



## Modelagem da Propagação de Ondas Sísmicas em Meios Viscoelásticos Descritos Pelo Modelo de Burger

Luiz Fernando da Silva, Marco Antonio B. Botelho, CPGG/UFBA, Brazil

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

This paper was prepared for presentation at the Twelfth International Congress of the Brazilian Geophysical Society, held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the Twelfth International Congress of The Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

**The study of the subsurface's image always try to recover the better possible picture of the subsurface impedance geometry with clearness and exactness. The seismic modeling processes are of great importance for oil exploration industry. As an example of a current problem is to apply the direct modeling simulating the rheology of the salt, and see how it can contribute to describe a more realistic modeling of the reservoirs placed in the layers of the pre-salt reservoir. Revising the research and study on the rheology and viscoelastic modeling, we glimpse a way full of challenges in the area. After publications of the researchers who had implemented a realistic model of the attenuation for methods in the time domain and whose mathematician formalism was developed years ago. Since then, the seismic modeling process gained one impulse and today verifies a great amount of published works. In this work we will present the direct modeling 2D of a linear viscoelastic media, using the model of four (4) parameters (Model of Burger) that it was implemented in the algorithm of seismic survey and the results reached fits with the theory predictive.**

### Introdução

A descrição de propagação de uma onda num meio viscoelástico é assunto muito pesquisado na sísmica e ainda hoje desperta muito interesse no estudo da propagação do sinal sísmico em reservatórios de hidrocarbonetos.. Algumas das teorias envolvidas na descrição dos mecanismos de atenuação de meios viscoelásticos são:

- Lei de Hooke Generalizada, Equação de Euler; Equação de Christoffel - Modelos Viscoelásticos, Equações Constitutivas Hereditárias-Variáveis da Memória etc; - Fator da Qualidade; - Fenômeno da dispersão e atenuação; - Outros mecanismos de investigação

A investigação de um meio sobre o qual se quer obter informação é realizada por meio de uma perturbação (uma onda gerada artificialmente) e então verificamos como o meio reagiu a essa perturbação. Essa análise do comportamento do meio pode ser por intermédio do campo de velocidades, do tensor das tensões e das

deformações, do traço sísmico etc. Na modelagem via processamento de sinal, o traço sísmico apresenta uma grande relevância para geração e análise dos dados. No processo de modelagem através de modelos elásticos e viscoelásticos, as equações constitutivas e dinâmicas do meio é que exercem uma grande importância. O procedimento adotado para modelar é o de acoplamento das: equações constitutivas do meio (Lei de Hooke); Variáveis da Memória (equação constitutiva hereditária, memória evanescente, tensão e deformação em função do tempo, função fluência e função relaxação); Equação dinâmica do meio (equação de Euler, equação da onda), equação de Christoffel etc. Essas são as ferramentas disponíveis para podermos fazer a modelagem. O objetivo principal do acoplamento dessas equações é descrever de maneira exata o comportamento do meio devido a uma perturbação. Os trabalhos publicados pelos pesquisadores dessa área ao longo dos anos e nos dias atuais, basicamente buscam melhorar esse acoplamento entre as equações para obter resultados mais precisos. Fatores tais como: dispersão e atenuação, são relevantes na pesquisa de modelagem e por isso têm-se muito interesse na investigação desses fenômenos. Os mecanismos de atenuação e dispersão do meio são simulados através da parametrização do fator da qualidade Q modelado do modelo viscoelástico utilizado (por exemplo: modelo de Maxwell (uma mola e um amortecedor em série) ou modelo de Kelvin-Voigt (uma mola e um amortecedor em paralelo, etc), das equações constitutivas (Lei de Hooke: que descreve as tensões e deformações sofridas pelo meio devido a essa perturbação), dos mecanismos de memória evanescente: que são descritos através da Equação Constitutiva Hereditária, onde as tensões são relacionadas no tempo com as deformações e as deformações são relacionadas no tempo com as tensões. Esse processo de convolução gera, respectivamente as funções relaxação e fluência. Ou seja, o processo segue alguns passos que são direcionados conforme o modelo viscoelástico adotado; então prossegue-se com os cálculos para encontrarmos as equações que regem o meio através do modelo adotado e depois segue com uma implementação por um método numérico. Nossa pesquisa utiliza o Modelo Viscoelástico de Burger no processo de modelagem. O modelo escolhido apresenta aspectos dos modelos viscoelásticos (Maxwell, Kelvin-Voigt) mais utilizados, e cada um deles é descrito pelo Modelo de Burger (04 parâmetros) sob certas condições do meio (valores de densidades e viscosidades). Por apresentar essas características, por exemplo: apresenta os aspectos de fluência dos modelos de Maxwell e de Voigt, julgamos que o modelo proposto deve recuperar informações melhores do imageamento de subsuperfície.

As relações de tensão e deformação podem ser generalizadas numa forma tensorial em que as tensões e deformações se relacionam por meio de parâmetros elásticos (constantes elásticas). Esse relacionamento mais geral é formulado pela Lei de Hooke generalizada(2). Supondo pequenos deslocamentos e deformações específicas, as equações constitutivas para um material ideal elástico podem ser escritas, sob forma tensorial:

$$\sigma = c \cdot \varepsilon \quad \sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (1)$$

onde  $\sigma$  é o tensor de tensões;  $\varepsilon$  é tensor de deformações específicas e  $c$  é o tensor constitutivo, elástico de quarta ordem, com 81 coeficientes (1).

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_x \\ \sigma_y &= \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_y \\ \sigma_z &= \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_z \end{aligned} \quad (2)$$

O mecanismo de memória evanescente (3): Onde as tensões estão relacionadas no tempo com as deformações e viceversa são descritos pelas equações abaixo:

$$\begin{aligned} \sigma &= \psi * \dot{\varepsilon} \\ \varepsilon &= \chi * \dot{\sigma} \end{aligned} \quad (3)$$

onde,  $\psi$  função relaxação e  $\chi$  é a função fluência

Da teoria podemos escrever:

$$\sigma(t) = M(t) * \varepsilon(t) \quad (4)$$

Onde  $\psi(t) = M(t)$  é o módulo complexo. Cada modelo viscoelástico específico tem um  $M(t)$  que descreve o comportamento no tempo do modelo. O processo de modelagem segue em direção a discretização do módulo complexo para que seja implementado no método numérico.

Podemos calcular a transformada de fourier de  $\psi(t) = M(t)$  e obtemos como resultado que:  $\psi(t) = F^{-1}(\frac{M(\omega)}{i\omega})$  ( $F^{-1}$ =Transformada Inversa de Fourier). Esse procedimento é muito utilizado no processo de modelagem viscoelástica. Após os cálculos podemos obter o  $\sigma(t)$  referente ao modelo viscoelástico adotado e depois seguimos com a implementação do método numérico.

A equação geral tensão-deformação para o Modelo de Burger é:

$$\sigma + \left( \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_2}{E_2} + \frac{\eta_1}{E_2} \right) \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \left( \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_1 \cdot E_2} \right) \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} = \eta_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_2} \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$$

A equação diferencial para  $\varepsilon$  constante:

$$\sigma + \left( \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_2}{E_2} + \frac{\eta_1}{E_2} \right) \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \left( \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_1 \cdot E_2} \right) \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} = 0$$

Cuja a solução é:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \cdot (C_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + C_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}})$$

$$\text{Onde } C_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{E_1 \cdot A} \text{ e } C_2 = -\frac{Q_1 - Q_2}{E_1 \cdot A}$$

$$\tau_1 = \frac{2 \cdot P_2}{P_1 - A} \quad e \quad \tau_2 = \frac{2 \cdot P_2}{P_1 + A}$$

$$A = \sqrt{P_1^2 - 4P_2}$$

$$P_1 = \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2}$$

$$P_2 = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_1 \cdot E_2} \quad e \quad Q_2 = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_2}$$

Os tempos de relaxação  $\tau_1$  e  $\tau_2$  descrevem o comportamento no tempo dos meios modelados. Eles estão relacionados com os fenômenos de dispersão e atenuação. Verifica-se que os parâmetros de solução da equação diferencial dependem dos parâmetros elásticos e viscoelásticos do meio.

### Metodologia

A figura -1 a seguir mostra os modelos de Maxwell, Kelvin-Voight e Burger. O modelo de Burger e a soma dos dois modelos e apresenta uma resposta mais realística do meio.

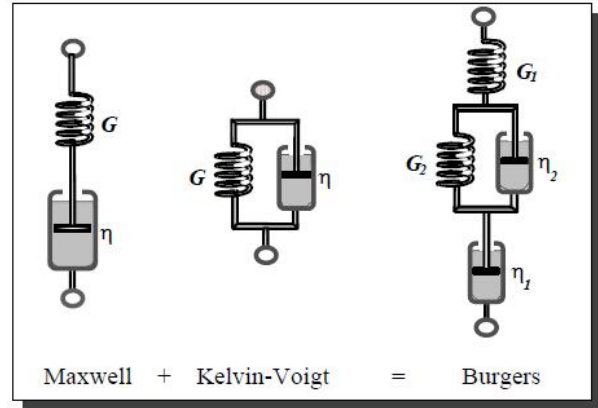


Figure 1: Modelos de Maxwell, Kelvin-Voight e Burger

teoria da mecânica do contínuo, a simulação numérica e a propagação de ondas foi a ferramenta da construção e implementação do algoritmo. Utilizamos o Modelo de Maxwell (onda P) para teste de implementação do algoritmo e obtemos alguns resultados. Posteriormente implementamos o Modelo de Burger (onda P) no algoritmo.

A implementação do algoritmo de diferença finita de marcha no tempo. A equação do movimento em 2D é:

Calculados  $\sigma_{kl}$  dos Modelos de Maxwell e Burger Model, que foram incorporados a equação do movimento conforme abaixo:

$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot H(t)$ , modela o  $\varepsilon_0$  do Modelo de Burger e  $H(t)$  é a função Heaviside.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (5)$$

Onde  $\rho$  é a densidade.

A implementação numérica é a das diferenças finitas com peso como se segue: As derivadas espaciais com aproximação de quarta ordem.

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = \left[ \frac{9}{8 \cdot dx} \cdot (\sigma_{xx}(j, k) - \sigma_{xx}(j-1, k)) + \frac{1}{24 \cdot dx} \cdot (\sigma_{xx}(j+1, k) - \sigma_{xx}(j-2, k)) \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} = \left[ \frac{9}{8.dz} \cdot (\sigma_{zz}(j,k) - \sigma_{zz}(j,k-1)) + \frac{1}{24.dz} \cdot (\sigma_{zz}(j,k+1) - \sigma_{zz}(j,k-2)) \right] \quad (7)$$

onde dx e dz são os espaçamentos do grid na direção x e z respectivamente e  $\sigma$  é a tensão. Dessa forma as equações acima descrevem a derivada segunda do deslocamento pois:

$\sigma_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$  sendo  $u_x$  o deslocamento na direção x e  $u_z$  o deslocamento na direção z. Colocando a equação do movimento da seguinte forma:  $V_j = dt * \frac{\partial \sigma}{\partial x_j} / \rho$  Logo  $V_x(j,k) = V_x(j,k) + dt * \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} / \rho$

e a derivada da velocidade pode ser discretizada como:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = \left[ \frac{9}{8.dx} \cdot V_x(j,k) - V_x(j-1,k) + \frac{1}{24.dx} \cdot (V_x(j+1,k) - V_x(j-2,k)) \right] \quad (8)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = \left[ \frac{9}{8.dz} \cdot V_z(j,k) - V_z(j,k-1) + \frac{1}{24.dz} \cdot (V_z(j,k+1) - V_z(j,k-2)) \right] \quad (9)$$

O resultado  $\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = \theta$  é utilizado no algoritmo de modelagem. Para prevenir efeitos de borda, nós usamos uma região absorvedora de 22 pontos em toda borda do modelo. Os receptores foram colocados no topo do modelo e a fonte localizada no centro do modelo e próximo a primeira interface. A fonte utilizada é tipo Ricker de frequência máxima central de 30Hz

## Resultados

Primeiramente mostramos resultados do algoritmo de teste que implementou o Modelo de Maxwell. Um modelo geológico mais simples (duas camadas horizontais) foi utilizado no teste do algoritmo. Os resultados estão apresentados por um snapshot em tempo e um sismograma. Os resultados da modelagem utilizando o Modelo de Burger mostram que o modelo tem resultados robustos no que diz respeito a efeito de atenuação do meio. Como ele incorpora aspectos dos dois modelos citados anteriormente, espera-se que seus sismogramas representem o meio com mais exatidão e clareza. O modelo geológico utilizado foi o conforme o descrito na figura -2 abaixo (carcione, 1993). O espaçamento do grid foi de  $DX=DZ=4m$  e frequência de pico da fonte de 30Hz. Comparamos os sismogramas de UZ no caso elástico e UZ no caso Viscoelástico (Modelo de Burger). Apresentamos os resultados conforme os sismogramas a seguir: As primeiras duas figuras referem-se ao modelo de teste de algoritmo e foi o Modelo de Maxwell. As figuras posteriores são relativas a modelagem utilizando o Modelo de Burger. O modelo geológico é o de armadilha anticlinal.

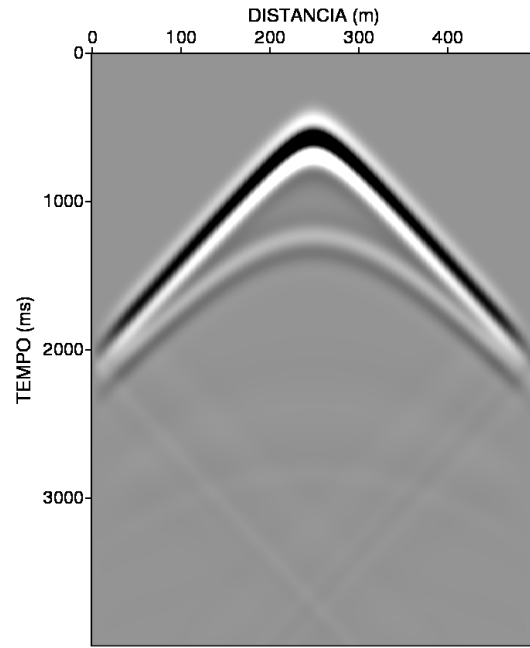


Figure 2: Sismograma no tempo  $t=4,0s$ , freq: 50Hz,  $Dx=Dz=5m$ , Modelo de Maxwell.

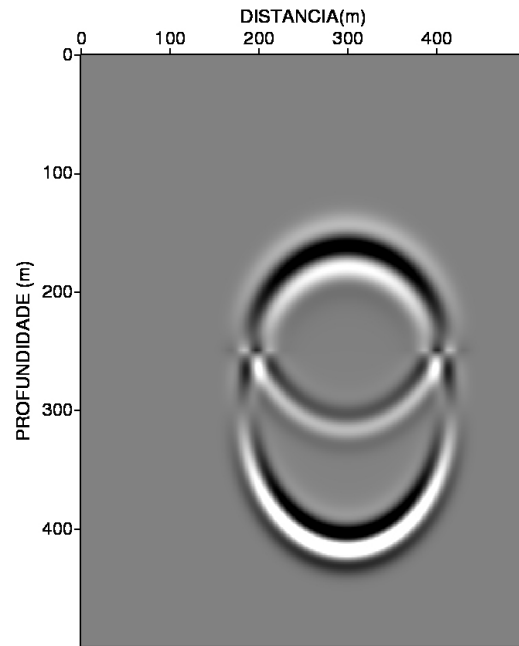


Figure 3: Snapshot da velocidade  $V_z$  no instante  $t=0,9s$ , freq: 50Hz,  $Dx=Dz=5m$ , Modelo de Maxwell.

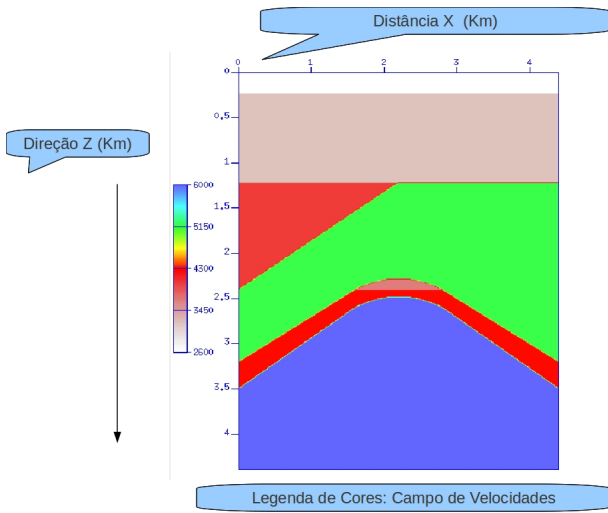


Figure 4: Modelo geológico com armadilha anticlinal.

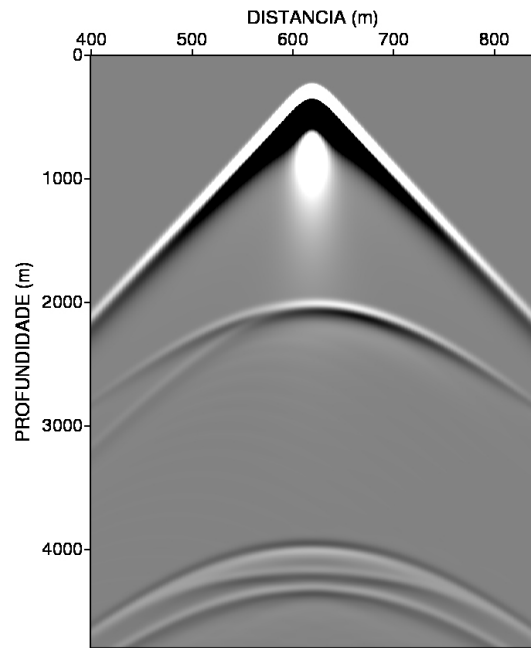


Figure 6: Sismograma Uz elástico em tempo  $t=1.2s$ , Freq:30 Hz,  $Dx=Dz=5m$ , Modelo de Burger

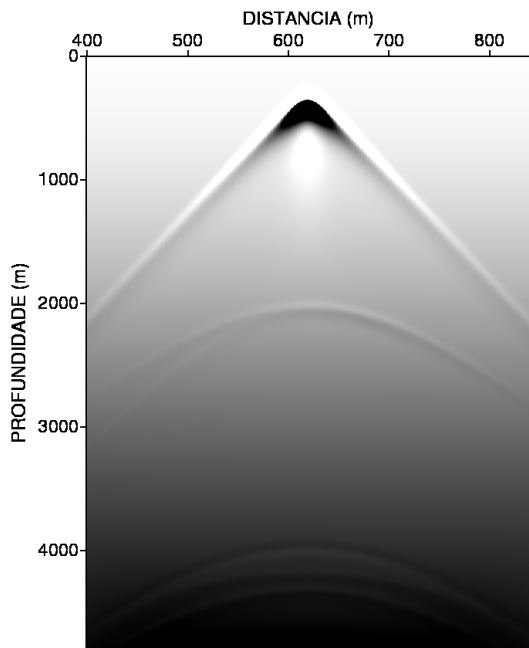


Figure 5: Sismograma Uz viscoelástico em tempo  $t=1.2s$ , Freq:30 Hz,  $Dx=Dz=5m$ , Modelo de Burger

**Conclusões**

Os processos de modelagem viscoelásticas constituem uma ferramenta poderosa na obtenção de sismogramas mais representativos do meio. O Modelo de Burger apresenta-se como uma poderosa ferramenta para estudos mais complexos onde podemos incorporar meios com anisotropia e porosidade. Sabemos que existem mecanismos de dissipação em meios reais. Os tempos de relaxação são parâmetros que tornam a modelagem mais realista. Dessa forma, como o modelo incorpora um comportamento mais perto da realidade e assim gerando sismogramas mais exatos com a modelagem da propagação da onda. Os testes realizados com o algoritmo viscoelástico que emprega o Modelo de Burger mostraram um forte efeito de atenuação, particularmente nos refletores mais profundos.

**Referências**

Emmerich H., M. Khorn, 1987, Incorporating of attenuation into time-domain computational of seismic wave fields: Geophysical, Vol.52, p1252-1264.

Carcione J. M., D. Kosloff, R. Kosloff, 1988, Viscoacoustic Wave propagation simulation in the earth, :Geophysics, Vol. 53, p769-777.

Carcione J. M., D. Kosloff and R. Kosloff, 1988a, Wave propagation simulation in a linear viscoacoustic medium :Geophysical Journal, Vol.93, p393-407.

Carcione J. M., D. Kosloff and R. Kosloff, 1988b, Waves propagation simulation in linear viscoelastic medium: Geophysical Journal, Vol.95, p597-611.

Carcione J. M.,1993, Seismic modeling in viscoelastic media, :Geophysics,Vol. 58, p110-120.

Steve. M. Day, J.Bernard Minster,1994, Numerical Simulation of attenuated wavefields using a Pade approximant method, :Geophys. J. R. Astr. Soc.,Vol. 78, p105-108.

Carcione J. M.,2001,Theory and numerical simulation of wave propagation in anisotropic, anelastic and porous media:Pergamon Press.

Carcione J. M., Flavio Poletto, Dvid Gei,2004,3-D wave simulation in anelastic media using the Kelvin-Voight constitutive equation, :Computational Physics Journal,Vol. 196, p282-297.

### **Agradecimentos**

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudos e ao CPGG pela oportunidade da realização do trabalho..