

Estimação da geometria de corpos 3D via inversão gravimétrica radial e massa anômala

Vanderlei C. Oliveira Jr. e Valéria C. F. Barbosa (ON/MCT)

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

We present a new 3D gravity-inversion approach that retrieves the geometry of an isolated geologic source with known density contrast and depth of the top. We approximate the source by an interpretation model formed by an ensemble of vertically juxtaposed right prisms whose horizontal cross-sections are described by polygons. The horizontal coordinates defining the vertices of the polygon of each prism are the parameters to be estimated by inversion and the depth of the bottom of the interpretation model is estimated by a new criterion based on the curve of the estimated total-anomalous mass versus the data-misfit measure. Applications to both synthetic and field data sets show that our method obtains stable solutions that recover the geometry of the 3D source and fit the data, even in the case of a complex simulated body with variable dips and strikes. Our method has the advantage of requiring no constraints favoring homogeneity and compactness, which makes it operationally simple.

Introdução

Poucos autores propuseram métodos de inversão gravimétrica para recuperar a geometria de corpos geológicos 3D (ou 2D) sem estimar uma distribuição 3D (ou 2D) de densidade. Nestes poucos métodos, o modelo interpretativo é formado por um prisma horizontalmente infinito e com seção transversal poligonal, no caso de um corpo 2D (Silva e Barbosa, 2004), ou por um corpo poliédrico, no caso de um corpo 3D (Moraes e Hansen, 2001). Nestes casos, a propriedade física (contraste de densidade) do corpo é considerada conhecida e os parâmetros a serem estimados são os contornos do polígono (no caso 2D) ou do poliedro (no caso 3D), que definem o modelo interpretativo.

Neste trabalho, apresentamos um novo método de inversão gravimétrica 3D que é uma generalização do método desenvolvido por Silva e Barbosa (2004) e usa um modelo interpretativo formado por um conjunto de prismas 3D e justapostos verticalmente. Para obter estimativas únicas e estáveis, impusemos vínculos sobre a forma da fonte. Embora o método proposto produza estimativas estáveis e que ajustam os dados dentro da precisão experimental, estas dependem da profundidade máxima estabelecida para o modelo interpretativo. Para

reduzir esta ambiguidade, propusemos um novo critério baseado na curva da estimativa da massa anômala total versus uma medida de desajuste dos dados. Testes com dados sintéticos mostram que o método pode ser útil na estimação da geometria de corpos 3D complexos e isolados. O método também foi aplicado aos dados reais sobre o greenstone belt Matsitama, Botsuana. A estimativa ajusta os dados de forma aceitável e mostra uma intrusão inclinada com mergulhos e strikes variáveis e profundidade máxima de 8,0 km.

Metodologia

Problema direto

Seja g_i^{obs} a i -ésima observação, no ponto (x_i, y_i, z_i) , da anomalia de gravidade produzida por uma fonte localizada em subsuperfície e com profundidade z_0 do topo conhecida. Consideramos que o contraste de densidade entre a fonte geológica e as rochas encaixantes seja constante ou variável com a profundidade. Para delinear o contorno 3D da fonte, aproximamos o seu volume por um conjunto de L prismas retos e justapostos verticalmente. O contraste de densidade de cada prisma, ρ^k , $k = 1, \dots, L$, é considerado constante e conhecido. Cada prisma tem a espessura dz constante e conhecida e a seção horizontal descrita por um polígono com um número M fixo de vértices igualmente espaçados entre 0° e 360° . Os vértices do polígono são descritos em coordenadas polares referidas a uma origem arbitrária O^k dentro do polígono (Figura 1).

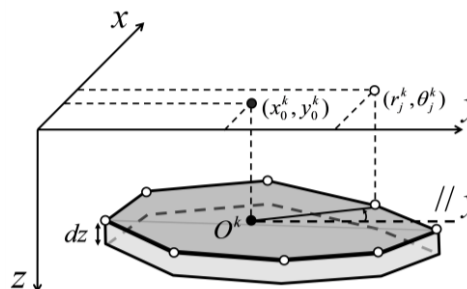


Figura 1: Representação esquemática do k -ésimo prisma do modelo interpretativo. Os círculos brancos representam os vértices e o círculo preto O^k representa a origem arbitrária do polígono que define a seção horizontal do k -ésimo prisma.

As distâncias radiais dos vértices $(r_j^k, j = 1, \dots, M, k = 1, \dots, L)$ e as coordenadas Cartesianas horizontais $(x_0^k$ and $y_0^k, k = 1, \dots, L)$ da origem arbitrária $O^k, k = 1, \dots, L$, do conjunto de L prismas verticalmente justapostos são os elementos do vetor P -dimensional de parâmetros \mathbf{m} , em

que $P = L(M + 2)$. A componente vertical da atração gravitacional exercida pelo conjunto de L prismas na i -ésima posição (x_i, y_i, z_i) é dada por

$$g_i(\mathbf{m}) \equiv \sum_{k=1}^L f_i^k(\rho^k, dz, z_0, \mathbf{m}), \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

sendo N o número de observações da anomalia de gravidade e $f_i^k(\rho^k, dz, z_0, \mathbf{m})$ uma função não-linear, definida com base no trabalho de Plouff (1976), que calcula o efeito gravitacional produzido pelo k -ésimo prisma na posição (x_i, y_i, z_i) .

Problema inverso

Formulamos uma inversão não-linear que consiste em estimar, a partir dos dados gravimétricos, o vetor de parâmetros \mathbf{m} que minimiza a função objetivo

$$\Gamma(\mathbf{m}) = \Psi(\mathbf{m}) + \mu \sum_{\ell=1}^6 \alpha^\ell \Phi^\ell(\mathbf{m}), \quad (2a)$$

sujeito a

$$m_{i \min} < m_i < m_{i \max}, \quad i = 1, \dots, P, \quad (2b)$$

em que $m_{i \min}$ e $m_{i \max}$ são estabelecidos pelo intérprete como os limites inferior e superior, respectivamente, do i -ésimo elemento m_i do vetor \mathbf{m} e $\Psi(\mathbf{m})$ é a função do ajuste dada por

$$\Psi(\mathbf{m}) = \frac{1}{N - P} \sum_{i=1}^N [g_i^{obs} - g_i(\mathbf{m})]^2.$$

As funções $\Phi^\ell(\mathbf{m})$, $\ell = 1, \dots, 6$, na equação 2a, representam os vínculos impostos a geometria da fonte, α^ℓ define o peso do ℓ -ésimo vínculo e, finalmente, μ é um escalar positivo que controla a importância relativa entre a função do ajuste e os vínculos. O mínimo da função $\Gamma(\mathbf{m})$ (Equação 2a) será obtido pelo método de Marquardt. Para incorporar as desigualdades dadas na equação 2b, utilizamos uma função homeomórfica (Barbosa *et al.* 1999). Neste método, introduzimos seis tipos de vínculos:

- Vínculo de suavidade sobre distâncias radiais adjacentes pertencentes a um mesmo prisma – Este vínculo impõe que distâncias radiais adjacentes dentro de um mesmo prisma sejam próximas.
- Vínculo de suavidade sobre distâncias radiais adjacentes pertencentes a prismas adjacentes – Este vínculo impõe que distâncias radiais adjacentes pertencentes a prismas adjacentes sejam próximas.
- Vínculo do contorno aflorante – No caso de corpos aflorantes, este vínculo impõe que a seção horizontal do prisma mais raso seja próxima ao contorno da parte aflorante do corpo geológico.
- Vínculo do ponto aflorante – No caso de corpos aflorantes, este vínculo impõe que as coordenadas Cartesianas horizontais da origem arbitrária do prisma mais raso sejam próximas as coordenadas Cartesianas horizontais de um ponto conhecido sobre a parte aflorante do corpo geológico.
- Vínculo de suavidade sobre as origens – Este vínculo impõe que as coordenadas Cartesianas Horizontais das origens de prismas adjacentes seja próximas

- Vínculo de mínima norma Euclidiana sobre as distâncias radiais – Este vínculo impõe que todas as distâncias radiais estimadas sejam próximas ao valor nulo.

Critério para estimar a profundidade verdadeira (ou mínima) da base da fonte 3D

Quando definimos o modelo interpretativo na subseção intitulada Problema Direto, implicitamente definimos a profundidade máxima da base do corpo geológico como sendo:

$$z_{\max} = z_0 + L dz. \quad (4)$$

Após estabelecer o modelo interpretativo, nosso método obtém uma estimativa estável da geometria 3D da fonte por meio da minimização da função $\Gamma(\mathbf{m})$ (Equação 2a) sujeita a desigualdade (2b). Entretanto, para diferentes valores de z_{\max} , o método produz outras estimativas estáveis e que também ajustam os dados. Para contornar este problema, desenvolvemos um critério para estimar um z_{\max} ótimo que é baseado na relação entre a estimativa da massa total anômala m_t e uma medida de desajuste s . Se utilizarmos um z_{\max} menor que o verdadeiro, os dados gravimétricos calculados tendem a subestimar os dados gravimétricos observados. Por outro lado, se utilizarmos um z_{\max} maior que o verdadeiro, os dados gravimétricos calculados tendem a superestimar os dados gravimétricos observados. Finalmente, se utilizarmos um z_{\max} que coincide com o verdadeiro, os dados calculados ajustam os dados observados e se espera um valor mínimo para a medida de desajuste s . Desta forma, variando o valor da profundidade máxima do modelo interpretativo (z_{\max} , Equação 4) e rodando nossa inversão várias vezes, podemos construir uma curva $m_t \times s$ curve. O valor tentativo para z_{\max} que produzir a menor medida de desajuste s é uma estimativa da profundidade verdadeira (ou mínima) da base da fonte.

Aplicação a dados sintéticos

Nesta aplicação nós ilustramos como a profundidade verdadeira (ou mínima) da base da fonte pode ser estimada pela curva $m_t \times s$. Para tanto, simulamos três corpos intrusivos, inclinados, aflorantes e com contraste de densidade ρ igual a 0,5 g/cm³. O primeiro é um corpo raso com profundidade da base igual 3,0 km (prismas vermelhos na Figura 2). O segundo é um corpo intermediário com profundidade da base igual a 6,0 km (não mostrado). Por último, o terceiro é um corpo profundo com profundidade da base igual a 9,0 km (prismas vermelhos na Figura 3).

A Figura 4 mostra a curva $m_t \times s$ em que os pontos estão relacionados com os diferentes valores de profundidade máxima z_{\max} (Equação 4), que variam de 1,0 km até 11,0 km e estão espaçados de 1,0 km. A curva referente ao corpo raso (linha azul na Figura 4) e ao corpo intermediário (linha vermelha na Figura 4) sugerem, respectivamente, que z_{\max} seja igual a 3,0 km e 6,0 km, coincidindo com a profundidade da base do corpo verdadeiro e, neste caso, o método recuperou completamente a geometria da fonte e ajustou os dados

(Figura 2). No entanto, a curva referente ao corpo profundo (linha verde na Figura 4) não mostra um mínimo bem definido de s , o que significa que os dados não têm resolução suficiente para recuperar completamente a geometria da fonte. Neste caso, a curva m_t x s mostra que, embora modelos interpretativos com z_{\max} maior ou igual a 6,0 km possam gerar estimativas que ajustam os dados, o método não é capaz de recuperar a geometria da fonte abaixo dessa profundidade (Figura 4f). Este resultado mostra o desempenho excelente do nosso método em recuperar completamente a geometria da fonte quando os dados têm resolução suficiente para isso.

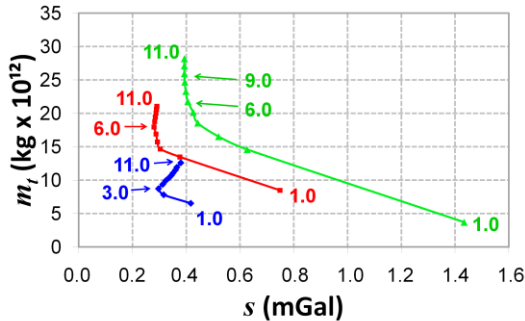


Figura 4: Curvas m_t x s obtida para os corpos sintéticos, inclinados e aflorantes. Os pontos estão associados aos diferentes valores de z_{\max} utilizados para o modelo interpretativo. As linhas azul, vermelha e verde são referentes, respectivamente, aos corpos sintéticos com profundidade da base igual a 3,0, 6,0 e 9,0 km. Os mínimos bem definidos de s nas curvas azul e vermelha fornecem, respectivamente, estimativas das profundidades verdadeiras das bases dos corpos raso (3,0 km) e intermediário (6,0 km). O mínimo mal definido de s na curva verde permite apenas estimar uma profundidade mínima igual a 6,0 km para a profundidade da base do corpo profundo.

Aplicação a dados reais

Os dados gravimétricos originais (Reeves 1985) indicam que o greenstone belt arqueano Matsitama (nordeste de Botsuana) se estende em direção a oeste e depois em direção a nordeste. Nesta área, um furo pouco profundo feito nos sedimentos para a exploração de carvão confirmou a presença de rocha Precambrianas ultramáficas. A Figura 5a mostra a anomalia Bouguer residual (linhas vermelhas) sobre o greenstone belt Matsitama.

A curva m_t x s (Figura 5c) foi construída computando-se oito inversões com z_{\max} (Equação 4) variando de 3,0 a 10,0 km, separados de 1,0 km. Em todas as inversões consideramos um contraste de densidade constante igual a 0,4 g/cm³ entre o greenstone belt Matsitama e as rochas encaixantes e usamos como aproximação inicial o corpo preto mostrado na Figura 5b. A Figura 5c mostra um mínimo bem definido de s associado a uma profundidade de 8,0 km. A estimativa (prismas amarelos na figura 5b) produz uma anomalia de gravidade (linhas azuis em 5a) que ajusta aceitavelmente os dados e recupera um corpo inclinado com mergulhos e strikes variados. Este resultado é consistente com as informações geológicas reportadas por Reeves (1985).

Conclusões

Propusemos um método de inversão gravimétrica 3D e o critério da curva m_t x s para estimar a geometria de corpos geológicos isolados 3D. Consideramos que o contraste de densidade e a profundidade do topo da fonte são conhecidos. Aplicações a dados sintéticos e reais mostram a eficiência do nosso método em recuperar a geometria de fonte 3D e ajustar os dados, mesmo no caso de corpos sintéticos complexos com mergulhos e strikes variados.

Agradecimentos

Esta pesquisa foi patrocinada pelas agências brasileiras de fomento CNPq e CAPES.

Referências

- Plouff, D. [1976] Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics*, **41**(4), 727-741.
- Reeves, C.V. [1985] The Kalahari Desert, central southern Africa: A case history of regional gravity and magnetic anomaly maps, *in* W. J. Hinze, eds., *The utility of regional gravity and magnetic anomaly maps*: **SEG**, 144-153.
- Barbosa, V.C.F., Silva, J.B.C. and Medeiros, W.E. [1999] Gravity inversion of discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth. *Geophysics*, **64**(5), 1429-1437.
- Moraes, R.A.V. and Hansen, R.O. [2001] Constrained inversion of gravity fields for complex 3D structures. *Geophysics*, **66**(2), 501-510.
- Silva, J.B.C. and Barbosa, V.C.F. [2004] Generalized radial inversion of 2D potential field data. *Geophysics*, **69**(6), 1405-1413.

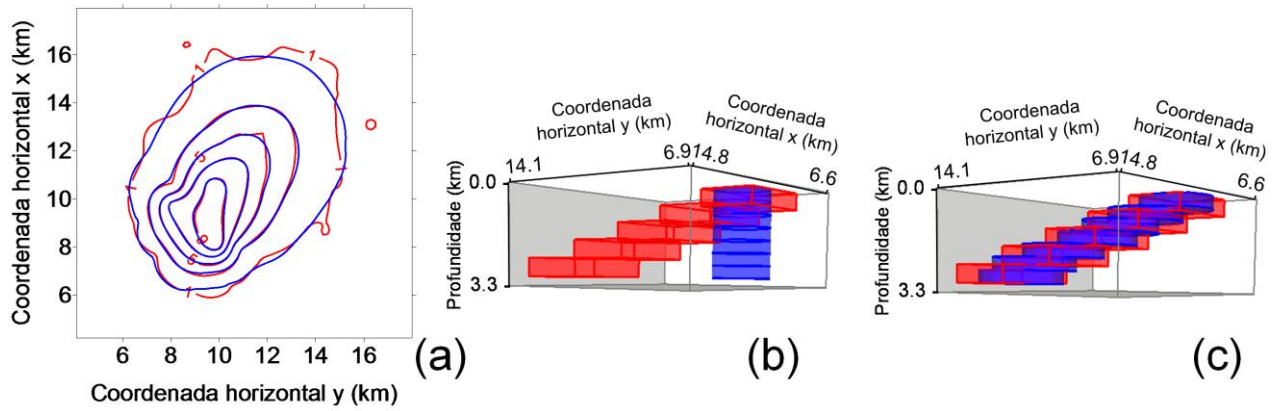


Figura 2: Teste sintético com o corpo raso. (a) Anomalia de gravidade corrompida com ruído (linhas vermelhas) produzida pelo corpo sintético (prismas vermelhos mostrados em b e c). Anomalia de gravidade (linhas azuis) produzida pela estimativa (prismas azuis em c). (b) Vista em perspectiva do corpo verdadeiro (prismas vermelhos) e da aproximação inicial (prismas azuis). (c) Vista em perspectiva do corpo verdadeiro (prismas vermelhos) e da estimativa (prismas azuis). As anomalias mostradas em a estão em mGal.

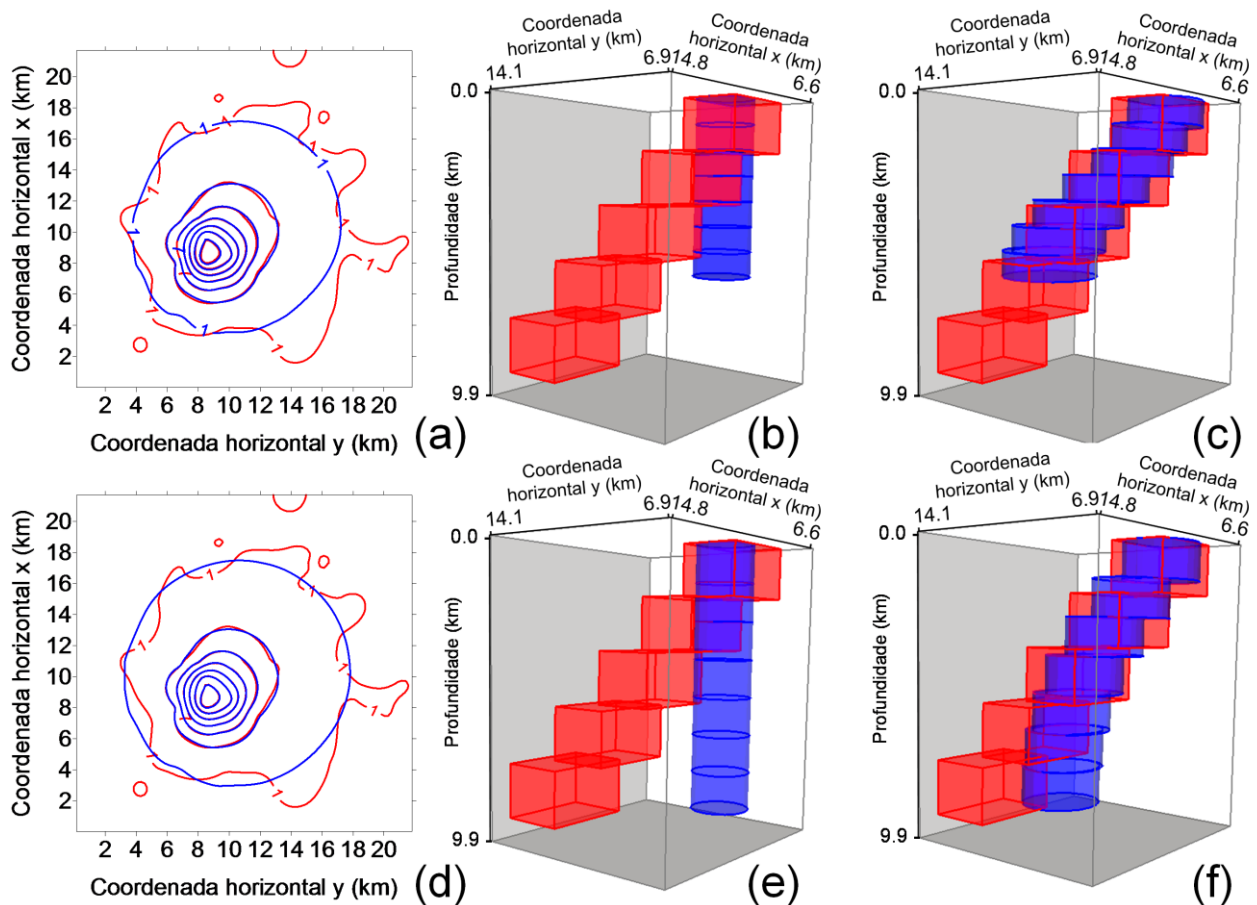


Figura 3: Teste sintético com o corpo profundo. (a) Anomalia de gravidade corrompida com ruído (linhas vermelhas) produzida pelo corpo sintético (prismas vermelhos mostrados em b, c, e e f). Anomalia de gravidade (linhas azuis) produzida pela estimativa com profundidade da base igual a 6,0 km (prismas azuis e c). (b) Vista em perspectiva do corpo verdadeiro (prismas vermelhos) e da aproximação inicial (prismas azuis). (c) Vista em perspectiva do corpo verdadeiro (prismas vermelhos) e da estimativa com profundidade da base igual a 6,0 km (prismas azuis). (d) Anomalia de gravidade corrompida com ruído (linhas vermelhas) produzida pelo corpo sintético (prismas vermelhos mostrados em b, c, e e f). Anomalia de gravidade (linhas azuis) produzida pela estimativa com profundidade da base igual a 9,0 km (prismas azuis em f). (e) Vista em perspectiva do corpo verdadeiro (prismas vermelhos) e da aproximação inicial (prismas azuis). (f) Vista em perspectiva do corpo verdadeiro (prismas vermelhos) e da estimativa com profundidade da base igual a 9,0 km (prismas azuis). As anomalias mostradas em a e d estão em mGal.

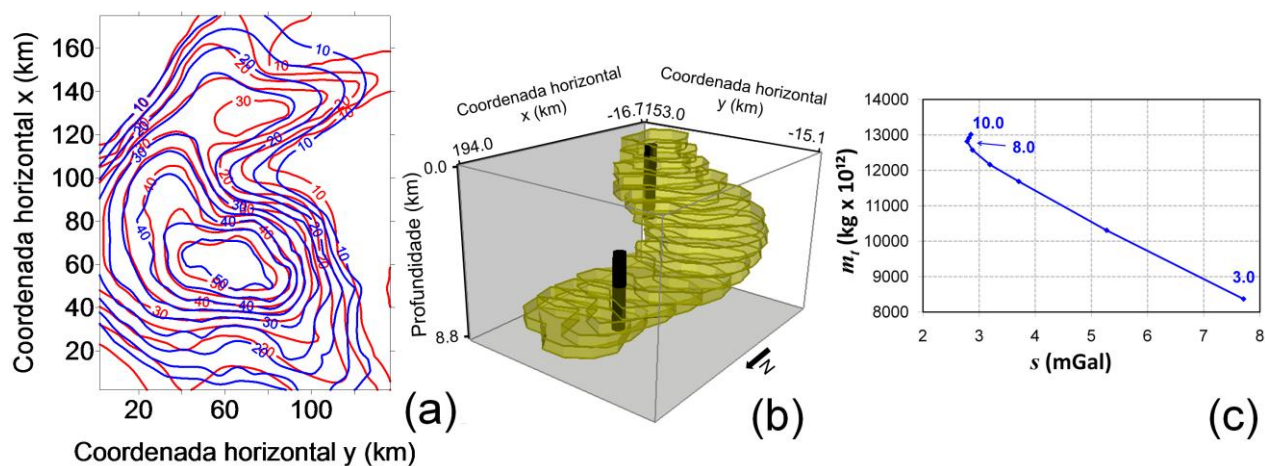


Figura 5: Greenstone belt Matsitama (Botsuana). **(a)** Anomalia Bouguer observada (linhas vermelhas) e anomalia (linhas azuis) produzida pela estimativa (prismas amarelos) mostrada em **b**. Ambas estão em (mGal). **(b)** Vista em perspectiva da estimativa (prismas amarelos) e da aproximação inicial (prismas pretos) usando a profundidade da base igual a 8,0 km, que foi estimada com base na curva $m_t \times s$ mostrada em **c**. **(c)** Curva $m_t \times s$ em que os pontos e os números estão relacionados com os diferentes valores de z_{max} estabelecidos para o modelo interpretativo.