



# Modelagem 1D do efeito de IP utilizando uma função constitutiva para descrever o comportamento espectral da condutividade no domínio da frequência

Marcos Vitor Barbosa Machado, PETROBRAS, Carlos Alberto Dias\*, LENEP/UENF

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 12<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 12<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

## Abstract

This paper aims to model the induced electrical polarization effect (IP), in frequency domain, occurring in one of the three layers of a conductive semi-space with different resistivity values. The IP occurrence is modeled applying a constitutive function to describe the dispersion that occurs in the electrical conductivity behavior of rocks that exhibit this effect. Analyzing the geoelectrical sections obtained, it was possible to recognize the presence of the IP effect and differentiate it from the effect due purely to the contrast among the conductivities of the layers from the geological structure modeled.

## Introdução

O sistema eletromagnético indutivo a multi-frequência (mEM/MF), cuja patente do método pertence a C. A. Dias e ao Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (DIAS & BNDE, 1973), efetua medidas em varredura sobre 139 valores de frequência no intervalo entre 0,2 Hz e 1 kHz, com capacidade de investigação de até 3 km de profundidade, na atual versão do protótipo. A grandeza física medida é o campo magnético radial gerado por uma *loop* de corrente horizontal, de forma quadrada, estendida sobre a superfície terrestre. A opção pela componente radial do campo magnético reside no fato desta componente nascer integralmente das correntes induzidas no meio condutor.

Neste método, as partes em-fase e em-quadratura da componente radial do campo magnético são medidas por bobinas receptoras posicionadas também na superfície do terreno. As partes registradas são então processadas e transformadas em resistividade elétrica aparente e parâmetro de polarização elétrica induzida aparente (quociente entre parte imaginária da condutividade aparente e seu módulo,  $\sigma_I/|\sigma_A|$ ). Estes parâmetros obtidos são utilizados para caracterizar o meio heterogêneo sobre o qual o experimento é realizado através de um fluxo próprio de tratamento e processamento dos dados (DIAS, 1968; SATO, 1979; MACHADO & DIAS, 2007; MACHADO, 2009).

A quantidade  $\sigma_A$  representa a condutividade aparente de um semi-espço homogêneo hipotético. Quando este

semi-espço não envolver polarização, ele será descrito simplesmente em termos de uma função real  $\sigma_A$ , que será independente da frequência. Já um semi-espço não-homogêneo (ainda sem polarização) requererá ser descrito por uma função complexa da condutividade,  $\sigma_A = \sigma_R + i\sigma_I$ , dependente de frequência (DIAS, 1968).

O parâmetro de polarização mencionado anteriormente está relacionado com o fenômeno de polarização elétrica interfacial induzida (a nível macroscópico) que ocorre em rochas contendo minerais metálicos e/ou argilominerais, (capazes de realizar troca iônica) em contato com soluções iônicas presentes nos poros da rocha. Este fenômeno é observado no intervalo de frequência de  $10^{-4}$  Hz a 1 MHz e causa dispersão na condutividade elétrica de rochas sujeitas a este tipo de polarização, resultando também no surgimento de uma componente imaginária positiva na expressão da condutividade (DIAS 1968; 1972; 2000). Logo, será necessária uma análise para diferenciar este efeito de IP do efeito relacionado à heterogeneidade do semi-espço, que surge em função do contraste entre as condutividades das camadas do terreno.

Levantamentos geofísicos de polarização induzida têm ampla aplicação, estendendo-se desde a exploração de minerais metálicos e outros recursos naturais (água subterrânea, por exemplo), até a caracterização de propriedades petrofísicas de aquíferos e reservatórios de petróleo. Neste sentido, estudos recentes (de LIMA & SRI NIWAS, 2000; MAOSONG et al., 2004; 2006) têm correlacionado as partes real e imaginária da resistividade medida envolvendo a presença de polarização elétrica induzida, com estimativas de parâmetros hidráulicos e, até mesmo, da permeabilidade absoluta de amostras de rochas.

A representação deste efeito de IP, no domínio da frequência, se dá por um parâmetro elétrico constitutivo do meio geológico, chamado *função condutividade complexa de corrente total* (DIAS 1968; 1972; 2000). A primeira descrição analítica consistente do efeito de polarização elétrica induzida, em conformidade com as equações de Maxwell do eletromagnetismo, foi proposta por Dias (1968; 1972), para rochas contendo mineralizações por metálicos ou argilominerais disseminados na matriz da rocha. Este modelo, retrabalhado em Dias (2000), apresenta 5 coeficientes com significado petrofísico, sendo 3 desses coeficientes consagrados e 2 novos exclusivos deste modelo.

Segundo Dias (2000), há na literatura 12 modelos analíticos principais, que buscam descrever os dados experimentais relacionados ao efeito de IP. Tais modelos possuem parâmetros petrofísicos que possibilitam a interpretação de características e propriedades do meio,

com maior ou menor grau de sucesso. Em Dias (2000), pode-se perceber que o modelo deste autor é o mais adequado para descrever o IP, por possuir três características fundamentais:

- a) ser capaz e versátil para ajustar os dados experimentais, com a vantagem de usar o menor número de coeficientes;
- b) ser fenomenológico, isto é, construído a partir dos princípios fundamentais que descrevem o fenômeno e o comportamento do meio que exhibe o efeito;
- c) gerar coeficientes, que possuem significado petrofísico, de maneira consistente.

Neste trabalho, será modelada a ocorrência do efeito de IP, através da função proposta por Dias (2000) para descrever o comportamento complexo da condutividade elétrica, em uma das camadas que compõe um semi-espaço condutor unidimensional constituído por 3 camadas horizontais. A modelagem será conduzida de forma a se reproduzir um levantamento geofísico realizado com o mEM/MF sobre um terreno em camadas. E a interpretação dos resultados objetivará a diferenciação entre o efeito puramente devido ao contraste entre as condutividades das camadas do efeito de IP.

### Modelo de Dias

O modelo de Dias (2000) é representado pela *função condutividade complexa de corrente total* ( $\sigma^*$ ) com seus 5 parâmetros ( $\sigma_0, m, \delta, \tau, \eta$ ):

$$\sigma^* = \sigma_0 \left[ 1 + \alpha \frac{\lambda \beta (i\omega)^{1/2}}{1 + \lambda' \beta (i\omega)^{1/2}} \right], \quad (1)$$

onde:

$$\begin{aligned} \lambda &= 1 + \mu \\ \lambda' &= 1 + (1 - \delta)\mu \\ \mu &= i\omega\tau \left[ 1 + \eta / (i\omega)^{1/2} \right] \\ \alpha &= m(1 - \delta) / (1 - m) \\ \beta &= 1 / (\eta\delta) \end{aligned}$$

$$i = \sqrt{-1} \text{ e } \omega = 2\pi f \text{ (} f \text{: freqüência em Hz).}$$

Quanto ao significado físico dos 5 parâmetros que compõem o modelo de Dias, pode-se fazer o seguinte resumo:

- a)  $\sigma_0$ : valor da condutividade d.c. (quando  $\omega = 0$ );
- b)  $m$ : cargabilidade. É a medida da dispersão total da condutividade normalizada ao maior valor do

módulo de  $\sigma^*$ . Trata-se, portanto, de um parâmetro adimensional definido no intervalo  $0 \leq m < 1$ ;

- c)  $\delta$ : fração comprimento de poro afetada pela fonte de polarização. Também é um parâmetro adimensional e é definido no intervalo  $0 \leq \delta < 1$ ;
- d)  $\tau$ : tempo de relaxação da dupla camada elétrica de Helmholtz. Trata-se de um parâmetro positivo que varia no intervalo de  $10^{-8}$  s a 1 s;
- e)  $\eta$ : parâmetro eletroquímico. Têm dimensão física de  $s^{-1/2}$ .

A *função condutividade complexa de corrente total* utiliza parâmetros, que contêm intervalos de variação bem definidos e significado petrofísico claro. Esta função mostrou-se consistente quanto ao significado de seus parâmetros e quando confrontada com as informações externas existentes. Os resultados mostraram que, dentre 12 modelos analisados, apenas dois modelos, multi Cole-Cole (PELTON et al, 1978) e Dias (2000), foram capazes de descrever variadas curvas levantadas em laboratório para amostras reais e sintéticas. No entanto, a função multi Cole-Cole tem sete parâmetros e a de Dias, cinco parâmetros, o que faz com que este último modelo apresente menos ambigüidade na determinação dos coeficientes. Outro ponto relevante é que o modelo multi Cole-Cole é empírico e o de Dias, fenomenológico e analítico na sua origem. Estes argumentos validam a utilização do modelo de Dias para descrever o efeito IP nesta análise.

### Expressão dos campos EM para um semi-espaço composto por 3 camadas horizontais

A solução dos campos gerados por uma *loop* circular finita posicionada na superfície de um semi-espaço composto por 3 camadas horizontais pode ser encontrada em Ward & Hohmann (1988), com variação temporal dada por  $e^{i\omega t}$ . Conforme o fluxo de processamento dos dados do mEM/MF, será utilizada somente a componente radial do campo magnético ( $H_r$ ), normalizada pelo valor do campo total no vácuo, cujo equacionamento, para receptor posicionado na superfície, encontra-se a seguir:

$$H_r / \frac{m_T}{4\pi r^3} = - \frac{2r}{R_T} \int_0^\infty (1 - r_{TE}) \lambda J_1(\lambda R_T) J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (2)$$

onde:

$$r_{TE} = \frac{Y_0 - \hat{Y}_1}{Y_0 + \hat{Y}_1},$$

$$Y_n = u_n / (i\omega\mu_0),$$

$$u_n = (\lambda^2 + k_n^2)^{1/2},$$

$k_n \approx i\omega\mu_0\sigma_n$  (número de onda com aprox. *quasi*-estática),

$$\hat{Y}_n = Y_n \frac{\hat{Y}_{n+1} + Y_n \tanh(u_n h_n)}{Y_n + \hat{Y}_{n+1} \tanh(u_n h_n)}, \quad n = 1 \text{ e } 2,$$

$$\hat{Y}_3 = Y_3,$$

$\mu_0$ : permeabilidade magnética do vácuo;

$\sigma_n$ : condutividade elétrica da camada  $n$ ;

$h_n$ : espessura da camada  $n$ ;

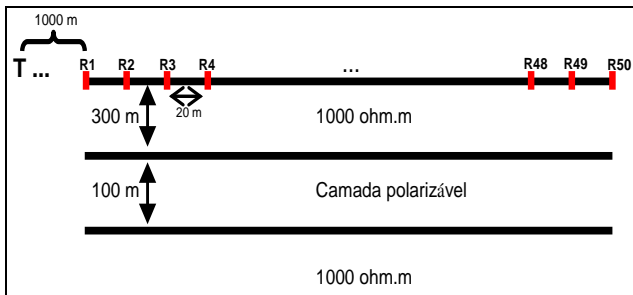
$R_T$ : raio da *loop* transmissora circular;

$m_T$ : momento de dipolo magnético associado ao transmissor finito circular.

Os parâmetros utilizados para a modelagem sintética buscam reproduzir um levantamento de campo conduzido com o 5º protótipo do sistema eletromagnético a multi-freqüência (Figura 1) e estão resumidos a seguir:

- Raio da fonte circular transmissora: 100 m;
- Freqüência: 54 valores de freqüência (1 Hz a 10 kHz);
- Distância entre as estações de medição: 20 m;
- Separação Transmissor (T) - Receptor (R): variando de 1000 a 2000 m (que garante que a fonte quadrada pode ser aproximada por uma geometria circular).

A obtenção dos parâmetros elétricos (resistividade e parâmetro de polarização aparentes) e a construção das seções geoeletricas serão realizadas conforme procedimentos analíticos descritos em Machado (2009).

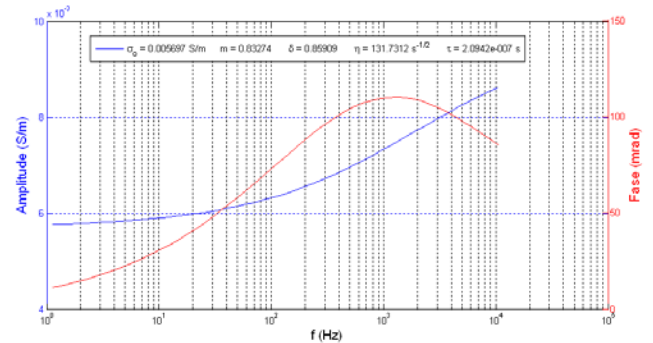


**Fig. 1:** Representação de um semi-espaco composto por 3 camadas horizontais, sendo que a segunda exibe o efeito de polarização induzida. T representa a posição do transmissor e R, as diferentes estações de obtenção de medidas.

## Resultados

Para simular a ocorrência de IP na segunda camada do terreno representado na Figura 1, assumiremos o comportamento da condutividade complexa para esta camada conforme o comportamento medido por Mahan et al. (1986) para uma amostra sintética de rocha formada por quartzo e sulfetos metálicos disseminados.

A dispersão da condutividade complexa medida laboratorialmente por Mahan et al. (1986) pode ser descrita pelo modelo de Dias, donde se obtém a Figura 2, como resultado do ajuste dos dados laboratoriais (RIBEIRO, 2010). Esta figura traz ainda os valores determinados, através do ajuste, para os parâmetros petrofísicos presentes na equação (1).



**Fig. 2:** Comportamento da amplitude e fase da função condutividade de corrente total com os valores dos 5 parâmetros obtidos através da inversão dos dados de Mahan et al. (1986) por Ribeiro (2010), utilizando o modelo de Dias (2000).

A função condutividade complexa  $\sigma^*$  pode ser escrita, também, como

$$\sigma^* = |\sigma_A| e^{i\varphi} = |\sigma_A| (\cos \varphi + i \text{sen} \varphi), \quad (3)$$

onde:

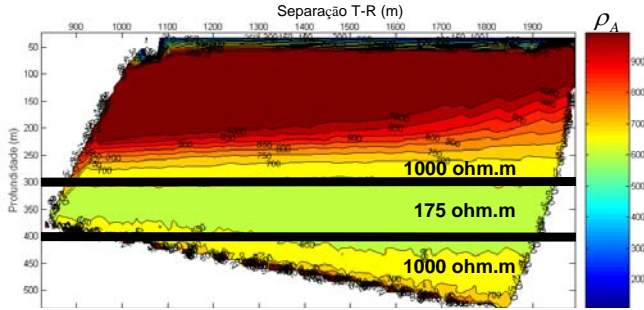
$|\sigma_A|$  é a amplitude, e  $\varphi$  o ângulo de fase.

Conseqüentemente, tem-se para o parâmetro de polarização

$$\sigma_i / |\sigma_A| = \text{sen} \varphi \approx \varphi \quad (\text{sempre que } \varphi \ll 1 \text{ rad}). \quad (4)$$

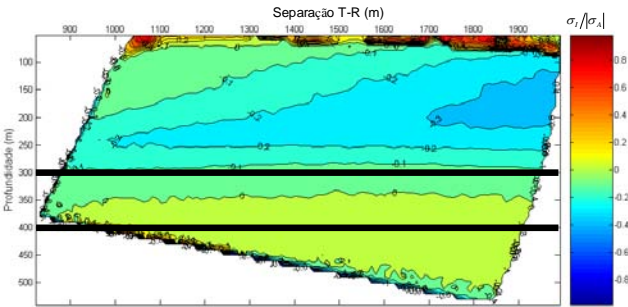
Considerando o gráfico da Figura 2, verifica-se que o efeito de IP traduz-se por apresentar-se com valores positivos do parâmetro de polarização. Isto significa que caso este parâmetro tenha sinal negativo, isso não será devido ao efeito IP.

As seções geoeletricas de resistividade e parâmetro de polarização aparentes obtidas com a modelagem de um semi-espaco constituído de 3 camadas, sem polarização, são mostradas a seguir. Percebe-se, na Figura 3, que o método consegue distinguir e representar a estrutura de 3 camadas de diferentes resistividades (1000, 175 e 1000 ohm.m), que compõem o meio geológico.



**Fig. 3:** Seção geoeletrica de resistividade elétrica aparente, construída a partir da modelagem de um meio 1D com 3 camadas horizontais de diferentes valores de resistividade.

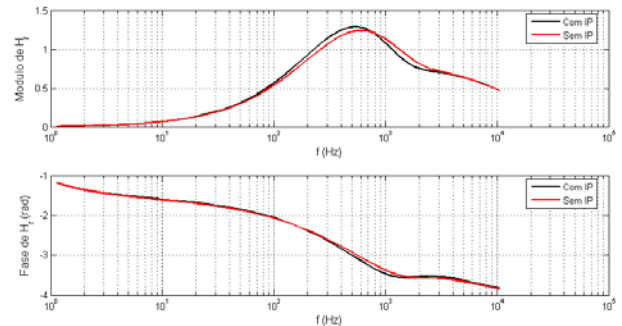
A Figura 4 mostra anomalias negativas de  $\sigma_I / |\sigma_A|$ , relacionadas ao efeito de contraste entre as diferentes resistividades das camadas.



**Fig. 4:** Seção geoeletrica de parâmetro de polarização elétrica aparente, construída a partir da modelagem de um meio 1D com 3 camadas de diferentes valores de resistividade, sem IP.

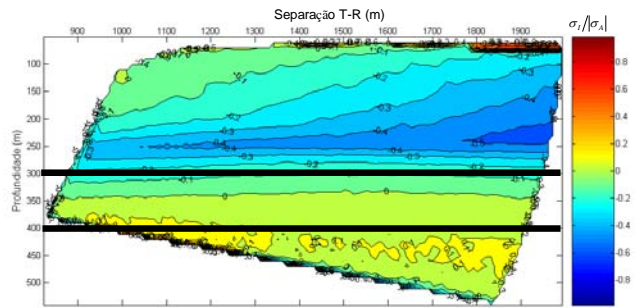
Quando o efeito de IP, descrito pelas curvas da Figura 2, é inserido na segunda camada do meio mostrado na Figura 1, anomalias são geradas no comportamento da amplitude e fase da componente radial do campo magnético, calculada pela equação (2) para o meio em questão.

A Figura 5 mostra a diferença entre os comportamentos de um meio sem IP na segunda camada e outro com IP nesta mesma camada.



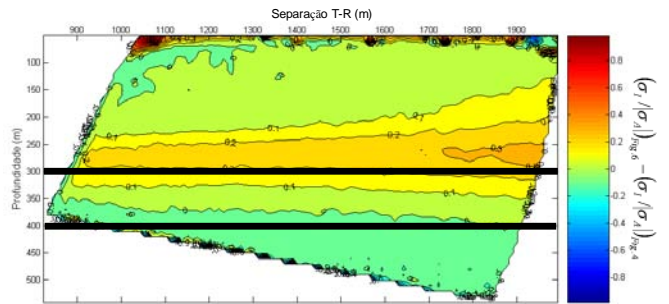
**Fig. 5:** Comportamento da amplitude e fase da componente radial do campo magnético medida na superfície de um semi-espaco constituído por 3 camadas. A curva vermelha representa a situação em que a 2ª camada (com resistividade de 175 ohm.m) não possui polarização induzida. A curva preta representa a situação em que a 2ª camada é polarizável. Separação T-R admitida foi de 1500 m.

Observando a seção geoeletrica da Figura 6, percebe-se que quando o efeito de IP é considerado na camada intermediária, aparecem, entre as profundidades de 350 e 500 m, anomalias positivas (~ 0,1), que são interpretadas como decorrentes da presença do efeito de IP, distinguindo-se assim do efeito do contraste entre as resistividades, presentes na Figura 4.



**Fig. 6:** Seção geoeletrica de parâmetro de polarização elétrica aparente, construída a partir da modelagem de um meio 1D com 3 camadas de diferentes valores de resistividade, com ocorrência de IP na 2ª camada.

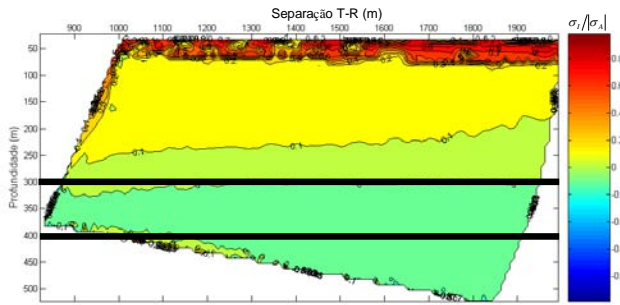
Visando ressaltar as anomalias no comportamento de  $\sigma_I / |\sigma_A|$  devido à presença de IP, calculou-se a diferença entre a Figura 6 (com IP na 2ª camada) e a Figura 4 (sem IP na 2ª camada), obtendo, assim, a Figura 7.



**Fig. 7:** Seção geoeletrica de parâmetro de polarização elétrica aparente, construída a partir da diferença entre as seções das Figuras 6 e 4.

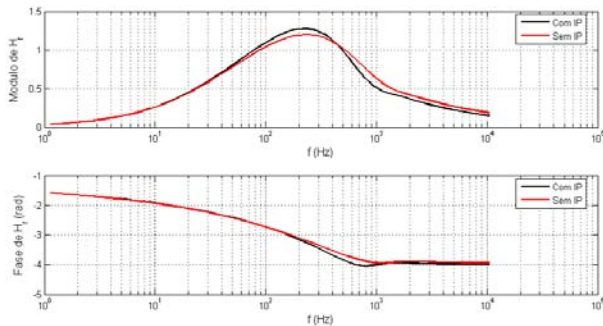
Da Figura 7, nota-se a presença de valores diferentes de zero, marcando assim a anomalia devido ao IP nas proximidades da 2ª camada, que apresenta o efeito de IP.

Quando o efeito de IP ocorre na primeira camada do semi-espaço (Figura 8), nota-se que esta camada passa a apresentar uma anomalia positiva do parâmetro de polarização, confirmando o que foi observado na Figura 6. Percebe-se, na Figura 8, que para profundidades abaixo de 300 m, onde não há mais o efeito de IP, a anomalia positiva de IP deixa de aparecer.



**Fig. 8:** Seção geoeletrica de parâmetro de polarização elétrica aparente, construída a partir da modelagem de um meio 1D com 3 camadas de diferentes valores de resistividade, com ocorrência de IP na 1ª camada.

A anomalia de IP na 1ª camada do modelo pode ser também percebida nos gráficos de amplitude e fase da componente radial do campo magnético calculada utilizando a equação (2). Os gráficos resultantes deste cálculo encontram-se a seguir.



**Fig. 9:** Comportamento da amplitude e fase da componente radial do campo magnético medida na superfície de um semi-espaço constituído por 3 camadas, com e sem IP na 1ª camada. Separação T-R admitida foi de 1500 m.

Desta forma, prova-se, numericamente, a viabilidade de separação do efeito genuinamente devido ao IP do efeito devido ao contraste de resistividades, em levantamentos indutivos a multi-freqüência. Tal prova já havia sido conduzida por Dias (1968), considerando um modelo de 2 camadas e analisando curvas de comportamento do

parâmetro de polarização ( $\sigma_I / |\sigma_A|$ ) contra o número de indução.

Analisando o comportamento do parâmetro de polarização e trabalhando com uma variação temporal para o campo dada por  $e^{i\omega t}$ , Dias concluiu que:

- o parâmetro de polarização será sempre positivo para amostras de rochas exibindo polarização;
- o efeito devido a camadas heterogêneas (sem IP) gera muito menor intensidade com valores positivos de  $\sigma_I / |\sigma_A|$  (isso ocorre quando a primeira camada apresenta resistividade menor que a da segunda camada), mas pode crescer negativamente de maneira apreciável, ou seja, ele é maior na direção negativa de  $\sigma_I / |\sigma_A|$ .

Estes resultados provam a viabilidade do mapeamento do fenômeno de polarização induzida no domínio da freqüência. Conclusão semelhante foi obtida por YUE et al. (2009), ao realizar uma modelagem unidimensional do método CSAMT (*controlled source audio frequency magneto-tellurics*), incorporando o efeito de IP descrito pelo modelo de Dias.

## Conclusão

Como principais conclusões deste trabalho, pode-se destacar:

- a realização da modelagem unidimensional de um levantamento indutivo a multi-freqüência sobre um semi-espaço constituído por 3 camadas horizontais. O resultado alcançado mostra que o mEM/MF consegue reproduzir a geometria de camadas do modelo;
- a clara representação do efeito de IP em uma das camadas do meio modelado através da utilização de uma função constitutiva para a condutividade complexa de corrente total, segundo o modelo de Dias, ajustado para representar uma amostra polarizável;
- a diferenciação entre o efeito de IP do efeito devido ao contraste entre as resistividade das camadas, no domínio da freqüência. O efeito de IP apresentou uma anomalia positiva de  $\sigma_I / |\sigma_A|$ , diferenciando-se, portanto, do efeito de contraste entre as camadas, que resultou em uma anomalia de sinal oposto.

Essas conclusões ressaltam a viabilidade do aproveitamento das anomalias de IP, associadas às anomalias de resistividade elétrica, em levantamentos indutivos, para fins de melhoria da interpretação dos dados obtidos em uma prospecção eletromagnética.

Anomalias de IP, como as mostradas neste artigo, podem ser utilizadas na exploração de reservatórios de petróleo, onde é comum a ocorrência associada de sulfeto de ferro (pirita), um mineral forte causador do efeito de polarização induzida.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a PETROBRAS pela autorização para publicação deste trabalho e pelo financiamento, através da Rede Temática de Geofísica, da pesquisa para desenvolvimento do método eletromagnético a multi-freqüência (mEM/MF).

## Referências

DIAS, C. A., 1968, **A non-grounded method for measuring induced electrical polarization and conductivity**. Ph.D. Thesis, University of California-Berkeley.

DIAS, C. A., 1972, Analytical model for a polarizable medium at radio and lower frequencies. **J. Geophys. Res.**, v. 77, p. 4945-4956.

DIAS, C. A., 2000, Developments in a model to describe low-frequency electrical polarization of rocks. **Geophysics**, v. 65, n. 2, p. 437-451.

DIAS, C. A. & BNDE., 1973, **Non-grounded method of geophysical exploration**. Patent n° 920.660, Issued Feb. 6, 1973, Class 324-9 C.R.C. 1, Filed May 31, 1971, Ottawa, Canada.

de LIMA, O. A. L. & SRI NIWAS, 2000, Estimation of hydraulic parameters of shaly sandstones aquifers from geoelectrical measurements. **Journal of Hydrology**, v. 235, p. 12-26.

MACHADO, M. V. B., 2009, **Estudo analítico e aplicação do método eletromagnético a multi-freqüência ao mapeamento e à identificação de fluidos em reservatórios continentais de petróleo**. Tese de Doutorado, Univ. Estadual do Norte Fluminense, Macaé-RJ.

MACHADO, M. V. B. & DIAS, C. A., 2007, Dedução e análise dos campos elétrico e magnético gerados por um transmissor quadrado de um sistema geofísico eletromagnético a multi-freqüência. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY AND EXPOGEF. **EM geophysical applications**: proceedings. Rio de Janeiro.

MAHAN, M. K., REDMAN, J. D., STRANGWAY, D. W., 1986, Complex resistivity of synthetic sulphide bearing rocks. **Geophysical Prospecting**, v. 34, p. 743-768.

MAOSONG, T., WEINAN, W., LI LI, YIZHONG, J., DEQIN, S., 2004, Estimation of permeability of shaly sand reservoir from induced 47 polarization time spectra. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 45, p. 1-10.

MAOSONG, T., WEINAN, W., YIZHONG, J., DEQIN, S., LI, L., 2006, Determining capillary-pressure curve, pore-size distribution, and permeability from induced polarization of shaley sand. **Geophysics**, v. 71, n. 3, p. N33 - N40.

PELTON, W. H., WARD, S. H., HALLOF, P. G., SILL, W. R., NELSON, P. H., 1978, Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multi-frequency IP. **Geophysics**, v. 43, p. 588-609.

RIBEIRO, E. S., 2010, **Uma estratégia eficiente para inversão da função constitutiva “condutividade de corrente total” de rochas, segundo o modelo de Dias**. Dissertação de Mestrado, Univ. Estadual do Norte Fluminense, Macaé-RJ.

SATO, H. K., 1979, **Método eletromagnético para interpretação de polarização induzida e resistividade, usando o protótipo de um sistema eletromagnético a multi-freqüência**. Dissertação de Mestrado, Univ. Federal da Bahia, Salvador-BA.

WARD, S. H., HOHMANN, G. W., 1988, Electromagnetic theory for geophysical applications. In: NABIGHIAN, M. N. (Org.). **Electromagnetic methods in applied geophysics**. Tulsa: SEG. v. 1. p. 131-311.

YUE, A., DI, Q., WANG, M., SHI, K., 2009, 1-D forward modeling of the CSAMT signal incorporation IP effect. **Chinese Journal of Geophysics**, v. 52, n. 4, p. 881-891.