

Tomografia 2D baseado em dados de GPR - Modelo Direto via Princípio de Fermat.

Rodrigo Bijani Santos e Cosme Ferreira da Ponte Neto, Observatório Nacional - MCT.

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

We have developed a 2D forward modeling of GPR - Crosshole data based on theory of graphs, Fermat's principle and Dijkstra's algorithm, to compute the electromagnetic wave behavior in the subsurface. The fundamental principle of our method obeys the Snell-Descartes and reflection's laws by using Fermat's principle. We set up an undirected graph with hexagonal symmetry in which the nodes are connected by edges. The electromagnetic waves travel through the graph's edges and it obeys Fermat's principle. To solve the single-source shortest path problem for the graph we use Dijkstra's algorithm that finds the shortest path between a single node and every other node. In this case, the shortest path in the graph is the ray path of the wave, because of Fermat's principle. The inverse modeling is a Heuristic method called Genetic Algorithm (GA), which simulates the natural selection and crossing-over to estimate an optimal solution.

Introdução

De modo geral a tomografia é uma ferramenta muito valiosa no estudo de estruturas internas. Na geofísica é estudada no imageamento de estruturas anômalas em subsuperfície. Este projeto tem como mérito desenvolver uma nova metodologia baseada no princípio de Fermat e na teoria dos grafos para a geração dos dados sintéticos de GPR – Ground Penetrating Radar. A inversão dos dados sintéticos é realizada pelo método Heurístico mais difundido e no mundo acadêmico, o algoritmo genético (AG), que simula processos evolutivos como cruzamento, mutação e seleção natural para a obtenção de uma solução desejada.

A teoria vigente para o desenvolvimento da modelagem direta aplicada à tomografia de dados Geofísicos é baseada na aproximação da equação eikonal por diferenças finitas (Vidale, 1988, 1990). Há também a abordagem proposta por Nakanishi e Yamagushi (1986) que relaciona o menor tempo de transito de uma frente de onda, representada por um raio, ao menor caminho em uma rede ou grafo.

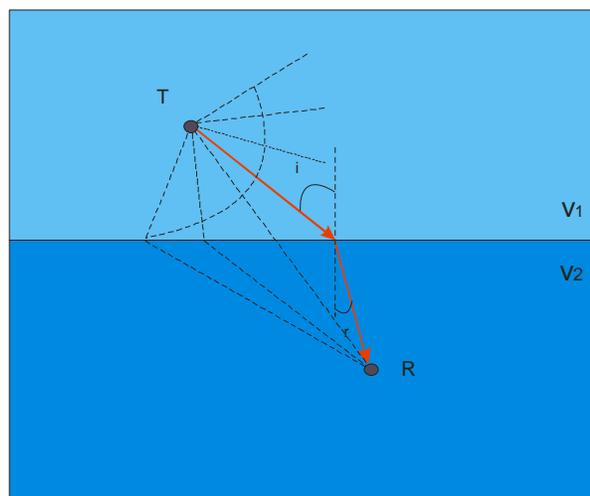


Figura 1: Representação de uma frente de ondas em propagação em dois meios distintos. A linha em vermelho explicita o raio que percorreu o caminho de menor tempo

Para resolver um problema de natureza contínua é necessária a discretização do espaço de análise. Essa técnica foi baseada na teoria matemática dos grafos. Um grafo pode ser considerado um conjunto de vértices conectados por arestas de formas distintas.

As arestas podem representar qualquer grandeza física bem como podem formar grafos orientados e não-orientados.

Há várias ferramentas computacionais para se obter estimativas a partir de dados sintéticos. Um dos métodos mais conhecidos é o Algoritmo Genético. Este algoritmo simula processos naturais, tais como seleção natural, mutação, recombinação e evolução genética para obter uma possível solução. Esta é uma característica dos métodos Heurísticos, que simulam acontecimentos naturais para resolver problemas de diversas áreas do conhecimento.

Metodologia

A ideia deste projeto concentra-se na construção de um modelo sintético baseado no princípio de Fermat e na teoria dos grafos. Inicialmente discretizamos o espaço de

análise em vértices, ou nós, conectados por arestas, caracterizando-se num grafo. Na figura 2, propomos a construção de um grafo não orientado com simetria hexagonal e 48 vértices representando a subsuperfície.

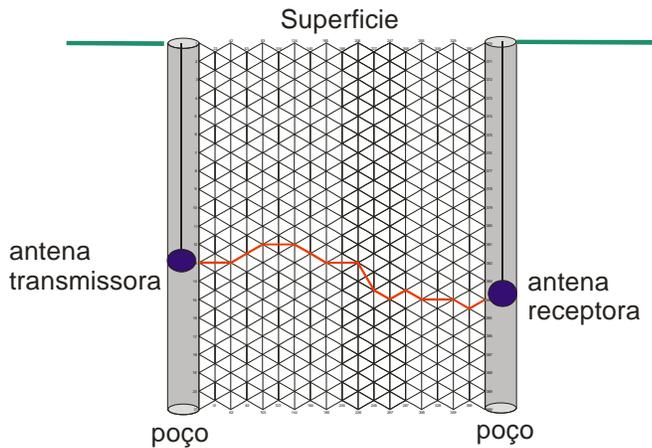


Figura 2: Representação da aquisição dos dados de GPR cross-hole. A linha em vermelho simula o transito da frente de onda em subsuperfície.

São atribuídos aos 48 vértices, ou nós, o mesmo número de velocidades, escolhidas visando representar algum modelo geológico coerente. A figura 3 mostra a geometria utilizada para a construção do grafo não orientado. São triângulos equiláteros, de lados iguais a 0,5 m e alturas iguais a 0,4330 m justapostos e organizados de forma a gerarem as células hexagonais ilustradas na figura 2.

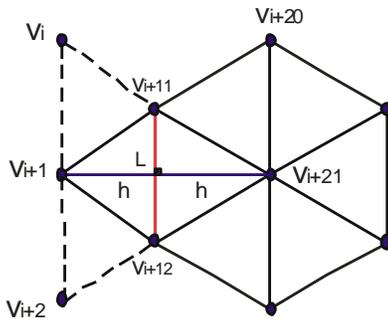


Figura 3: A partir da justaposição de vários triângulos equiláteros de lado $L=0,5m$ e altura $h=0,4330m$ formamos células hexagonais que representam a discretização da subsuperfície. Com isso temos os elementos geométricos necessários para calcular os tempos de trânsito entre dois nós consecutivos do grafo pela relação cinemática $t = s / v$, já que a cada nó é atribuída uma velocidade.

Em seguida propomos que a frente de onda transite pelo grafo desde a antena transmissora até a antena receptora respeitando o princípio de Fermat. A ferramenta computacional utilizada para aplicar o princípio de Fermat é o algoritmo de Dijkstra, adaptado por Pape em 1980, cujo propósito é fornecer o menor caminho entre dois vértices de um grafo com arestas positivas. Vale ressaltar que as arestas do grafo podem ser qualquer gradeza física discretizável. Em nosso

problema, as arestas são os pesos, ou tempos de trânsito da onda eletromagnética entre um vértice e outro consecutivo. A somatória dos pesos de todas as arestas visitadas (equação 1) representam o tempo total de trânsito da onda desde a antena transmissora até a receptora. Os dados sintéticos são as posições das antenas e os tempos de primeira chegada da onda eletromagnética na antena de recepção (Tf).

$$Tf = \sum_i S_i / v_i \quad (1)$$

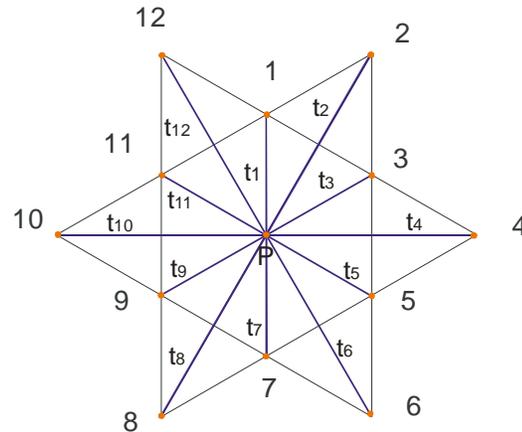


Figura 4: Zoom de uma célula hexagonal com todos os vizinhos diretos do nó central P. Vale ressaltar que os vizinhos estão ordenados em sentido horário e que as arestas ligadas ao nó central P são os tempos calculados.

Modelo inverso

O método de inversão utilizado é o Algoritmo Genético (AG), cujo propósito é simular processos de seleção natural e de evolução genética na busca pela solução otimizada. Para concluirmos a tomografia criamos um modelo de velocidades estratificado representando o conjunto de dados sintéticos. Outro estudo necessário é avaliar a qualidade da solução estimada, através da do gráfico do ajuste entre os modelos direto e inverso. Uma solução estimada pelo algoritmo genético deve ser testada no modelo direto a fim de verificar sua validade. Em caso de forte discordância entre os dados, pode-se concluir que a solução estimada pelo AG é insatisfatória.

Teste sintético

Para a aplicação da metodologia proposta neste trabalho utilizamos um modelo interpretativo que simula uma estrutura geológica em camadas. As velocidades variam entre 0,31 m/ns e 0,48 m/ns, horizontalmente, como mostra a figura 5. Foram gerados um conjunto de 100 dados sintéticos com adição de 2% de ruído pseudo-aleatório de média zero e distribuição gaussiana. Para a inversão, foram utilizadas 250 gerações, ou iterações, do

algoritmo genético sem introdução de informação a priori (figura 6) e com regularização (figura 7).

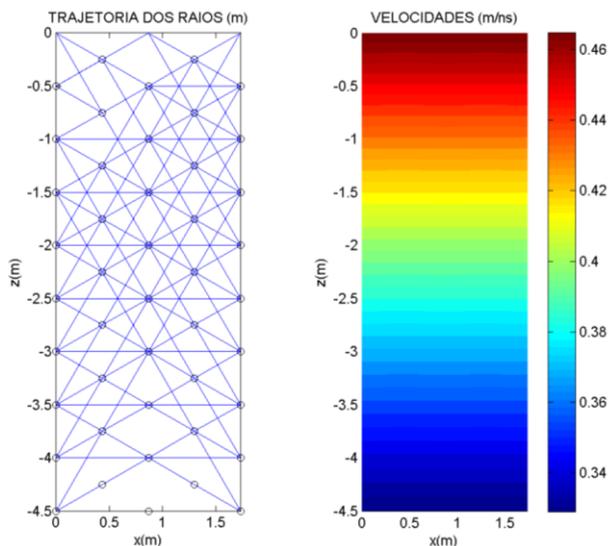


Figura 5: Trajetória dos raios em subsuperfície – à esquerda – e o modelo de velocidades em camadas – à direita.

Resultados

Como é possível ver na Figura (6), o Algoritmo Genético não recuperou a estrutura apresentada pelo modelo sintético, embora o ajuste entre os modelos tenha sido satisfatório. Isso ocorreu devido à grande maioria dos problemas geofísicos apresentarem ambiguidade. Para controlar essa situação é necessário introduzir ao modelo inverso informação geológica inicial a fim de que seja reduzido o número de possíveis soluções.

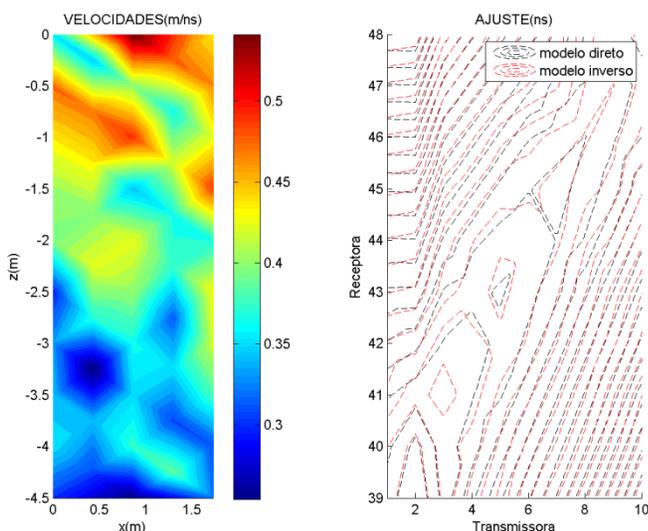


Figura 6: Modelo inverso de velocidades sem regularização – à esquerda - ajuste entre os modelos direto e inverso - à direita.

Na figura 7 apresentamos o mesmo modelo de velocidades em camadas. Desta vez introduzimos informação a priori baseada no conhecimento prévio da geologia local. Observa-se que o AG apresentou uma estimativa mais similar ao modelo sintético, mantendo um bom ajuste. Isso significa que estamos diante de uma boa estimativa. Este resultado nos permite concluir que a informação geológica é de fundamental importância para a confiabilidade da estimativa obtida durante a inversão.

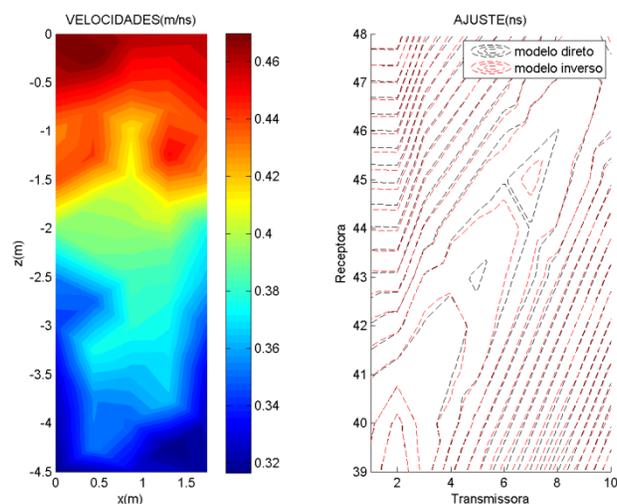


Figura 7: Modelo inverso de velocidades regularizado – à esquerda- ajuste entre os modelos direto e inverso – à direita.

Etapas futuras

As etapas posteriores deste projeto serão aprimorar o estudo de novos regularizadores para implementá-los em diferentes configurações sintéticas. Apresentar um estudo estatístico mais detalhado sobre solução, através do teste de hipótese (ou qui-quadrado) para averiguar se as estimativas fornecidas pelo Algoritmo Genético respeitaram uma distribuição normal, já que o ruído introduzido aos dados sintéticos tem essa natureza. Outra perspectiva futura é aplicar o modelo inverso a um conjunto de dados reais e se possível explorar outra ferramenta de inversão, o algoritmo de gradientes conjugados não lineares para comparação dos métodos de inversão e decidir aquele que melhor se adéqua ao problema.

Por fim pretendemos ampliar no número de vértices do grafo a fim de melhorar a resolução das trajetórias dos raios em subsuperfície.

Agradecimentos:

Agradecemos a Capes pelo suporte financeiro e ao Observatório Nacional – MCT pela estrutura oferecida para o desenvolvimento deste projeto de mestrado.

Referências

T.J.Moser, Shortest path calculation of seismic rays – Geophysics – 1991, pag 59-67.

Dijkstra,E.W. Node on two problems in connection with grafs . Numer .Math.1 (1959) ,269-271

Cormen,T.H. – Leiserson, C.E. – Rivest,R.L – Stein C. – Algoritmos – Teoria e prática , Elsevier – Campus -2001, pag 470-475

High-Resolution Crosshole Radar Tomography: Application to Liquefaction-Induced Changes in Soil on Treasure Island ; Robert E. Kayen,¹ Walter A. Barnhardt,¹ Scott Ashford,² Kyle Rollins,³ Diane L. Minasian,¹ and Bradley A. Carkin¹.

D. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison- Wesley 1989.

L. Davis, *Handbook of Genetic Algorithms*, VNR Comp. Library, 1990.

Tronicke, J., Knoll, M.D., 2005. Vertical radar profiling: influence of survey geometry on first-arrival traveltimes and amplitudes. *Journal of Applied Geophysics* 57 (3), 179imes

Zhou, C., Liu, L., Lane, J.W., 2001. Nonlinear inversion of borehole-radar tomography data to reconstruct velocity and attenuation distribution in earth materials. *Journal of Applied Geophysics* 47, 271butio

Zhdanov M S and Tolstaya E 2004 *Inverse Problems* **20** [937–52](#)

Carcione J.M. 1996. Ground-penetrating radar: wave theory and numerical simulation in lossy anisotropic media. *Geophysics* **61**, 1664–1677.

