



Ajustamento de observações gravimétricas com precisão de microgal.

Francismar R. Berquó, ON/MCT, Brasil*

Iris Pereira Escobar, Uerj, Brasil

Andrés R. R. Papa, ON/MCT e Uerj, Brasil

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

The gravity observation adjustment is studied having in view to take full advantage of the modern technology of gravity measurement. We present here results of a test performed with the mathematical model proposed by Dias and Escobar (2001), here named D&E model, on the adjustment of gravity observations carried out on network design. The data set of the Brazilian Fundamental Gravity Network (BGFN) was used as case study. With about 1900 mGal gravity range and 11 control station (Torge *et al*, 1994) the BGFN was established with the use of LaCoste&Romberg (LCR), model G, gravimeters. The observables involved in the model are instrumental reading, calibration functions of the gravimeters used and the absolute gravity values at the control stations. Gravity values at the gravity stations and datum scale factors for each gravimeter were determined by least square method. The results indicate good adaptation of D&E model to network adjustments. The gravity value in the IFE-172 station control, located in Santa Maria, had the largest estimated correction of $-12.6 \mu\text{Gal}$ ($1 \mu\text{Gal}=10 \text{ nm/s}^2$), and the standard deviation for an observed reading was estimated in $25 \mu\text{Gal}$, with the largest residual estimated in $43 \mu\text{Gal}$. The largest correction to the calibration functions was $4,3 \cdot 10^{-6} \text{ mGal/instrumental unit}$. Considering the recent improvement on instrumental technology in gravimetry, the D&E model was modified to take into account a possible non linear datum function, in a 1900 mGal range network, and to check its significance for a μGal precision.

Introdução

A gravimetria tem experimentado desenvolvimento considerável nos últimos anos, tanto na técnica de medição absoluta como na relativa. Os modernos gravímetros possibilitam observações com precisão de alguns microgals ($1 \text{ microgal}=10 \text{ nm/s}^2$), o que significa um aprimoramento de pelo menos uma ordem de grandeza em relação aos instrumentos das gerações anteriores. Esta realidade aconselha a revisão da técnica de processamento de observações gravimétricas, visando aproveitar plenamente a moderna tecnologia instrumental. Este cuidado é especialmente recomendado quando os pontos de observação são projetados em estrutura de rede de referência para futuros levantamentos. Neste caso, a qualidade dos resultados deve ser a melhor possível, assegurando alta precisão e homogeneidade aos valores de gravidade da

rede. Portanto, o levantamento de uma rede gravimétrica de referência envolve, obrigatoriamente, a aquisição de dados superabundantes, utilizando diferentes instrumentos. Isso implica na necessidade de ajustar as observações com um modelo matemático adequado e condições impostas para compensar as ambigüidades. Dias e Escobar (2001) desenvolveram um modelo linear para ajustamento gravimétrico, aqui denominado modelo D&E, que foi aplicado a uma linha de estações gravimétricas estendida de norte a sul do Brasil. Este modelo matemático foi desenvolvido para ajustamento de observações efetuadas com gravímetros LaCoste&Romberg (LCR), modelo G, e utiliza como grandezas observáveis as leituras instrumentais corrigidas da deriva e maré, expressas em unidades de leituras e os coeficientes das funções de calibração dos gravímetros.

Considerando o recente desenvolvimento da tecnologia instrumental em gravimetria, este trabalho propõe o teste e o aprimoramento do modelo D&E para sua aplicação no ajustamento de redes gravimétricas atuais.

Para testar o modelo D&E em ajustamento de rede, utilizaram-se os dados da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira –RGFB (Escobar, 1987).

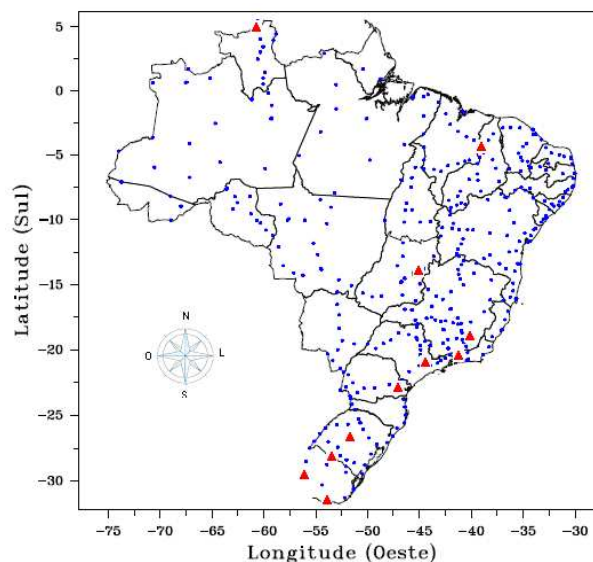


Figura 1: Estações gravimétricas da RGFB. As estações absolutas estão representadas por (▲) e as estações relativas por (●) (Escobar, 1987).

Base de Dados: Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira

A RGFB (Figura1) (Escobar, 1987) é constituída de 6116 intervalos de gravidade totais ou 12232 leituras instrumentais que estão distribuídas pelas 525 estações gravimétricas, das quais 11 são estações gravimétricas absolutas, determinadas com gravímetro absoluto

balístico de queda livre (Tabela 2) (Gemael *et al*, 1990; Torge *et al*, 1994). Agrupando as medidas referentes aos mesmos intervalos de gravidade por gravímetros que participaram da aquisição das leituras instrumentais, tivemos 1653 intervalos de gravidade que foram inseridos no ajustamento da RGFB.

Esses intervalos de gravidade totais foram medidos com 16 gravímetros diferenciais LCR, modelo G, com os seguintes números de série: G-011, G-013, G-041, G-061, G-190, G-194, G-231, G-257, G-372, G-454, G-602, G-613, G-622, G-628, G-674, G-703. A Tab. 1 mostra o número de medições realizado para cada gravímetro.

Tabela 1. A utilização dos gravímetros LCR, modelo G, nos dados da RGFB.

Código do LCR	Menor leitura	Maior leitura	Intervalos de gravidade
G011	1609.553	2370.341	91
G013	2880.889	3302.847	41
G041	1520.558	2330.527	113
G061	1469.612	2321.985	1141
G190	2457.583	2954.319	17
G194	2463.438	2961.072	19
G231	1889.077	2328.117	6
G257	1524.155	2962.080	2120
G372	1668.689	2505.646	23
G454	1634.348	3199.819	92
G602	1305.620	3220.530	1078
G613	2010.175	2782.882	20
G622	1430.832	3263.846	859
G628	1546.780	2315.820	20
G674	1424.929	2329.995	430
G703	2849.240	3280.568	46
Total	-	-	6116

Tabela 2. Estações gravimétricas absolutas com seus respectivos códigos, localizações e valores de gravidade (Gemael *et al*, 1990; Torge *et al*, 1994).

Código das estações	Localização das estações absolutas	Valores de "g" (mGal)
IFE-040	St. El. Uairen (VEN)	977822,084 ± 0,010
IFE-112	Teresina (BRA)	978016,343 ± 0,010
IFE-122	Brasília (BRA)	978048,798 ± 0,010
IFE-132	Viçosa (BRA)	978460,230 ± 0,010
IFE-142	Vassouras (BRA)	978637,581 ± 0,010
IFE-152	Vinhedo (BRA)	978563,778 ± 0,010
IFE-162	Curitiba (BRA)	978760,387 ± 0,010
IFE-172	Santa Maria (BRA)	979261,636 ± 0,010
IFE-212	Rivera (URU)	979344,377 ± 0,010
IFE-222	Toledo (URU)	979715,855 ± 0,010
IFE-232	Payssandu (URU)	979523,526 ± 0,010

As observações da linha de calibração gravimétrica Observatório Nacional – Agulhas Negras (Escobar *et al*, 1996) foram incorporadas aos dados da RGFB para favorecer o melhor controle das escalas dos instrumentos no ajustamento. Essa linha de calibração (Figura 2) é composta de cinco estações gravimétricas com uma amplitude de 628 mGal desmembradas em quatro intervalos de gravidade. O percurso do Observatório Nacional ao Parque de Itatiaia tem aproximadamente

250km, com uma diferença de altitude de cerca de 2500 m. A Tab.3, mostra os valores dos intervalos de gravidade entre as estações gravimétricas.

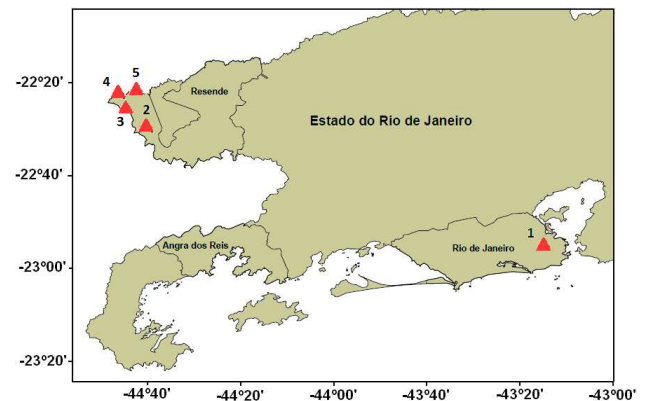


Figura 2. Distribuição das 5 estações gravimétricas da Linha de Calibração ON-AN no Estado do Rio de Janeiro com a seguinte numeração: 1 - Rio de Janeiro "C"; 2 - Engenheiro Passos; 3 - Fazenda Lapa; 4 - Marco Zero; e 5 - Posto do Ibama (Escobar *et al*, 1996).

Tabela 3. Descrição das estações gravimétricas da Linha de Calibração ON-AN.

Código da estação	Nome da estação	Altitude (m)	Δg entre estação
016080	Rio de Janeiro "c"	18	191 mGal
CAL-02	Engenheiro Passos	480	181 mGal
CAL-03	Fazenda Lapa	1300	94 mGal
CAL-04	Marco Zero	1669	162 mGal
CAL-05	Posto do Ibama	2500	-

Efeitos nas medidas relativas de gravidade

As leituras efetuadas em um mesmo ponto com um gravímetro diferencial não são constantes; as principais causas dessa variação são: a deriva instrumental e o efeito da maré luni-solar. Neste trabalho, estes efeitos foram corrigidos da seguinte forma: (i) a correção do efeito da maré luni-solar, nas leituras instrumentais, foi realizada utilizando as fórmulas de Longman (Longman, 1959); e (ii) sabe-se que a taxa de deriva depende das condições a que o instrumento é submetido, como por exemplo, variações de temperatura, vibrações, impactos e muitos outros fatores (Angus and Brulé, 1967). Com isso, não se utiliza um valor fixo para a taxa de deriva para todos os intervalos de gravidade. Segundo Dias e Escobar (2001), a introdução da taxa de deriva como parâmetro é inadequada no modelo matemático para evitar um processo de superparametrização. Então, o procedimento utilizado foi corrigir a deriva instrumental para cada intervalo de gravidade medido por cada gravímetro antes do ajustamento.

As variações de pressão, de temperatura, de magnetização, de massas de água subterrâneas e de massas atmosféricas não foram consideradas neste trabalho, pelas razões seguintes: (i) Os modernos gravímetros possuem dispositivo de compensação da variação da pressão interna e são selados para reduzir

os efeitos da variação na pressão atmosférica; (ii) As leituras instrumentais dos gravímetros não sofrem correções de temperatura, já que o aparelho possui um controle termostático, que mantém a temperatura estável na câmara do sensor. (iii) Todo material metálico componente do gravímetro é submetido a desmagnetização durante a sua fabricação. Adicionalmente, os sistemas elásticos metálicos são providos de uma blindagem magnética; e (iv) As variações das massas referente aos lençóis d'água subterrâneos não foram consideradas pela dificuldade de se obter observações adequadas à determinação desta influência nas variações das medidas relativas de gravidade nos diferentes locais de observação. Pelo mesmo motivo, a influência da variação da massa atmosférica não foi considerada. De qualquer modo, ao se tratar de medidas diferenciais, realizadas em pontos relativamente próximos no terreno, a parte comum dos efeitos das massas de água e de ar nos dois pontos de observação adjacentes será compensada.

Modelo matemático para ajustamento de medidas diferenciais da gravidade

Uma rede gravimétrica de referência é normalmente constituída por um conjunto de estações interconectadas por medidas diferenciais da gravidade, de modo à formar uma estrutura de rede. Geralmente, um intervalo de gravidade é medido duas ou mais vezes para possibilitar uma boa estimativa do seu valor, reduzindo a influência dos erros de diversas fontes. Além disso, a instabilidade própria do gravímetro diferencial mecânico, que se manifesta pela deriva e saltos eventuais em seu sistema de leitura, torna aconselhável o uso simultâneo nos levantamentos gravimétricos de dois ou mais destes instrumentos, devidamente calibrados. Logo, o número de observações é superabundante e o sistema de equações lineares fica inconsistente. Para compensar esses erros observacionais é necessário realizar um ajustamento que tem como objetivo fornecer uma solução única para o problema.

O modelo D&E utiliza simultaneamente as leituras instrumentais (l_i), corrigidas da maré luni-solar e da deriva instrumental, os valores de gravidade (g_i), os fatores lineares de conversão de datum para cada um dos gravímetros (k_r), e os coeficientes das funções de calibração (α_i^r) fornecidos pela tabela do fabricante do gravímetro diferencial LaCoste&Romberg (LCR), modelo G. Esses gravímetros LCR possuem funções de calibração não-lineares, ou seja, são representados em intervalos discretos em amplitude de leitura de 100 em 100 unidades. O modelo matemático é:

$$g_i - g_j + k_r(l_j \alpha_j^r - l_i \alpha_i^r) - k_r \delta \left(J \alpha_j^r - I \alpha_i^r - \sum_{m=0}^{J-1} \alpha_m^r + \sum_{m=0}^{I-1} \alpha_m^r \right) = 0 \quad (1)$$

onde: r indica o gravímetro utilizado nas observações, l_i e l_j , I é um inteiro igual à quantidade de δ contidos em l_i e J é análogo a I para l_j .

A solução deste modelo pelo método dos mínimos quadrados requer o conhecimento dos valores de gravidade em pelo menos duas estações. Estes valores foram introduzidos, como injunções relativas, através de um modelo injuntivo secundário (Escobar, 1986):

$$g - \bar{g} = 0 \quad (2)$$

onde \bar{g} representa as observações absolutas da gravidade nas estações de controle e g é o mesmo da Eq. (1).

Segundo Gemael (1994), é de grande importância para o ajustamento estimar as ponderações das grandezas envolvidas para a formação da matriz dos pesos. Então, para compensar as diferentes precisões nas observações temos: (i) as leituras instrumentais são ponderadas com o inverso de suas variâncias multiplicadas pelo número de observações realizadas no intervalo de gravidade separadamente para cada gravímetro, com o desvio padrão para as leituras instrumentais estimado em 0,025 unidades de leitura; (ii) os coeficientes de calibração são ponderados com o inverso de suas variâncias, com desvio padrão estimado em 10^{-5} mGal/unidades de leitura; e (iii) os valores de gravidade absolutos são ponderados de acordo com o inverso de suas variâncias, sendo esses valores extraídos da Tab.1. Este sistema de ponderação considera a variância da unidade de peso a priori igual a 1.

Resultados da aplicação do modelo D&E no ajustamento da RGFB

O valor estimado para a variância da unidade de peso a posteriori foi igual a 1,035 mGal², o que evidencia a coerência da matriz peso.

Tabela 4. Valores de gravidade absolutos após o ajustamento.

Código das estações	Correções (μGal)	Valores de "g" (mGal)	Desvio padrão (mGal)
IFE-040	4.4	977822,088	0,009
IFE-112	-4.2	978016,339	0,009
IFE-122	5.6	978048,804	0,009
IFE-132	0.5	978460,230	0,009
IFE-142	-1.6	978637,579	0,009
IFE-152	-9.5	978563,768	0,010
IFE-162	2.7	978760,390	0,009
IFE-172	-12.2	979261,624	0,008
IFE-212	8.4	979344,385	0,009
IFE-222	-1.8	979715,853	0,009
IFE-232	7.7	979523,534	0,010

As estações de controle (absolutas) sofreram pequenas correções nos seus valores de gravidade iniciais. Estas correções ficaram entre -12,2 e 0,5 μGal, valores que estão associados às estações gravimétricas: IFE172 e IFE132, respectivamente. Todas as correções dos

valores de gravidade estão apresentadas na Tab.4. e Fig.3.

As leituras instrumentais, corrigidas de deriva e maré luni-solar, sofreram correções no ajustamento, sendo o maior resíduo de 0,043 unidades de leitura. Os valores destes resíduos ficaram abaixo de duas vezes o desvio padrão das leituras estabelecido inicialmente ($2\sigma_1 = 0,050$ unidades de leitura). A distribuição destes valores residuais referente às leituras instrumentais ajustadas está representada na Fig.4.

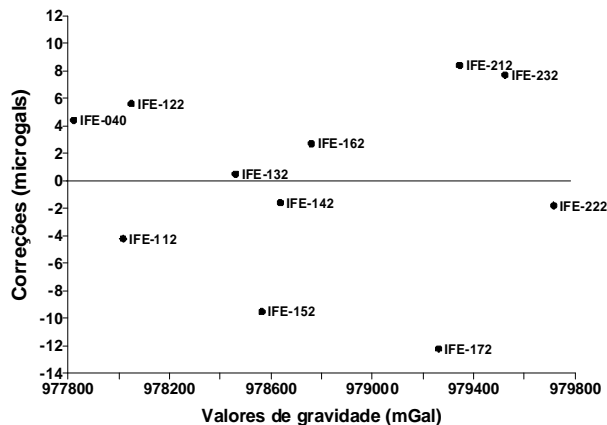


Figura 3. Resíduos nos valores de gravidade das estações de controle.

O gravímetro G257 apresentou o melhor indicador de precisão dentre os gravímetros utilizados neste trabalho da RGFB, isto provavelmente deve ser consequência da grande utilização deste instrumento na aquisição das ligações gravimétricas, totalizando 2120 intervalos de gravidade bons.

Tabela 5. Fatores lineares de conversão de datum que foram utilizados como incógnitas no ajustamento.

LCR	Neste trabalho	Silva Dias (1997)	Escobar (1996)
	k	k	k
G011	0,998914	-	0,999727
G013	0,998828	0,998834	-
G041	0,999814	-	-
G061	1,000067	1,000007	-
G190	0,999945	-	-
G194	1,000245	-	-
G231	1,000582	-	-
G257	1,000329	1,000329	1,000317
G372	1,000470	-	1,000474
G454	1,000318	-	1,000381
G602	1,000395	1,000470	1,000471
G613	0,999905	-	0,999963
G622	1,000434	1,000404	1,000448
G628	1,000450	-	1,000460
G674	1,000464	1,000556	1,000476
G703	1,000527	-	-

Os fatores residuais lineares de correção de escala ao datum dos gravímetros LCR foram estimados como parâmetros no ajustamento. Os valores ajustados para

estes parâmetros (Tab. 5) apresentam boa coerência com aqueles obtidos previamente por Dias e Escobar (2001) e Escobar *et al* (1996), apesar de que os trabalhos anteriores envolveram quantidade de observações e de instrumentos bem menores que o atual trabalho.

O modelo matemático aplicado neste trabalho também admite correção para os coeficientes de calibração dos gravímetros nas faixas de leitura por eles efetivamente utilizadas (Dias e Escobar, 2001). Neste caso, o maior resíduo calculado, em módulo, foi $3,8 \cdot 10^{-6}$ mGal/unidade de leitura, que é negligenciável, visto que estes coeficientes são apresentados na tabela do fabricante com apenas cinco decimais, ou seja, 10^{-5} mGal/unidade de leitura. A figura 5 apresenta os resíduos estimados para os coeficientes de calibração, dos gravímetros G061, G257, G602 e G622, dentre aqueles com maior número de observações. Estas distribuições mostram novamente a inexistência de efeito sistemático.

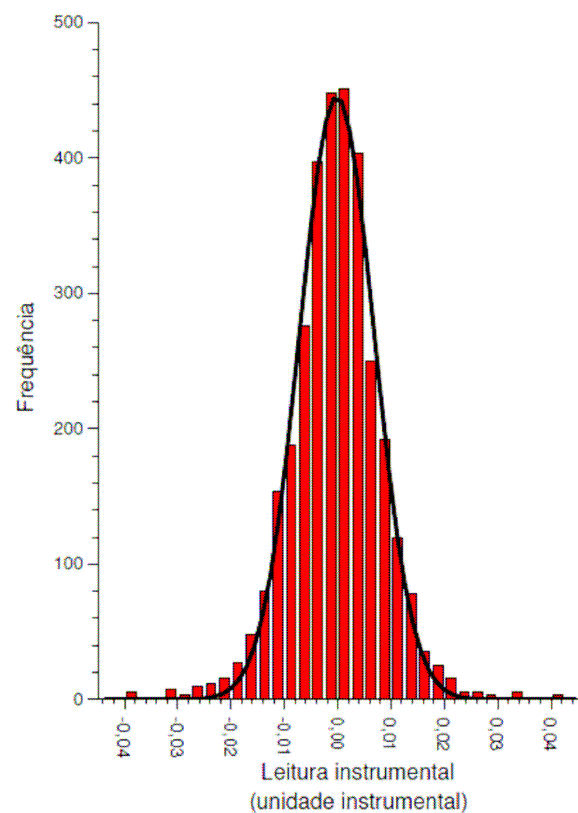


Figura 4. Histograma dos resíduos das leituras instrumentais, corrigidas da deriva e maré luni-solar. Em preto, a Gaussiana com o mesmo valor médio e desvio padrão: $0,000 \pm 0,009$ UI.

Proposta de aprimoramento do modelo D&E

Uma vez concluído o processo de aplicação do modelo D&E ao ajustamento de rede, resta a meta de adequação deste modelo aos gravímetros mais modernos, que apresenta resolução de leitura de microgal, como o Scintrex CG-5.

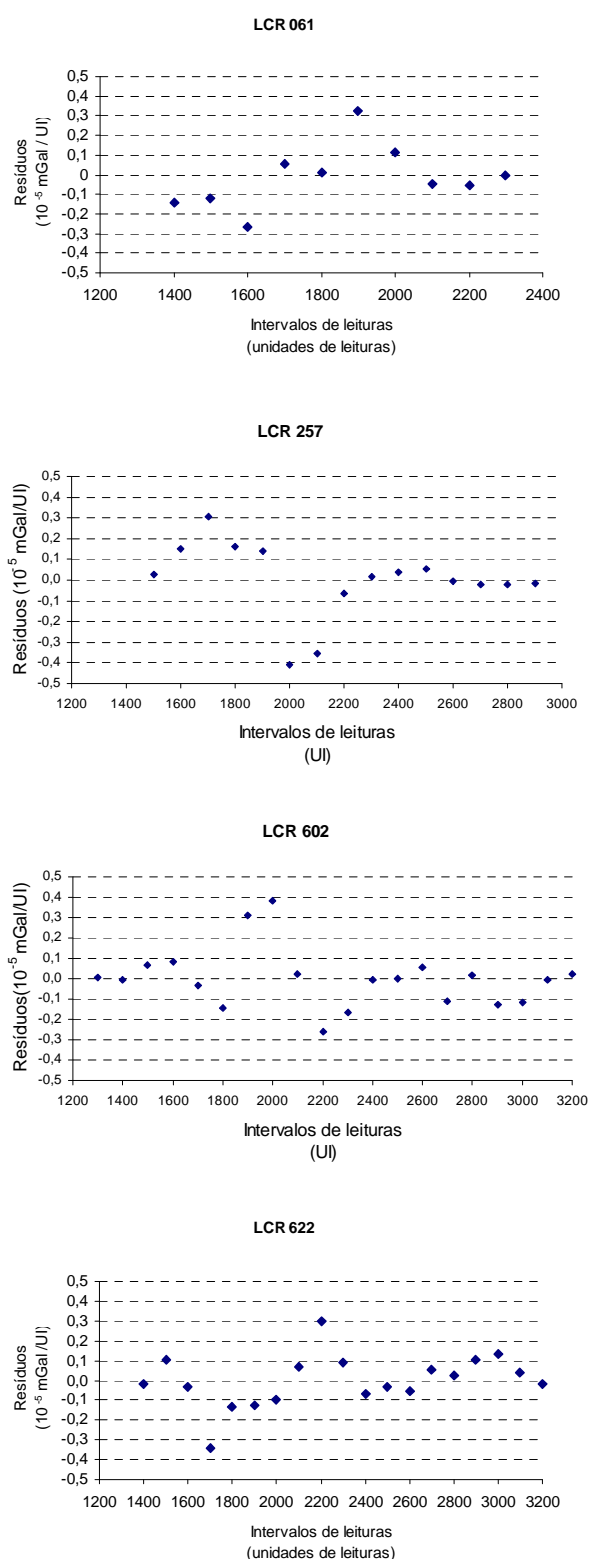


Figura 5. Resíduos dos coeficientes das funções de calibração dos gravímetros 061, 257, 602 e 622.

Um aspecto a ser investigado refere-se ao modelo de correção ao datum gravimétrico local, que normalmente é considerado através de uma função linear, representada por um fator de escala, que se aplica, indistintamente, a toda a amplitude da escala do instrumento. Infere-se que para uma rede de pequena amplitude de gravidade a falta de linearidade deve ser negligenciável. Entretanto, considerando-se a precisão do microgal, quão pequena deve ser esta amplitude para que esta aproximação seja válida?

Para verificar a linearidade da correção ao datum, foi feita uma simples adaptação ao modelo D&E, simplesmente suprimindo-se o parâmetro k_r . Deste modo, os coeficientes passaram a absorver as correções dos efeitos da mudança de datum. Como os coeficientes são definidos por intervalos de discretização da função de calibração, a comparação dos valores tabelados com os valores ajustados fornece fatores de correção por intervalo. Deste modo, é possível verificar se a variação destes fatores é, ou não, compatível com a resolução ao microgal. A tabela 6 apresenta, na sua parte superior, os fatores lineares de conversão de datum, obtidos no primeiro ajustamento, e, na parte inferior, mostra as variações dos fatores de escala para os intervalos das tabelas dos gravímetros G061, G257, G602 e G622, os mais utilizados nos levantamentos da rede. Observa-se, por exemplo, que para o G602 existe uma diferença de $-0,000429$ mGal/unidade de leitura entre o fator linear inicialmente estimado e o fator estimado para o intervalo de leitura iniciado em 2700. Como a tabela é discretizada de 100 em 100 unidades, uma leitura neste intervalo estaria sujeita a um erro de $42,9 \mu\text{Gal}$. Valores da mesma ordem de grandeza são observados para os outros gravímetros. Estes resultados apontam para a necessidade de desenvolvimento de modelos que levem em conta a não linearidade da função de conversão de datum gravimétrico no ajustamento de redes de grande extensão.

Tabela 6. Fatores lineares e não-lineares de correção ao datum.

Fatores lineares de conversão de datum				
	G061	G257	G602	G622
k_{linear}	1,000067	1,000329	1,000395	1,000434
Fatores de conversão de datum por intervalo				
Leitura				
1300			1,000219	
1400	0,999961		1,000175	1,000068
1500	1,000029	1,000110	1,000377	1,000467
1600	0,999946	1,000357	1,000349	1,000260
1700	1,000213	1,000341	1,000373	1,000243
1800	0,999868	1,000332	1,000190	1,000348
1900	1,000246	1,000293	1,000374	1,000251
2000	1,000020	1,000100	1,000553	1,000374
2100	0,999774	1,000159	1,000111	1,000238
2200	0,999787	1,000353	1,000307	1,000540
2300	0,999998	1,000185	1,000169	1,000263
2400		1,000184	1,000270	1,000235
2500		1,000297	1,000245	1,000282
2600		1,000075	1,000325	1,000122
2700		1,000174	0,999966	1,000303
2800		1,000150	1,000373	1,000332
2900		0,999971	1,000192	1,000448
3000			1,000187	1,000534
3100			1,000382	1,000385
3200			1,000176	1,000138

Conclusões

O modelo D&E revelou-se adequado para o ajustamento de redes gravimétricas. As ponderações utilizadas com base nos desvios padrões estimados em 0,025 unidades de leituras para as leituras instrumentais, 1.10^{-5} mGal/unidades de leitura para os coeficientes das funções de calibração e os apresentados na Tab.1 para as estações absolutas foram adequadas no ajustamento. A estimativa da variância da observação de peso unitário *a posteriori*, igual a $1,035\text{mGal}^2$, estatisticamente igual à variância *a priori* de $1,0\text{mGal}^2$, é o valor esperado em virtude do critério de ponderação usado. Além disso, observa-se que as leituras instrumentais ajustadas apresentaram resíduos abaixo de duas vezes o desvio padrão, 0,050 unidades de leitura; a maior correção para as funções calibração foi de $3,8.10^{-6}$ mGal/unidade de leitura, abaixo do desvio padrão estimado no ajustamento de 10^{-5} mGal/unidades de leitura. Nenhum efeito sistemático foi observado na distribuição dos resíduos estimados para as grandezas observadas.

Não obstante a adequação do modelo D&E para o ajustamento de redes gravimétricas, a alteração deste modelo pela eliminação do fator linear de conversão de datum, evidenciou a possibilidade de não-linearidade neste efeito pela constatação de diferenças significativas nos valores estimados para este fator nos diversos intervalos de leitura da tabela de calibração (Tab. 5). Este resultado é especialmente importante quando se pretende ajustar observações gravimétricas com precisão de microgal.

Agradecimentos

Os autores expressam seus agradecimentos ao Departamento de Geofísica do Observatório Nacional, pelo apoio institucional que tornou possível a realização deste trabalho. À CAPES pela bolsa de Doutorado de Francimar Rimoli Berquó. Ao Cnpq pela bolsa de produtividade de Andrés R. R. Papa.

Referências

- ANGUS, C.H., BRULÉ, B.G.**, "Vibration-Induced Drift in LaCoste and Romberg Geodetic Gravimeters", *Journal of Geophysics Research*, Vol 72, nº 8, 1967.
- DIAS, F.J.S.S., ESCOBAR, I.P.**, "A model for adjustment of differential gravity measurements with simultaneous gravimeter calibration", *Journal of Geodesy* 75: 151-156, 2001.
- SILVA DIAS, F.J.S.**, Um modelo matemático para ajustamento gravimétrico com aprimoramento das funções de calibração dos gravímetros LaCoste&Romberg. MSc. Thesis, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1997.
- ESCOBAR, I.P.** "Injunções relativas em ajustamento gravimétrico. Publicação do Observatório Nacional, dissertação de mestrado, UFPR, Curitiba, PR, Brasil, No.2, 1986.
- ESCOBAR, I.P.** "Rede gravimétrica fundamental brasileira, uma tradição de 10 anos no Observatório Nacional, Revista Geofísica, IPGH, No. 26, janeiro-junho, 1987.
- ESCOBAR, I.P, SÁ, N.C., DANTAS, J.J., DIAS, F.J.S.S.** The Observatório Nacional Agulhas Negras gravity calibration line. *Brazilian Journal of Geophysics*, volume 14, número 1, 1996.
- GEMAEL, C.; LEITE, O.H.S.; ROSIER, F. A.; TORGE, W.; RÖDER, R. H.; SCHNÜLL, M.** Large-scale absolute gravity control in Brazil. In: IAG Symposium. nº.103, Edimburg, Scotland, pp 49-55, Springer, New York, 990.
- GEMAEL, C.** "Introdução ao ajustamento de observações. Aplicações geodésicas", Ed. *Universidade Federal do Paraná*, 319 pp., 1994.
- LONGMAN, I.M., 1959.** Formulas for computing the tide acceleration due to the Moon and the Sun. *J. Geophys. Res.* 64: 2351-2356.
- TORGE W, TIMMEN L, RÖDER RH, SCHMIL M.** "The IFE absolute gravity Program "South America" 1988-1991. B299, Deutsche Geodätische Kommission, Munchen, 1994.