

## Inversão não linear da amplitude de ondas sísmicas SH e SV para estimativa de velocidades e densidades na escala de investigação rasa.

Oleg Bokhonok\*, Liliana Alcazar Diogo\*\*, Renato Luiz Prado\*\*

\*IAG/USP - Programa de Pós-graduação

\*\*IAG/USP – Departamento de Geofísica

Copyright 2009, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, August 24-28, 2009.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

This paper shows a numerical study aiming to predict the seismic velocities and densities from non linear AVO analysis of shallow seismic data. To modeling the synthetic data we used the exact solution of the Zoeppritz equations. In this approach we propose only to use the amplitudes of Sv and Sh waves. Searching the minimum values of an objective function we estimated the “real values” of Vp, Vs and densities of the proposed model.

### Introdução

Um dos principais desafios da geofísica aplicada é a obtenção das propriedades elásticas dos sedimentos e rochas em profundidades inferiores a 100 m. Essas informações são muito importantes para a elaboração dos projetos de engenharia, como túneis e grandes fundações (Steeple *et al.*, 1997).

Este trabalho apresenta, através de um caso obtido de simulação numérica, uma proposta de análise dos coeficientes de reflexão da componente cisalhante da onda sísmica visando a obtenção de propriedades elásticas do meio. Uma das vantagens dessa proposição é que torna possível a obtenção das propriedades físicas (Vp, Vs e densidade) unicamente da estrutura sólida do meio investigado. Impossível de ser obtida em registros da onda P em solos saturados, por exemplo.

A análise AVO (variação de amplitude com afastamento) é bastante empregada na indústria do petróleo para estimar os parâmetros físicos do meio geológico. As amplitudes do sinal sísmico refletido podem ser preditas pelas equações formuladas para ondas planas, por Zoeppritz no ano de 1919, nas quais os coeficientes de reflexão e transmissão são dados em função de seis parâmetros elásticos independentes (velocidades da onda P e da onda S e densidade acima e abaixo da interface refletora). Dada a complexidade matemática dessas equações, é comum o uso de linearizações das equações de Zoeppritz para análise AVO. As expressões aproximadas para os coeficientes de reflexão são válidas para ângulos de incidência inferiores ao ângulo crítico.

Em sísmica rasa, porém, é comum o registro de reflexões cujos ângulos de incidência são superiores ao ângulo crítico. Sendo assim neste trabalho optou-se pelo uso da solução exata das equações de Zoeppritz.

Apesar da aquisição de dados de ondas S ser mais complexa do que das ondas compressoriais,

principalmente no que tange a geração da energia de cisalhamento, há grandes incentivos para o estudo e desenvolvimento desta técnica. Destacam-se, a seguir, alguns deles: no registro das ondas S não ocorrem grandes interferências dos ruídos de tráfego, como freqüentemente se verifica na reflexão das ondas P em áreas urbanas (Goforth & Hayward, 1992); o forte contraste de impedância acústica na interface que marca o nível d'água, faz com que a maior parte da energia da onda P seja refletida; refletores abaixo do nível d'água são mais facilmente detectados pela onda S (Goforth & Hayward, 1992; Dasios *et al.*, 1999); em sedimentos inconsolidados a onda S, devido a sua característica de propagação pela porção sólida de um meio polifásico (como os sedimentos saturados), não é afetada pelo grau de saturação, tendo melhores condições de indicar as mudanças litológicas do que a onda P (Dasios *et al.*, 1999);

### Determinação de parâmetros elásticos

Através dos valores de velocidade da onda P ( $\alpha$ ) e da onda S ( $\beta$ ), e a densidade ( $\rho$ ) determinam-se os módulos de elasticidade necessários para caracterização e avaliação das propriedades físicas dos meios.

A determinação de parâmetros elásticos de subsuperfície, formulada pela inversão dos coeficientes de reflexão das ondas Sh e Sv, S refletida é um problema de otimização não linear que consiste em encontrar o vetor de parâmetros  $\mathbf{m} = [m_1, m_2, \dots, m_6]$  de modo que uma função objetivo  $f(\mathbf{m})$  seja otimizada.

### Problema direto

A formulação matemática do problema direto resolvido dentro de processo de inversão corresponde ao cálculo exato dos coeficientes de reflexão  $R_{SvSv}$  e  $R_{ShSh}$ . O problema direto foi implementado em ambiente MatLab com equações extraídas de Ikelle and Amundsen (2005), equações 1 e 2, usando parâmetros de modelo numérico de Pullan & Hunter (1985) (Tabela 1).

**Tabela 1** - Parâmetros de modelo numérico.

$\alpha$ 1	1500 m/s
$\alpha$ 2	3750 m/s
$\beta$ 1	452 m/s
$\beta$ 2	2165 m/s
$\rho$ 1	1530 kg/ $m^3$
$\rho$ 2	2430 kg/ $m^3$

$$R_{SvSv} = -\frac{c_2 d_1 + c_4 d_3}{d_1 d_2 + d_4 d_3} \quad (1)$$

$$R_{ShSh} = \left( \frac{\mu_1 \eta_{\beta_1} - \mu_2 \eta_{\beta_2}}{\mu_1 \eta_{\beta_1} + \mu_2 \eta_{\beta_2}} \right) \quad (2)$$

$$d_1 = 2p^2 \Delta\mu(\eta_{\alpha_1} - \eta_{\alpha_2}) + (\rho_1 \eta_{\alpha_1} + \rho_2 \eta_{\alpha_2});$$

$$d_2 = 2p^2 \Delta\mu(\eta_{\beta_1} - \eta_{\beta_2}) + (\rho_1 \eta_{\beta_2} + \rho_2 \eta_{\beta_1});$$

$$d_3 = p[2\Delta\mu(\eta_{\alpha_1} \eta_{\beta_2} + p^2) - \Delta\rho];$$

$$d_4 = p[2\Delta\mu(\eta_{\alpha_1} \eta_{\beta_1} + p^2) - \Delta\rho];$$

$$c_2 = -[2p^2 \Delta\mu(\eta_{\beta_1} + \eta_{\beta_2}) - (\rho_1 \eta_{\beta_2} - \rho_2 \eta_{\beta_1})];$$

$$c_4 = -p[2\Delta\mu(\eta_{\alpha_2} \eta_{\beta_1} - p^2) + \Delta\rho];$$

$$\eta_{\beta_1} = \sqrt{(p/\beta_1^2) - p^2}$$

$$\eta_{\beta_2} = \sqrt{(p/\beta_2^2) - p^2}$$

$\eta_B$  é a vazarosidade vertical para ondas S,

$p = \text{sen}\theta/\beta_1$  vazarosidade horizontal para ondas S,

$\mu_1 = \beta_1^2 \rho_1$  e  $\mu_2 = \beta_2^2 \rho_2$  são os módulos de cisalhamento.

Na Figura 1 pode ser observado comportamento de amplitude e de fase para ondas cisalhantes Sv e Sh refletidas calculados para o modelo dado na Tabela 1.

#### Função objetivo

A função objetivo utilizada no procedimento de inversão é a função de mínimos quadrados para quantificar a semelhança entre as amplitudes calculadas e observadas da onda cisalhante refletida. Portanto, o melhor ajuste dos dados calculados aos observados está associado ao valor mínimo de  $f_{Rsvsv}$  e  $f_{Rshsh}$  dados pelas expressões:

$$f_{Rsvsv} = \sum_j \left[ \sum_k (A_{j,k}^{obs} - A_{j,k}^{calc})^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$f_{Rshsh} = \sum_j \left[ \sum_k (A_{j,k}^{obs} - A_{j,k}^{calc})^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

Onde: o índice  $j$  refere-se ao número do traço registrado; o índice  $k$  refere-se ao número da amostra dentro da janela de tempo;  $A^{obs}$  são as amplitudes observadas e  $A^{calc}$  são as amplitudes calculadas (problema direto).

Também foi analisada a função objetivo conjunta (5) com intuito avaliar as vantagens em se explorar possível redundância ou complementação de informação.

$$f_{Rconjunta} = f_{Rsvsv} + f_{Rshsh} \quad (5)$$

Os estudos preliminares realizados através de mapas de contorno das funções objetivos são necessários para

revelar a estrutura do problema inverso. Como o problema proposto tem 6 incógnitas, o comportamento da função objetivo foi analisado através de seções transversais (hiperplanos) do espaço de parâmetros  $M$ -dimensional (onde  $M = 6$ ), calculadas variando-se dois dos parâmetros e mantendo-se os demais em seus valores corretos (Tabela 1). Na análise do comportamento das funções objetivo os valores calculados foram representados na forma de curvas de nível e foram considerados os seguintes aspectos: a presença de uma solução (mínimo global) bem definida, a topografia e existência de mínimos locais. As seções transversais mais representativas das funções objetivas estão apresentadas nas Figuras 2 e 3. Pode-se concluir que para a função  $f_{Rshsh}$  está bem definido o mínimo

global para a velocidade de onda S, no entanto a solução para a densidade é muito ambígua. Já no caso de  $f_{Rsvsv}$  para todos os parâmetros do modelo proposto existe um mínimo global bem definido.

#### Otimização dos parâmetros

A busca do ponto do mínimo global da função objetiva foi realizada com o aplicativo MATLAB empregando a função "fminsearch" baseada no algoritmo Simplex de Nelder-Mead (Lagarias et al, 1998). Este é um método direto de busca de mínimo multidimensional não linear sem restrições. Na Tabela 2 estão apresentados os resultados de otimização.

Tabela 2 – Erro na estimativa dos parâmetros elásticos obtidos da otimização das funções  $f_{Rsvsv}$ ,  $f_{Rshsh}$  e  $f_{Rconjunta}$

Parâmetro	Valor exato	Erro (%) $f_{Rsvsv}$	Erro(%) $f_{Rshsh}$	Erro (%) $f_{Rconjunta}$
$\alpha 1$	1500 m/s	-	1.87	1.80
$\alpha 2$	3750 m/s	-	1.87	1.79
$\beta 1$	452 m/s	2.22	1.91	1.80
$\beta 2$	2165 m/s	2.28	1.88	1.86
$\rho 1$	1530 g/m <sup>3</sup>	14.56	2.76	3.76
$\rho 2$	2430 g/m <sup>3</sup>	8.39	2.76	3.76

Analisando a Tabela 2 concluímos que para o modelo numérico testado é possível estimar todos os parâmetros propostos usando o coeficiente de reflexão da onda Sv com um erro inferior a 2% para velocidades da onda P e da onda S e um erro inferior a 3% para densidades. Usando a onda Sh foi possível determinar as velocidades da onda S com um erro inferior a 3%, mas sem sucesso para determinar as velocidades da onda P e as densidades. E finalmente executando uma inversão conjunta usando simultaneamente a onda Sh com a onda Sv não foi possível diminuir o erro na determinação dos parâmetros. Os resultados obtidos na otimização estão coerentes com a análise das seções transversais mais representativas das funções objetivo.

## Conclusões

Os resultados obtidos até o momento indicam que usando a onda Sh é possível obter uma boa estimativa apenas para velocidade da onda S, já a onda SV permite a determinação de todos os parâmetros. Mesmo assim a importância de aquisição da onda Sh não pode ser subestimada, pois pode ajudar na identificação da onda Sv e também contribuir para uma redundância de dados para a determinação da velocidade S.

## Agradecimentos

Ao CNPq Processo No 483725/2007-2

## Referências

DASIOS, A. McCANN, C. FENNING, P. Seismic imaging of the shallow subsurface: shear-wave case histories. **Geophysical prospecting**, v. 47 n. 4, p. 565, 1999.

GOFORTH, T.; HAYWARD, C. Seismic reflection investigations of a bedrock surface buried under alluvium. **Geophysics**, v.57, n.9, p.1217-1227, 1992.

LAGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H., WRIGHT, P. E. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions. **Journal on Optimization**, v. 9. p. 112-147, 1998.

PULLAN, S.E. & HUNTER, J.A.. Seismic model studies of the overburden-bedrock problem. **Geophysics**, v.50, p.1684-1688, 1985.

STEEPLES, D.W.; GREEN, A.G.; McEVILLY, T.V.; MILLER, R.D.; DOLL, W.E.; RECTOR, J.W. A workshop examination of shallow seismic reflection surveying. **The Leading Edge**, v. 16, n. 11, p. 1641-1646, 1997.

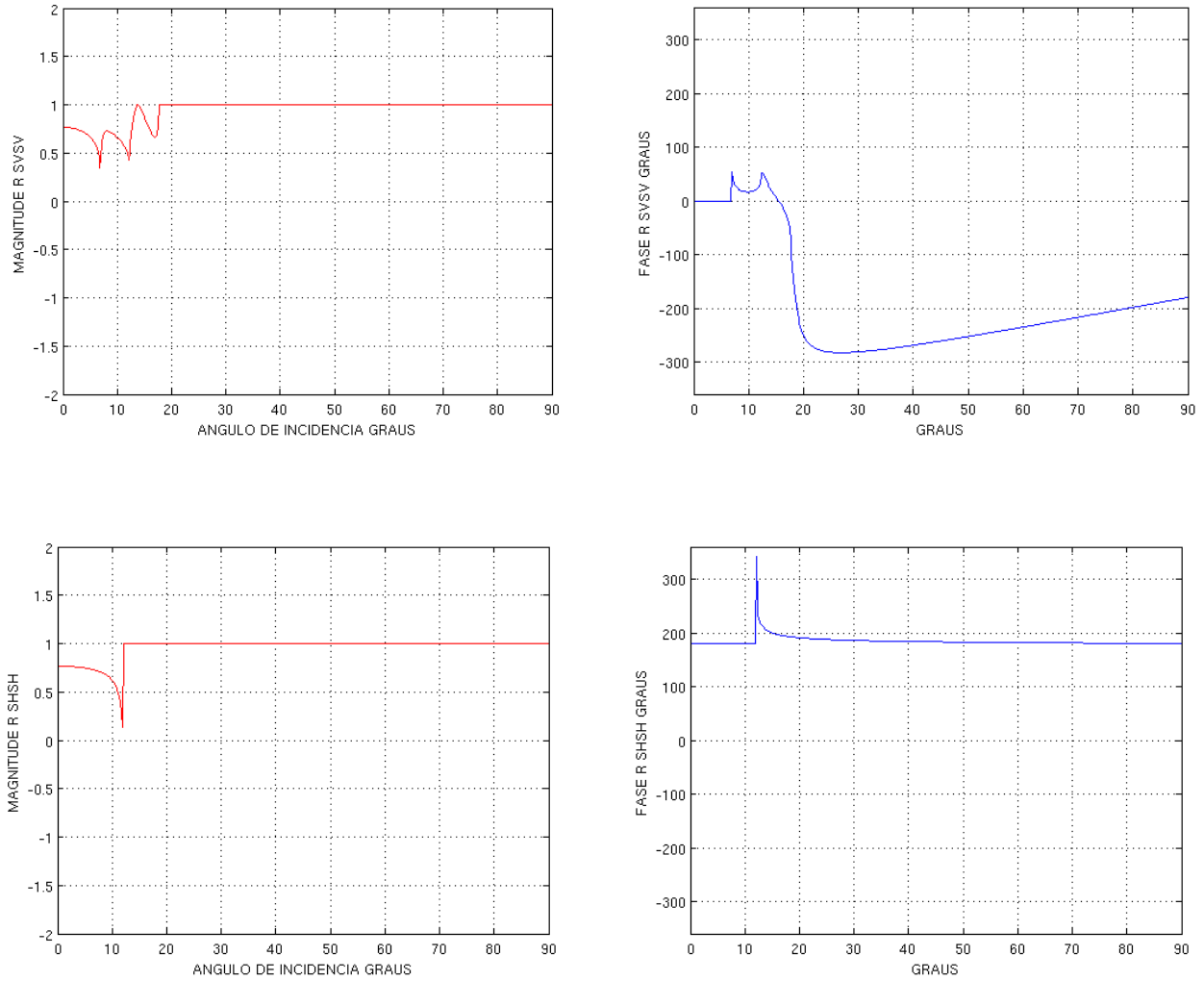


Figura 01 - Características de amplitude e fase da coeficientes de reflexão: (a) Rsvsv; (b) Rshsh; dado modelo da Tabela 1;

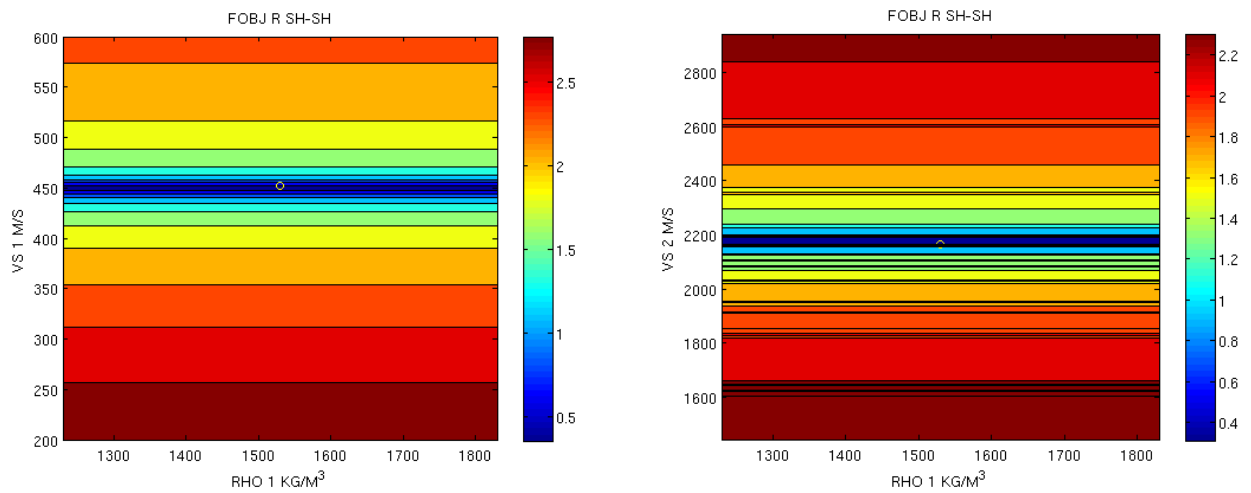


Figura 02 – As seções transversais mais representativas da  $f_{Rshsh}$  ;

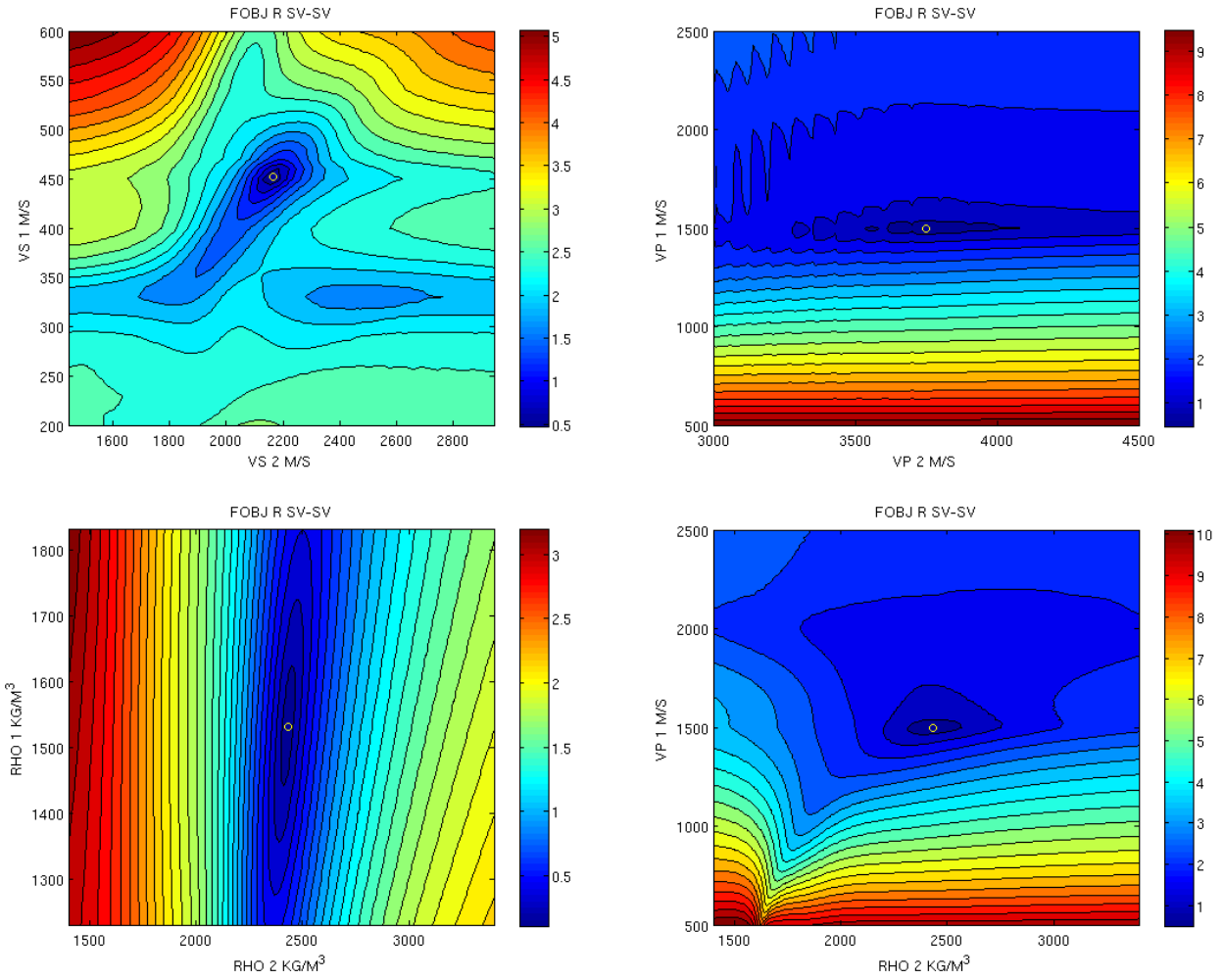


Figura 03 – As seções transversais mais representativas da  $\int_{RSVSV}$  ;