



## Migração Kirchhoff-Gaussian-Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM)

Manuel J. S. Costa, Universidade Federal do Pará – UFPA (Brasil)

German Garabito, Universidade Federal do Pará – UFPA (Brasil)

Carlos A. S. Ferreira, Agência Nacional do Petróleo - ANP (Brasil)

João Carlos R. Cruz, Universidade Federal do Pará – UFPA (Brasil)

Copyright 2009, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, August 24-28, 2009.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 11<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

We present a Kirchhoff-type prestack time migration using the concept of Gaussian Beams (GB's). The approach considers the superposition of paraxial amplitudes in the vicinity of every trace location in a common-offset section, mapped through the determination of the Fresnel volume elements of the seismic experiment. These amplitudes are the stacked and smeared by the use of a GB operator, which is a high-frequency representation of the seismic wavefield, prior to being migrated to its true position in the time domain.

### Introdução

A migração constitui uma das mais importantes etapas do processamento sísmico, tendo como objetivo principal fornecer a imagem dos refletores de interesse em subsuperfície. Em virtude a esta grande importância, ao longo dos anos vêm sendo desenvolvidos métodos de migração com o propósito de melhorar cada vez mais a resolução das imagens em subsuperfície.

Dentre os métodos citados acima se destaca o método de migração Kirchhoff (Schneider, 1978; Bleistein, 1987; Schleicher et al., 1993), o qual é extensamente utilizado pela indústria de petróleo para obter imagens da subsuperfície a partir de dados sísmicos. Isto se deve a um menor custo computacional no processo de migração, a sua rica história na indústria do petróleo e por apresentar um alto grau de confiabilidade, além da facilidade em lidar com fonte irregular e espaçamento de traços e a menor exigência de memória computacional comparada a outros métodos. Além disso, a migração Kirchhoff é bastante versátil, visto que permite imagear dados completos ou apenas partes dele.

Por estas qualidades, a migração do tipo Kirchhoff será aplicada ao presente trabalho. O referido método faz uso da teoria do raio de ordem zero como forma de representar a função de Green do problema do imageamento. Assim, o campo de ondas sísmico é representado por raios geométricos, que são trajetórias de propagação da energia sísmica dentro do meio físico em consideração e que descrevem principalmente fenômenos de reflexão e transmissão do campo de

ondas ao longo de interfaces estruturais. Devido ao caráter de sua aproximação se limitar à ordem zero da série do raio, esta teoria se aplica de forma efetiva em meios onde o comprimento de onda da energia sísmica é muito menor do que as dimensões estruturais que se deseja imagear. Sob estas condições, a propagação do campo de ondas é dita estar no âmbito das "altas frequências" (Hubral et al., 1993) e representada pela teoria do raio de ordem zero.

Particularmente, o presente trabalho lida com o conceito de feixes gaussianos (do inglês *Gaussian Beams* ou GB's) e sua aplicação em uma migração do tipo Kirchhoff pré-empilhamento no tempo. Os feixes gaussianos são soluções harmônico-temporais de ordem zero do campo de ondas sísmico (Klimeš, 1984), cuja representação sob a forma de raios se concentra ao redor do seu "raio central" (Hubral et al., 1993). Os feixes gaussianos são, portanto, raios paraxiais que se propagam conjuntamente com o raio central ao longo de toda a sua trajetória.

Os feixes gaussianos são estáveis em regiões onde as soluções da teoria do raio de ordem zero encontram dificuldades em simular o campo de ondas sísmico, isto é, em zonas onde predominam o aparecimento de cáusticas (cruzamento de raios) e em zonas de sombra, onde o raio não pode ser traçado numericamente, como próximo a flancos de domos ou até mesmo abaixo dessas estruturas. Assim, simular o campo de ondas sísmico através de um feixe gaussiano tem se mostrado como um dos grandes desafios de formar e melhorar a resolução das imagens sísmicas diminuindo assim o risco exploratório de petróleo e gás.

No presente trabalho, o uso dos feixes gaussianos (Popov, 1996; Červený, 2001) em uma migração pré-empilhamento em tempo é representado pela inserção do operador de superposição de feixes gaussianos (Ferreira e Cruz, 2005) no kernel do operador de migração Kirchhoff em tempo. Exemplos numéricos demonstram a influência sobre a imagem da aplicação deste operador quando comparado à migração Kirchhoff tradicional em tempo.

### Metodologia

A forma geral da integral de migração do tipo Kirchhoff é dada pela seguinte forma analítica (Schleicher et al., 1993):

$$I(M) = -\frac{1}{2\pi} \int_A w(\xi; M) D[U(\xi, t = \tau_D(\xi; M))] d\xi \quad (1)$$

$I(M)$  é a amplitude migrada para um dado ponto  $M$  da seção de saída ou seção migrada. Os traços sísmicos,  $U(\xi(t))$ , da seção de entrada, são descritos pelo

parâmetro de configuração  $\zeta$ ; assim, para cada ponto  $M$  da seção de saída, a integral é avaliada nos valores das amplitudes da seção sísmica de entrada, ao longo da trajetória de difração  $\tau_D(\zeta; M)$ , dentro da abertura  $A$ , e ponderada pela função peso  $w(\zeta; M)$  para remover da amplitude migrada o efeito do espalhamento geométrico, o qual tem como caso particular o chamado efeito da divergência esférica. Quando se usa a função-peso com valor unitário, a migração denomina-se cinemática. Neste sentido, repetindo essa operação para todos os pontos da seção de saída, obtém-se a seção migrada. Por fim,  $D[.]$  representa um operador de meia-derivada em relação ao tempo aplicado a cada traço da seção de entrada com o objetivo de recuperar corretamente o pulso-fonte após a migração (Schleicher et al. 1993). A função peso  $w(\zeta; M)$  mencionada anteriormente tem sua forma generalizada na seguinte expressão (Schleicher et al., 1993):

$$w(\zeta, M) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G} |\Gamma_S N_{SM} + \Gamma_{GM}|}{v_S |N_{SM} + N_{GM}|^{\frac{1}{2}}} \times \exp\left[-\frac{i\pi}{2}(k_1 + k_2)\right] \quad (2)$$

Onde  $\alpha_S$  é ângulo que o raio central forma com a normal a superfície na posição da fonte,  $\alpha_G$  é ângulo correspondente no receptor,  $v_S$  é a velocidade no ponto fonte  $S$  e  $\Gamma_S, \Gamma_G$  são constantes relacionadas com aquisição dos dados sísmicos, ou seja, dependem exclusivamente da configuração de media.  $N_{SM}, N_{GM}$  são derivadas de segunda ordem dos tempos de trânsito em relação às coordenadas da fonte e receptor e avaliadas em  $S = G = 0$ , respectivamente. Finalmente,  $k_1$  e  $k_2$  definem os índices  $KMAH$ , os quais determinam o número de causticas dos dois ramos dos raios  $SM$  e  $GM$  (Červený, 2001) e representam compensações de mudanças de fase introduzidas na forma de onda (pulso sísmico) observada no geofone. Escolhendo os valores apropriados de  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_G$ , pode-se particularizar a equação (2) para as principais configurações de processamento. Neste artigo, a seção de entrada será uma seção com afastamento constante (CO), formada por traços sísmicos com um mesmo meio afastamento fonte-receptor ( $h$ ), onde cada traço é representado pela coordenada ponto médio comum ( $x_m$ ), isto é:

$$h = \frac{x_G - x_S}{2} \quad \text{e} \quad x_m = \frac{x_G + x_S}{2} \quad (3)$$

Sendo,  $x_S$  e  $x_G$ , respectivamente, as coordenadas da fonte e do receptor, para um dado afastamento,  $h$ , constante. Neste sentido, seja  $\zeta = x_m$ ,  $x_S = x_m - h$  e

$x_G = x_m + h$ . Assim, a equação (1) para uma configuração CO pode ser reescrita como segue:

$$I(M) = -\frac{1}{2\pi} \int w(x_m; M) D[U(x_m, t = \tau_D(x_m; M))] dx_m \quad (4)$$

Neste caso,  $U(x_m, t)$  representa o dado sísmico ou seção CO a ser migrada. A função peso  $w(x_m, M)$  deve ser própria para o domínio CO e o meio considerado, ou seja,  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_G$  igual a 1. Para um meio homogêneo com velocidade,  $v$ , os tempos de difração são calculados de forma analítica utilizando a seguinte expressão:

$$\tau_D(x_m, M) = \frac{1}{v} \left( \sqrt{(x_0 - x_m + h)^2 + z^2} + \sqrt{(x_0 - x_m - h)^2 + z^2} \right) \quad (5)$$

Esta fórmula permite calcular a curva de difração no domínio CO para um difrator localizado na coordenada horizontal  $x_0$  e na profundidade  $z$ , mas como neste artigo a migração utilizada é em tempo com velocidade constante  $v$ , faz-se uma simples conversão utilizando a relação  $z = vt_M / 2$ , onde  $t_M$  é tempo migrado do ponto  $M$ . Da soma das amplitudes dos traços da seção CO, ponderadas pela função peso ao longo da curva de difração, resulta a amplitude migrada que será atribuída ao ponto  $M$  da seção a ser migrada. Repetindo essa operação para cada ponto  $M$  da seção de saída obtém-se a seção migrada pré-empilhada em tempo. Portanto, é realizada a migração de cada seção CO dos dados sísmicos de cobertura múltipla e a seção migrada final resultará da soma de todas as seções migradas. Agora, atacando o problema de migração pré-empilhamento em tempo de forma modificada, toma-se a equação (4) no domínio da frequência, ou seja:

$$I(M, \omega) = -\frac{i\omega}{2\pi} \int_A w(x_m; M) U^*(x_m, \omega) \times \exp(i\omega \tau_D(x_m, M)) \quad (6)$$

Onde o dado sísmico  $U^*(x_m, M)$  é representado por uma superposição de feixes gaussianos, assim:

$$U^*(x_m, M) = \frac{i\omega}{2\pi} F(\omega) \int_{A^P} dx_m^P \sqrt{\det H_P(x_m^P)} A(x_m^P) \Sigma(x_m^P, L) \times \exp[-i\omega \tau_D(x_m, x_m^P, M)] \quad (7)$$

Onde,  $x_m$  e  $x_m^P$  parametrizam a posição de cada traço no dado sísmico, sendo que este último considera uma contribuição contida na vizinhança de  $x_m$ , localizado dentro de uma zona de Fresnel projetada,  $H_P$  representa o elemento superior direito da matriz zona de Fresnel projetada.  $F(\omega)$  é uma função de espectro da fonte,  $A_P$  é uma zona de Fresnel projetada,  $\sqrt{\det H_P(x_m^P)}$ , ponderador de empilhamento dentro de

uma zona de Fresnel projetada quando o mesmo é executado,  $\Sigma(x_m^p, L)$ , decaimento exponencial gaussiano controlado pelo fator de meia largura  $L$  do feixe gaussiano,  $A(x_m^p) \exp[-i\omega\tau_D(x_m, x_m^p)]$ , representa as contribuições paraxiais nas posições  $x_m^p$  com  $\tau_D(x_m, x_m^p, M)$ , representando uma curva de difração que considera pontos paraxiais  $x_m^p$  projetados em direção a superfície de aquisição dos dados sísmicos. Agora, inserindo a equação (7) em (6) e voltando-se ao domínio do tempo tem-se (Ferreira e Cruz, 2005):

$$I(M) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_A dx_m w(x_m, M) \int_{A^p} dx_m^p \sqrt{\det H_p(x_m^p)} \times D''[x_m, \tau_D(x_m, x_m^p, M)] \quad (8)$$

Onde as aspas em  $D$  indicam uma derivada de segunda ordem em relação ao tempo.

### Exemplo numérico da aplicação das migrações Kirchhoff e Kirchhoff gaussian-beam em tempo

A migração pré-empilhamento do dado sísmico de cobertura múltipla tem o objetivo de verificar a influência da contribuição das seções com afastamento constante na resolução da imagem migrada, dessa forma, visando analisar tal contribuição, foram consideradas 5 seções de afastamento constante com ruído, extraídas do dado de cobertura múltipla, dado este composto de 140 experimentos de fonte comum na superfície, cada qual contendo 48 receptores espaçados igualmente por um intervalo constante de 25m, sendo este intervalo igual para as fontes consecutivas. O afastamento mínimo entre a fonte e o primeiro receptor é de 100m, sendo a função Gabor o sinal da fonte considerada, com frequência dominante de 40HZ. O intervalo de amostragem em cada traço sísmico é de 2ms. Para efeito de ilustração será mostrada na Figura (1) a seção sísmica de entrada com afastamento constante de 100m. Assim, a partir do dado de cobertura múltipla com ruído e considerando 5 seções, foi realizada a migração pré-empilhamento em tempo pelos métodos convencional Kirchhoff, usando o operador da equação (4) e pela migração Kirchhoff modificada em tempo (KGB-PSTM) usando o operador da equação (8). Os resultados são mostrados nas Figuras (2 e 3), pode-se notar claramente que existem diferenças quanto à resolução da imagem em ambas as seções migradas. Na seção migrada da Figura (2), por exemplo, vê-se um grau de contaminação maior na imagem, decorrente da baixa razão sinal/ruído presente no dado de entrada, comparada com a seção migrada da Figura (3), que apesar dos efeitos do operador sofre uma influência menor dos ruídos presentes. No entanto, ambas as imagens podem ser melhoradas com aplicação de um filtro antialiasing. Com relação aos efeitos do operador mais acentuado na Figura (3) pode-se aplicar um taper para estimar de uma forma mais consistente o tamanho do operador relativo inerente a migração Kirchhoff modificada usando os operadores de feixes

gaussianos (Ferreira e Cruz, 2005) diminuindo assim esses efeitos. É valido salientar que neste artigo o aspecto considerado da migração foi o cinemático, mas em trabalhos futuros considerar-se-á o dinâmico.

### Conclusões

Neste trabalho, foram apresentadas a migração convencional Kirchhoff e a modificada (KGB-PSTM), onde nesta última levou-se em consideração o fundamento teórico dos feixes gaussianos. Tais migrações foram implementadas em um dado com ruído e nestes resultados preliminares a migração (KGB-PSTM) já indicou uma melhora na qualidade da seção migrada, quando comparada com a seção oriunda da migração convencional de Kirchhoff. Com relação ao tempo computacional, a migração (KGB-PSTM) apresentou um pequeno acréscimo. Contudo, tal técnica precisa ser aperfeiçoada e então implementar novos testes em dados sintéticos e reais para que se possa caracterizar de uma forma mais precisa a robustez de tal técnica, pois acredita-se que tal aperfeiçoamento torna-se possível, haja vista que em (Ferreira e Cruz, 2005) foram apresentados bons resultados no que diz respeito a essa nova abordagem de migração levando-se em consideração a superposição de feixes gaussianos sendo que na profundidade.

### Agradecimentos

Agradecemos a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Pará - FAPESPA pelo apoio financeiro a qualidade de bolsa de estudo ao primeiro autor deste trabalho.

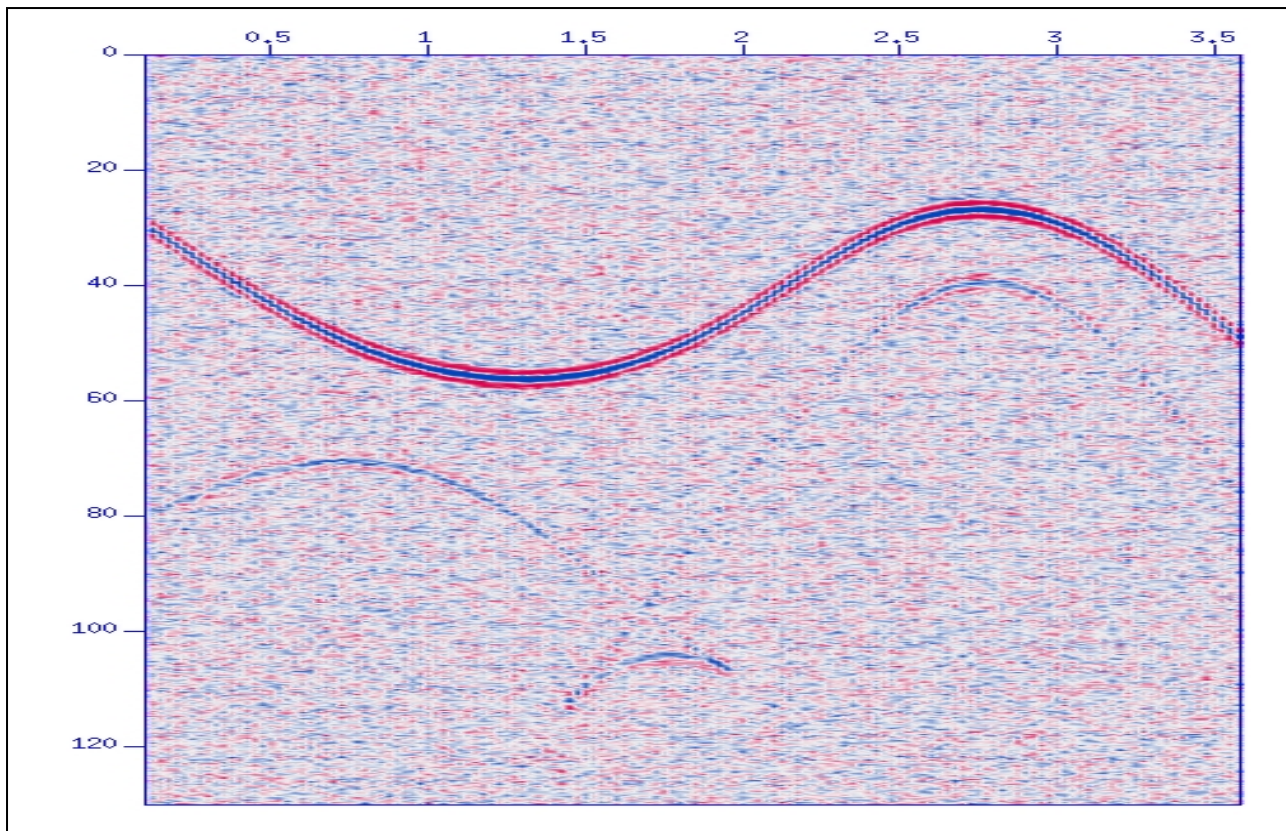
### Referências

- BLEISTEIN, N., 1987. On the imaging of reflectors in the Earth, **Geophysics**, **52**: 931-942.
- ČERVENÝ, V., 2001. **Seismic ray theory**. Oxford University Press.
- FERREIRA, C. A.S.; CRUZ, J. C. R., 2005. Modified Kirchhoff prestack depth migration using the Theoretical and numerical results. IN: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 9. Salvador, Bahia, Brazil.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HANITZSCH, C., 1993. Determination of Fresnel zones from traveltimes measurements. **Geophysics**, **58**: 703-712.
- KLIMĚS, L 1984. Expansion of a high frequency time harmonic wavefield given on an initial surface into Gaussian beams. **GEOPHYS. J. R. Astr. Soc.**, **79**: 105-118.

POPOV, M. M., 1996. **Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists**. PPPG., UFBA, 148p.

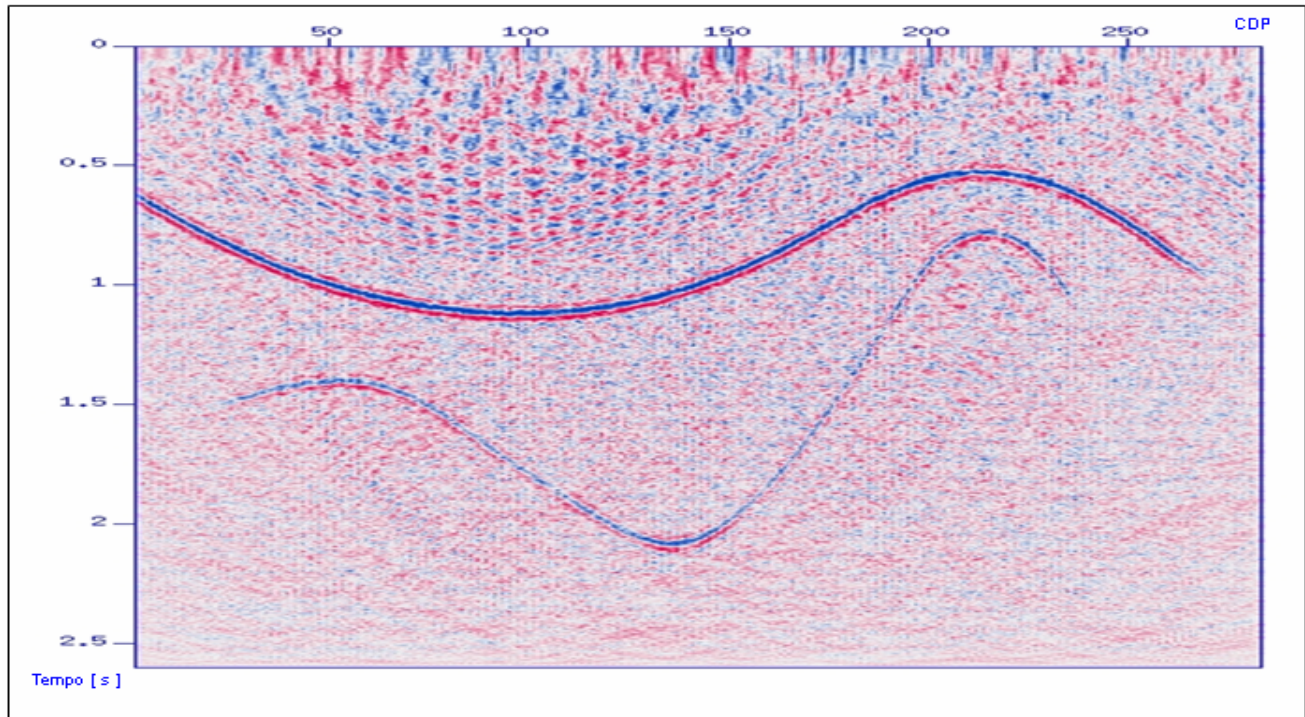
SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P., 1993. 3D true-amplitude finite-offset migration. **Geophysics**, **58**: 1112-1126.

SHNEIDER, W. A., 1978. Integral formulation for migration in two and three dimensions. **Geophysics**, **43**: 49-76.

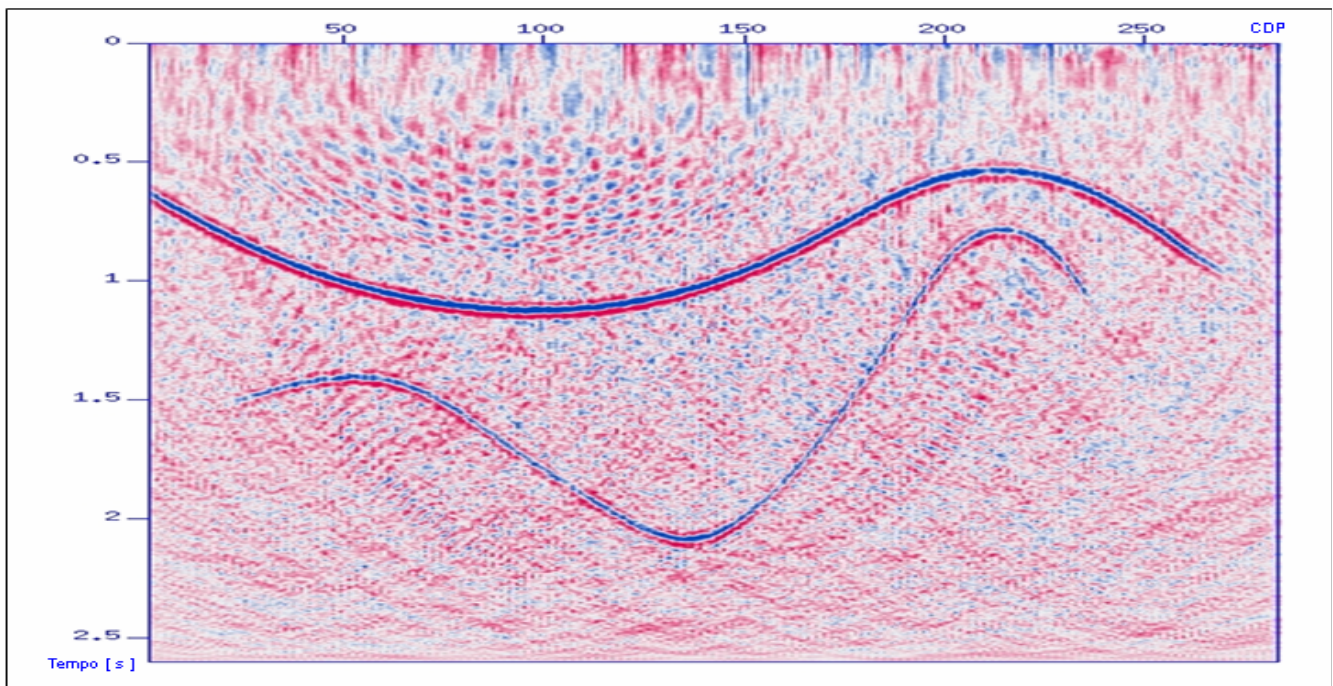


**Figura 1** – Seção sísmica com afastamento constante de 100m extraída do dado sísmico de cobertura múltipla gerado com ruído, cuja razão sinal / ruído é igual a 10.





**Figura 2** – Migração pré-empilhamento em tempo pelo método convencional da migração Kirchhoff. Neste caso o dado sísmico de cobertura múltipla tem razão sinal / ruído igual a 10.



**Figura 3** – Migração pré-empilhamento em tempo da migração Kirchhoff-Gaussian - Beam. Neste caso o dado sísmico de cobertura múltipla tem razão sinal / ruído igual a 10.