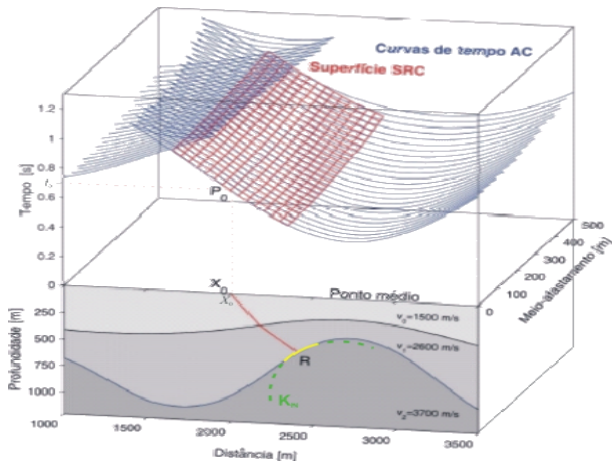


Figure 2: Perspectiva 3-D representando a superfície do operador CRS em vermelho e o dado em azul.

observado sintético, e a figura 4 o dado preditivo, ambos calculados a partir da equação (1).

Modelo Inverso

Dois métodos de otimização foram aplicados nas investigações deste trabalho: Busca Aleatória Controlada (Método Price) e Gradiente de Segunda Ordem. A função medida de desajuste, $\phi(\mathbf{m})$, é expressa por:

$$\phi(\mathbf{m}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [T_i^{obs} - T_i^{pre}]^2}{N}}, \quad (2)$$

Para ambos os métodos de otimização adota-se neste trabalho o princípio de inversão representado pela figura 5.

Método de Busca Aleatória Controlada

O formalismo aplicado é descrito por Price (1983) para resolver o problema de otimização global (Brachetti, 1997). Uma característica comum a estes métodos é que eles atacam dois problemas distintos ao mesmo tempo:

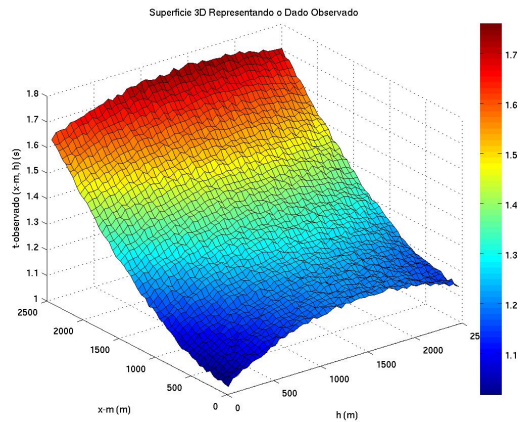


Figure 3: Perspectiva 3-D que representa o dado observado sintético com ruído aleatório mostrando o aspecto hiperbólico.

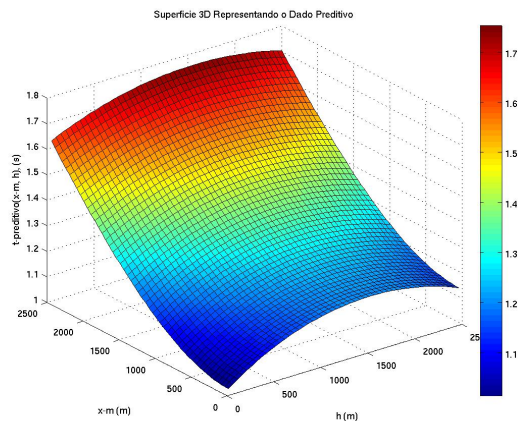


Figure 4: Perspectiva 3-D que representa o dado preditivo calculado pela equação (1).

1. O problema de Busca Global que é o exame de toda a região de interesse com a finalidade de localizar sub-regiões “mais promissoras” para conter um mínimo

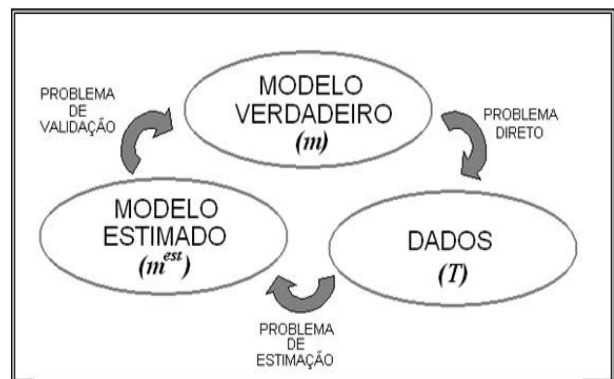


Figure 5: Representação do princípio de inversão adotado neste trabalho.

global (\mathbf{m}^{**});

2. O problema de Busca Local que é a determinação do mínimo global (\mathbf{m}^{**}) usando uma estratégia local, uma vez que tenha sido localizada uma vizinhança suficientemente pequena ao redor deste mínimo.

Numa conceituação simples, no método Price se deseja a solução do problema de otimização global, não-vinculado, estruturado da seguinte forma: $\min \phi(\mathbf{m})$, $\mathbf{m} \in R^M$, onde $\phi : R^M \rightarrow R$ é uma função contínua; isto é, se busca o mínimo da função contínua ϕ , onde o vetor de parâmetros \mathbf{m} (dimensão M) a determinar é definido no espaço R^M . Desta forma, \mathbf{m} representa pontos-coordenadas m_i , ($i = 1, M$) no espaço contínuo dos parâmetros. A função objeto de minimização é considerada multimodal.

Para iniciar o processo, um domínio V de busca é definido através da especificação dos limites dos domínios de cada um dos parâmetros. Em seguida, é definido uma quantidade predeterminada, N , de pontos de testes, aleatoriamente escolhidos em V e consistentes com os vínculos (caso sejam impostos) formando o conjunto:

$$S_1^k = \{ \mathbf{m}_1^{(k)}, \mathbf{m}_2^{(k)}, \mathbf{m}_3^{(k)}, \dots, \mathbf{m}_N^{(k)} \}. \quad (3)$$

As figuras 7, 8, 9 e 10 representam as distribuições aleatórias dos parâmetros como descrito pela equação acima no domínio Price. E a figura 6 representa a correspondente distribuição aleatória da função desajuste. A figura 11 é um mapa de contorno para mostrar de forma mais compacta a distribuição aleatória dos parâmetros no domínio Price.

O funcional $\phi(\mathbf{m})$ é avaliado em cada ponto N , e a posição e o valor da função $\phi(\mathbf{m})$ são armazenados numa matriz:

$$\mathbf{A}[Nx(N+1)]. \quad (4)$$

A cada iteração um novo ponto P de teste, $\hat{\mathbf{m}}^{(k)}$, é calculado usando um sub-conjunto aleatório $S_2^{(k)}$ de $S^{(k)}$ descrito na forma:

$$\hat{\mathbf{m}}^{(k)} = \mathbf{c}^{(k)} - (\mathbf{m}_{20}^{(k)} - \mathbf{c}^{(k)}), \quad (5)$$

sendo \mathbf{c} o centróide definido por:

$$c_j^{(k)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M m_{2i}^{(k)} \quad (j = 1, M). \quad (6)$$

Em seguida é feito o teste se o ponto P satisfaz os vínculos, e se

$$\phi(\hat{\mathbf{m}}^{(k)}) < \phi(\hat{\mathbf{m}}_{máx}^{(k)}). \quad (7)$$

Caso estas condições não sejam atendidas, o processo retorna para novas definições. A probabilidade dos pontos convergirem para o mínimo global dependerá da distribuição, do valor de N , da complexidade do funcional, da natureza dos vínculos e da escolha dos pontos de teste.

Método de Gradiente de Segunda Ordem

Este método é baseado na expansão em série de Taylor multivariada de uma função que representa os dados obtidos, $T(x_m, h; \mathbf{m})$, que neste caso é uma seção sísmica.

A série lineariza o problema, ($G\Delta\mathbf{m} = \Delta T$), para permitir uma solução a partir de uma conhecida que é a linear ($G\mathbf{m} = T$). Representando a função dos dados por $T(x_m, h; \mathbf{m})$, que é o tempo de trânsito calculado na seção sísmica onde x_m é o ponto-médio, h o meio-afastamento e m os atributos da frente de onda a serem resolvidos. Sendo assim, como o objetivo é linearizar o problema se faz a expansão de Taylor da função $T(x_m, h; \mathbf{m})$ ao redor de \mathbf{m} até primeira ordem, matematicamente representado por:

$$T(x_m, h; \mathbf{m}_2) \approx T(x_m, h; \mathbf{m}_1) + \sum_{j=1}^M \frac{\partial T(x_m, h; \mathbf{m})}{\partial m_j} \Delta m_j. \quad (8)$$

A partir desta expansão é definido o vetor tempo observado, representando a variável aleatória:

$$T(x_m, h; \mathbf{m}_2) = T^{obs}(x_m, h; \mathbf{m}_2 = real) = T^{obs}(x_m, h), \quad (9)$$

o vetor tempo preditivo representando o modelo teórico

$$T(x_m, h; \mathbf{m}_1) = T^{pre}(x_m, h; \mathbf{m}_1 = modelo) = T^{pre}(x_m, h). \quad (10)$$

A partir destes vetores se escreve:

$$T^{obs}(x_m, h) - T^{pre}(x_m, h; \mathbf{m}) = \sum_{j=1}^M \frac{\partial}{\partial m_j} T^{pre}(x_m, h; \mathbf{m}) \Delta m_j, \quad (11)$$

que é convenientemente reescrito na forma matricial:

$$\Delta \mathbf{T}(x_m, h; \mathbf{m}) = \mathbf{G}(x_m, h; \mathbf{m}) \Delta \mathbf{m}. \quad (12)$$

Esta é a forma linearizada para se obter a solução do problema não-linear. Nesta equação, $\Delta \mathbf{T}(x_m, h; \mathbf{m})$ é um vetor coluna, ($N \times 1$), que representa o desvio dos dados; $\Delta \mathbf{m}$ é um vetor coluna, ($M \times 1$), que representa o desvio dos parâmetros; e $\mathbf{G}(x_m, h; \mathbf{m})$ é a matriz do problema, ($N \times M$), que tem os dados ao longo das colunas e os parâmetros ao longo das linhas:

$$G_{i,j} = \sum_{j=1}^M \frac{\partial}{\partial m_j} T^{pre}(x_m, h; \mathbf{m}), \quad (i = 1, N; j = 1, M) \quad (13)$$

As derivadas representadas na equação acima são muito longas para serem apresentadas neste texto, e elas representam as funções sensibilidade na otimização com relação aos parâmetros. As figuras 12, 13, 14 e 15 representam as derivadas segundo a equação (13), e se observa o comportamento linear na janela $t - x$ sem ter uma janela específica que melhor defina a resolução; isto é, o operador apresenta baixa resolução e se faz necessário um bom ponto de partida para a otimização, e mesmo até a possibilidade de vínculos a priori. O problema é definido como sendo sobre-determinado (puro), uma vez que a quantidade de dados é maior do que a de parâmetros ($N > M$) a determinar e todos eles considerados com a mesma amostragem. O método de minimização é por derivadas na forma $\partial \phi(\mathbf{m}) / \partial \mathbf{m} = 0$, o que estabelece, de princípio, um mínimo local. A linearização do problema de inversão estabelecido é dado pela equação $G\Delta\mathbf{m} = \Delta\mathbf{T}$.

A solução do problema linear é o vetor \mathbf{m} , e o problema tem a forma $G\mathbf{m} = \mathbf{T}$ cujo resultado é escrito como $\mathbf{m} =$

$[G^T G]^{-1} G^T \mathbf{d}$. Para o problema não-linear, a definição da função objeto de minimização, $\phi(\mathbf{m})$, tem a forma:

$$\phi(\mathbf{m}) = \sqrt{\frac{\Delta T^T \Delta T}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [T_i^{obs} - T_i^{pre}]^2}{N}}, \quad (14)$$

e o método de minimização é reescrito como:

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{m})}{\partial m_q} = 0, \quad (15)$$

cuja solução tem a forma:

$$\Delta \mathbf{m} = [G^T G]^{-1} G^T \Delta \mathbf{d}. \quad (16)$$

A atualização dos parâmetros durante as iterações é dada por:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + \gamma \Delta \mathbf{m} \quad (17)$$

onde γ é um fator de atenuação da solução encontrada, e k é o número da iteração sendo realizada no ciclo do processo de inversão.

Resolução

A análise estatística do método foi feita através das matrizes Resolução dos Dados, Resolução dos Parâmetros e da Matriz Covariância Unitária. Estas matrizes são entendidas como atributos do método do gradiente de segunda ordem, e envolvem as matrizes do problema, G , e a inverso generalizado G^{-g} (Menke, 2002). A matriz resolução dos parâmetros é dada por:

$$\mathbf{R}_p = G^{-g} G. \quad G^{-g} = G^T [G G^T]^{-1}. \quad (18)$$

A matriz resolução dos dados é dada por:

$$\mathbf{R}_d = G G^{-g}. \quad G^{-g} = [G^{-T} G]^{-1} G^T. \quad (19)$$

A matriz covariância unitária é dada por:

$$cov_u(\mathbf{m}) = \sigma^{-2} G^{-g} [cov \mathbf{d}] G^{-gT} = G^{-g} G^{-gT}. \quad (20)$$

Estas matrizes não estão aqui apresentadas devido ao problema de espaço.

Fluxograma e Resultados

O fluxograma do programa de computador desenvolvido é resumidamente descrito a seguir:

- 01 - Início
- 02 - Entrada dos parâmetros de controle da inversão.
- 03 - Entrada dos parâmetros do modelo direto para gerar dados reais sintéticos.
- 04 - Entrada dos parâmetros para o modelo inicial.
- 05 - Entrada dos parâmetros da inversão.
- 06 - Início da iterações da Busca Aleatória Controlada.
- 07 - Fim da Busca Aleatória Controlada, cuja solução serve de entrada para a otimização pelo gradiente de segunda ordem.

- 08 - Início das iterações.
- 09 - Cálculo do dado preditivo.
- 10 - Cálculo do ajuste das curvas e teste para fim das iterações.
- 11 - Derivadas do operador preditivo.
- 12 - Cálculo matricial.
- 13 - Atualização dos parâmetros.
- 14 - Teste de convergência.
- 15 - Retorno a 08.
- 16 - Calculo da matriz resolução dos parâmetros.
- 17 - Calculo da matriz resolução dos dados.
- 18 - Calculo da matriz covariância unitária.
- 19 - Calculo da matriz quantidade de solução.

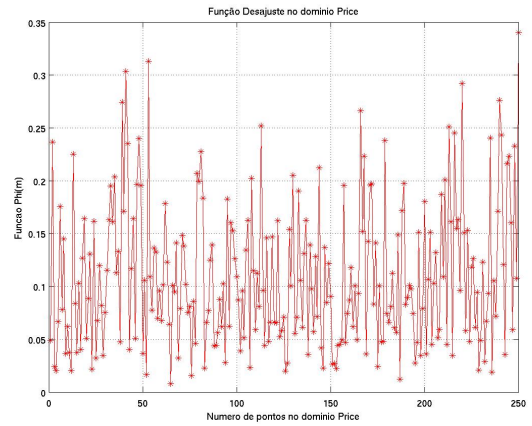


Figure 6: Função aleatória de desajuste inicial Price.

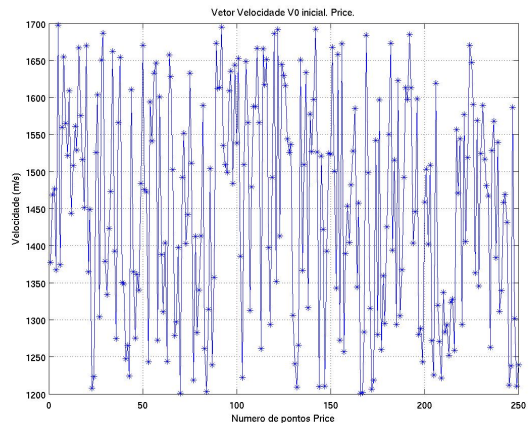


Figure 7: Vetor da velocidade v_0 aleatória inicial Price.

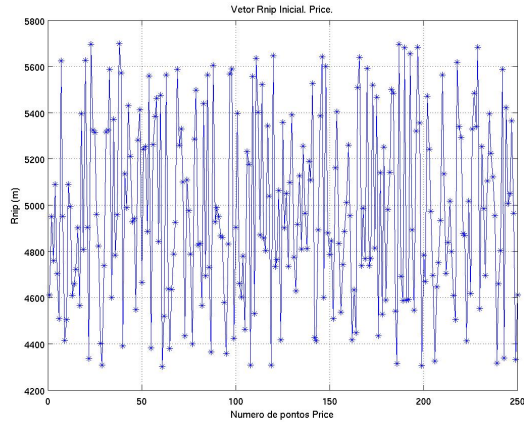


Figure 8: Vetor R_{NIP} aleatório inicial Price.

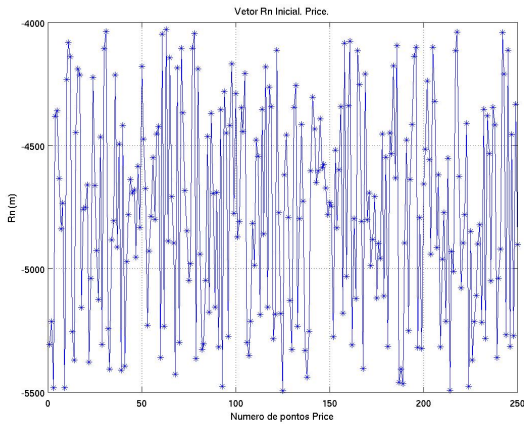


Figure 9: Vetor R_N inicial aleatório Price.

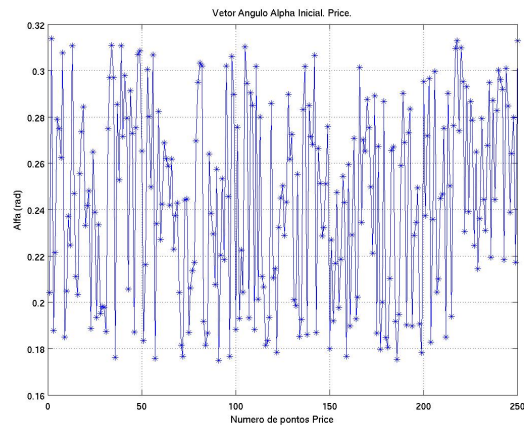


Figure 10: Vetor α_0 inicial aleatório Price.

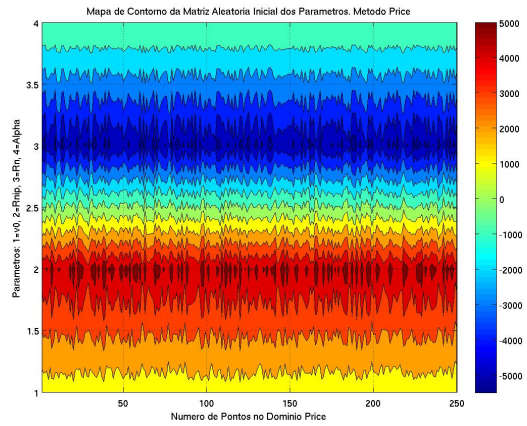


Figure 11: Mapa de contorno da matriz inicial dos parâmetros mostrando a variação aleatória da mesma.

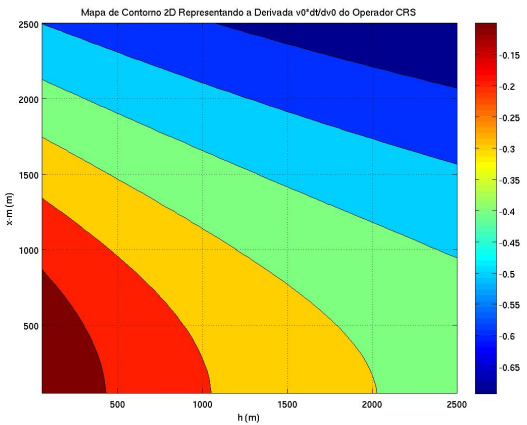


Figure 12: Mapa de contorno da derivada ponderada $v_0 * \partial T(x_m, h; \mathbf{m}) / \partial v_0$ do modelo direto indicando a dependência linear em relação às coordenadas x_m e h .

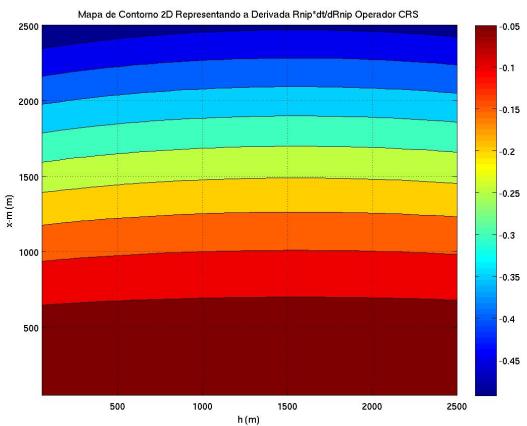


Figure 13: Mapa de contorno da derivada ponderada $R_{NIP} * \partial T(x_m, h; \mathbf{m}) / \partial R_{nip}$ do modelo direto indicando a forte dependência linear em relação à coordenada x_m e constante em relação a h .

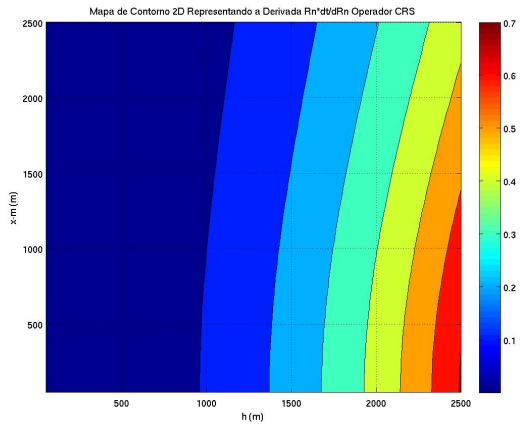


Figure 14: Mapa de contorno da derivada ponderada $R_N * \partial T(x_m, h; \mathbf{m}) / \partial R_N$ do modelo direto indicando a forte dependência linear em relação à coordenada h e quase constante em relação à coordenada x_m .

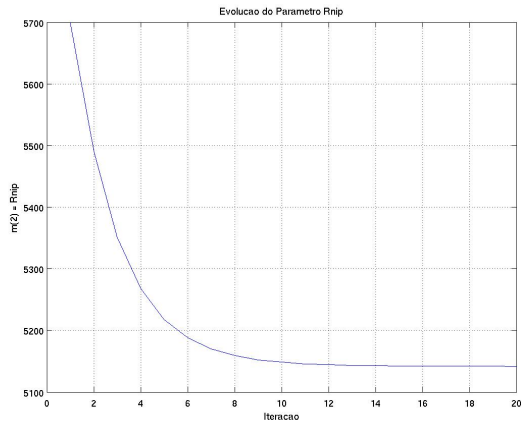


Figure 17: Evolução do parâmetro R_{nip} mostrando a estabilização do processo a partir aproximadamente da décima sexta iteração.

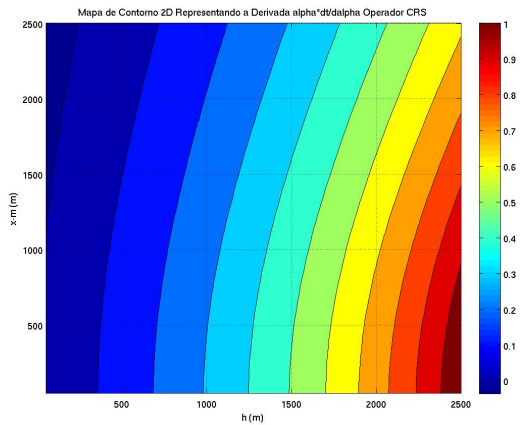


Figure 15: Mapa de contorno da derivada ponderada $\alpha_0 * \partial T(x_m, h; \mathbf{m}) / \partial \alpha$ do modelo direto indicando a forte dependência linear em relação à coordenada h e uma fraca dependência linear em relação à coordenada x_m .

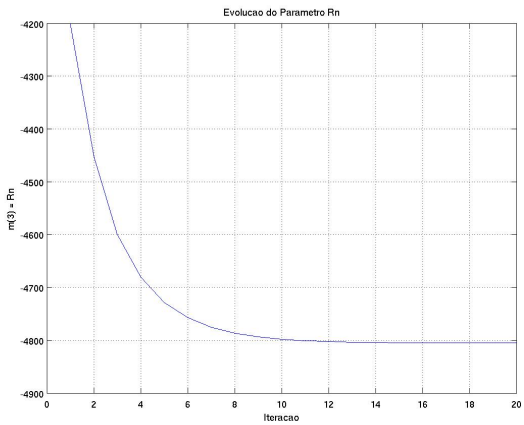


Figure 18: Evolução do parâmetro R_n mostrando a estabilização do processo a partir aproximadamente da décima sexta iteração.

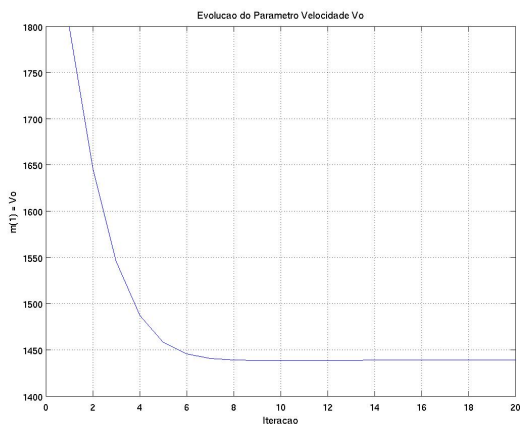


Figure 16: Evolução do parâmetro v_0 mostrando a estabilização do processo a partir aproximadamente da décima quarta iteração.

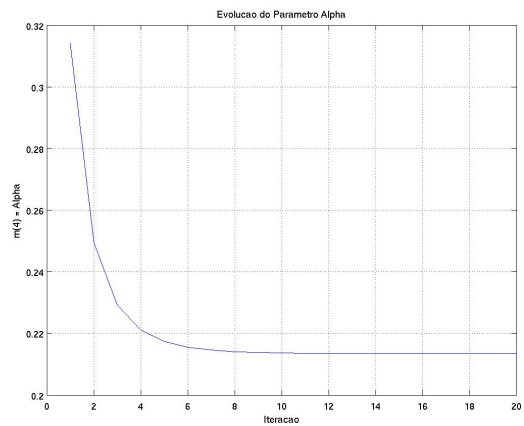


Figure 19: Evolução do parâmetro α_0 mostrando a estabilização do processo a partir aproximadamente da décima segunda iteração.

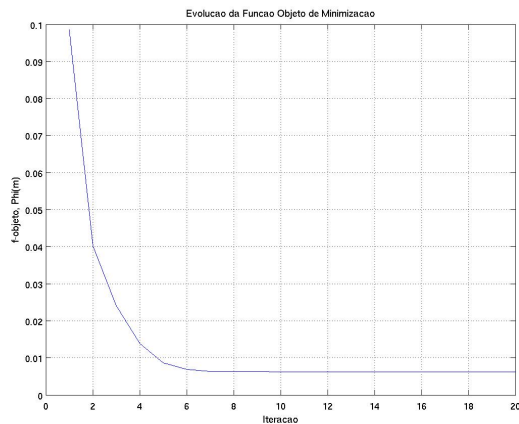


Figure 20: Evolução da função objeto de minimização calculada em 20 iterações mostrando a estabilização do processo a partir aproximadamente da décima iteração.

Conclusões

A busca aleatória controlada demonstrou ser um forte aliado na estratégia de busca dos 4 parâmetros do operador CRS, cujos valores obtidos pela aplicação dos métodos BAC e DSO estão apresentados na tabela abaixo.

Parâmetros	Real	BAC	DSO
v_0 (m/s)	1500	1459,0	1445,8
R_{NIP} (m)	5000	5012,8	5112,3
R_N (m)	-5000	-4910,2	-4800,3
α_0 (radianos)	0,2094	0,2019	0,2186

O número máximo permitido de iterações no método DSO foi 20, a evolução dos parâmetros estão apresentadas nas figuras 16, 17, 18 e 19, e a evolução da função objeto de minimização é dada pela figura 20.

Foi estabelecido que a estratégia da solução pelo método BAC é para ser usada como entrada para o método DSO. No entanto, as soluções obtidas neste trabalho foram realizadas para os dois experimentos separadamente.

O operador de empilhamento CRS pode ser analisado através das derivadas que representam as funções sensibilidade da otimização com relação aos parâmetros, e que são dadas pelas figuras 12, 13, 14 e 15, representantes das derivadas ponderadas segundo a equação (13) que são dadas em unidades de tempo.

No método de empilhamento CRS, a velocidade v_0 é admitida como fixa, mas está representada como mostra o modelo na figura 2.

A conclusão importante parte da observação do comportamento linear das derivadas na janela espacial (x_m, h) , sendo o desejado uma janela tipo côncava que melhor podesse definir a resolução dos parâmetros; isto é, o operador se apresenta com baixa capacidade de resolução, e poderíamos concluir que se faz necessário um bom ponto de partida para a otimização que busca os 4 (ou mesmo 3) parâmetros (v_0 , R_{NIP} , R_N e α_0). Além disso, do ponto de vista da função sensibilidade, seria

necessário o emprego de vínculos como condição a priori para o método de otimização simultânea dos parâmetros.

References

Menke, W., 2002, Geophysical data analysis: discrete inverse theory, Academic Press.

Price, W. L., 1983, Global optimization by controlled random search. Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.40, No. 3, p333-348.

Brachetti, P., Ciccoli, M. De F., Pillo, G. Di., Lucidi, S., 1997, A new version of Price's algorithm for global optimization. Journal of Global Optimization, p165-184.

Mann, J., 2002, Extensions and applications of the common-reflection-surface stack method: Ph.D. thesis, University of Karlsruhe.

Mauch, R., 1999, Coherency Analysis of Seismic Data: M.Sc. thesis, University of Karlsruhe, Germany.

Agradecimentos

Os autores agradecem à PETROBRAS e à FINEP pelo apoio à pesquisa. Os autores R. Santos e W. Vieira agradecem, respectivamente, à ANP e a CAPES pela bolsa de estudos.