



## Análise numérica de sensibilidade e resolução de inversão gravimétrica 3D com variação vertical da densidade

Cristiano Mendel Martins, UFPA, Brasil, Valéria C. F. Barbosa, ON, Erico T. Franca, UFPA & Laisse C. Ramos, UFPA.

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 12<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 12<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

We present a new numerical method for evaluating the depth resolution in a regularized gravity inversion for 3D depth-to-basement estimate. By using the first-order Tikhonov regularization, we estimate depths to the basement from gravity data assuming a decrease of the density contrast with depth caused by compaction. This regularization imposes a smooth character on the solution. The proposed method tries to answer two questions: (1) "Is the smoothing gravity inversion able to resolve a small oscillation on the basement relief at a given depth?" and (2) "What is the smallest volume of the basement's oscillations that can be resolved?". To answer these questions we use a criterion based on the relationship between the data-misfit measure and the total volume of the estimated basement's oscillations. Using synthetic gravity produced by basement relief showing a sequence of oscillations around a mean depth  $z_m$ , we estimated a basement relief and we plotted the  $V_R \times f_g$  curve, where  $f_g$  is the data-misfit measure and  $V_R$  is the volume of the mass limited by the estimated basement surface and by a horizontal plane located at the mean depth of the depth-to-basement estimates. To set up the  $V_R \times f_g$  curve, we assume different mean depths of the basement relief and different amplitudes and volumes of the basement's oscillations. Given a mean depth of the basement relief around which basement's oscillations occur, the inflection point in the  $V_R \times f_g$  curve indicates the smallest volume of the basement's oscillations that can be resolved by using the smoothing gravity inversion. Tests with synthetic data shows that by using this criterion we can evaluate if a small oscillation on the basement relief at a given depth can be retrieved by the gravity data.

### Introdução

A interpretação de dados gravimétricos caracteriza-se por uma inerente perda de resolução em profundidade. Essa perda de resolução leva à impossibilidade da recuperação de detalhes de feições de fontes geológicas profundas. Mesmo fazendo uso do método de Regularização de Tikhonov (Tikhonov e Arsenin, 1977) para a obtenção de soluções únicas e estáveis em problemas inversos gravimétricos, a perda de resolução em profundidade é inevitável. Backus e Gilbert (1968; 1970), estudando a unicidade de problemas inversos, produziram estimativas da resolução dos dados e mostraram o importante compromisso entre a resolução

dos dados e a estabilidade da solução (Green, 1975). Para compreender a definição de resolução é preciso distinguir entre a "resolução verdadeira" e a "resolução demandada" (Silva et al., 2010). A primeira é a menor feição da fonte geológica capaz de ser recuperada pelos dos dados geofísicos. Por outro lado, a resolução demandada, é a resolução que o geofísico espera dos dados. Presumindo-se um uma determinada função regularizadora (função estabilizante) e um determinado peso para esta função (valor atribuído ao parâmetro de regularização de Tikhonov) podemos obter uma solução única e estável. Porém, note que um peso pequeno atribuído a função regularizadora aumenta a resolução demandada, mas também aumenta substancialmente a instabilidade da solução estimada. Por outro lado, um peso grande atribuído a função regularizadora estabiliza a solução, mas reduz a resolução demandada. A instabilidade aparece quando a resolução demandada torna-se maior que a resolução real que pode ser interpretada como uma tentativa de extrair mais informações dos dados do que é fisicamente possível. Desta forma, dado uma função regularizadora que estabiliza a solução uma importante pergunta para o interprete é: "Qual é a menor feição geológica que podemos recuperar?"

### Metodologia

#### Problema direto

Seja uma bacia sedimentar com embasamento homogêneo e sedimentos heterogêneos. Presumimos que o contraste de densidade entre o embasamento e os sedimentos diminui com a profundidade,  $z$ , de acordo com uma lei parabólica (RAO et al., 1994)

$$\Delta\rho(z) = \frac{\Delta\rho_0^3}{(\Delta\rho_0 - \alpha z)^2}, \quad (1)$$

sendo  $\Delta\rho_0$  o contraste de densidade na superfície da Terra expresso em  $\text{g/cm}^3$  e  $\alpha$  um fator que controla o gradiente do contraste de densidade com a profundidade, expresso em  $\text{g.cm}^{-3}/\text{km}$ .

Seja uma interface arbitrária separando o pacote sedimentar heterogêneo do embasamento homogêneo. Para estimar o relevo desta interface, selecionamos uma região finita no espaço  $x - y$ , contendo completamente a projeção horizontal da bacia, e discretizamos esse espaço, ao longo das direções  $x$  e  $y$ , em uma malha de  $m_x \times m_y$  prismas 3D verticais justapostos, (Fig. 1). O topo de cada prisma coincide com a superfície da Terra, nível  $z_0 = 0,0$  km, e todos os prismas têm dimensões horizontais iguais a  $dx$  e  $dy$  ao longo das direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. As espessuras  $p_j$  dos  $M$  prismas ( $M = m_x \times m_y$ ) são os elementos do vetor de parâmetros  $\mathbf{p}$ , ( $p_j$ ,  $j = 1, \dots, M$ ) a serem estimados a partir dos dados gravimétricos. Essas espessuras dos  $M$  prismas representam as profundidades do embasamento em  $M$

pontos discretos e estão relacionadas à  $i$ -ésima componente vertical do campo gravimétrico teórico  $g_i$ , no  $i$ -ésimo ponto de observação  $(x_i, y_i, z_i)$ , pela relação não linear

$$g_i = \sum_{j=1}^M f_i(p_j, \Delta\rho_0, \alpha), \quad i = 1, \dots, M. \quad (2)$$

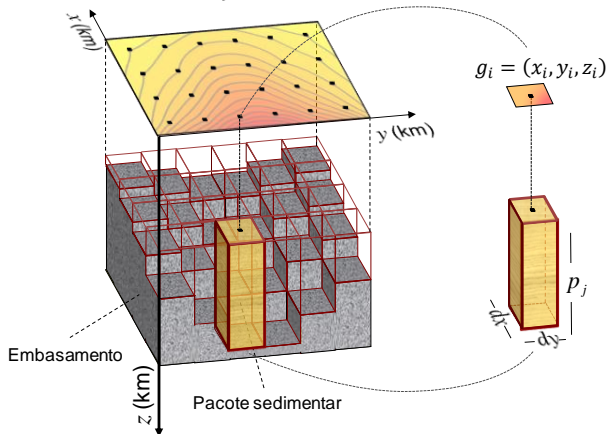
A função não linear  $f_i(p_j, \Delta\rho_0, \alpha) \equiv f_i$  produzida por um único prisma com espessura  $p_j$  computada no  $i$ -ésimo ponto de observação, pode ser escrita como

$$f_i = \gamma \int_0^{p_j} \int_{y_{0j}-dy/2}^{y_{0j}+dy/2} \int_{x_{0j}-dx/2}^{x_{0j}+dx/2} \frac{\Delta\rho(z)}{z_i - z_j'} dx_j dy_j dz_j', \quad (3)$$

$$\frac{1}{\left[ (x_i - x_j')^2 + (y_i - y_j')^2 + (z_i - z_j')^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

sendo  $\gamma$  a constante gravitacional de Newton,  $(x_j, y_j, z_j)$  as coordenadas de um pequeno prisma de volume ( $dv_j = dx_j \cdot dy_j \cdot dz_j$ ) dentro do  $j$ -ésimo prisma e  $x_{0j}$  e  $y_{0j}$  as coordenadas do centro do  $j$ -ésimo prisma em relação a  $x$  e  $y$ , respectivamente. CHAKRAVARTHI et al. (2002) apresentaram expressão fechada para a integral em 3.

Por simplicidade, presumimos que os dados gravimétricos são interpolados em uma malha regularmente espaçada (Fig. 1) e que as coordenadas  $x$  e  $y$  de cada ponto de observação coincidem com as respectivas coordenadas horizontais dos centros dos prismas. O termo  $g_i$  define o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\mathbf{g} \equiv (g_1, \dots, g_M)^T$  que contém a anomalia gravimétrica teórica causada por  $M$  prismas que simulam um pacote sedimentar com contraste de densidade que decai com a profundidade segundo a equação 1. O sobrescrito  $T$  representa transposição.



**Figura 1.** Modelo interpretativo – Anomalia gravimétrica produzida por um pacote sedimentar cujo contraste de densidade decresce verticalmente segundo lei parabólica. O pacote sedimentar é discretizado por uma malha  $m_x \times m_y$  de  $M$  prismas 3D cujas espessuras  $p_j$  são os parâmetros a serem estimados. O detalhe a direita mostra o  $i$ -ésimo prisma 3D e a  $i$ -ésima componente vertical da anomalia gravimétrica  $g_i$  na posição  $(x_i, y_i, z_i)$ .

### Problema Inverso

A inversão gravimétrica consiste em estimar, a partir de um vetor  $\mathbf{g}^0$  da anomalia gravimétrica observada, o vetor  $\mathbf{p}$  contendo as profundidades do embasamento em  $M$  pontos discretos. Os parâmetros a serem estimados ( $\mathbf{p}$ ) estão relacionados aos dados gravimétricos ( $\mathbf{g}^0$ ) através da relação não linear dada pela equação 2. O problema inverso não linear de estimar  $\mathbf{p}$  a partir de  $\mathbf{g}^0$  pode ser formulado como um problema de minimização, em relação a  $\mathbf{p}$ , do funcional

$$\phi_g = \frac{1}{M} \|\mathbf{g} - \mathbf{g}^0\|_2^2, \quad (4)$$

em que  $\|\cdot\|_2$  é a norma Euclidiana e  $\mathbf{g}$  é um vetor  $M$ -dimensional cujo  $i$ -ésimo elemento contém a componente vertical da anomalia teórica computada no  $i$ -ésimo ponto de observação (equação 2). Note que  $\mathbf{g}$  depende não só das espessuras dos  $M$  prismas ( $\mathbf{p}$ ), como também das variáveis  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  (equação 1). Assim  $\mathbf{g} \equiv \mathbf{g}(\mathbf{p}, \Delta\rho_0, \alpha)$ . O problema inverso de estimar o vetor  $\hat{\mathbf{p}}$  que minimiza o funcional 4 é mal posto e apresenta solução sem estabilidade. Para obter uma estimativa ( $\hat{\mathbf{p}}$ ) única e estável procuramos uma solução que satisfaça a anomalia gravimétrica observada,  $\mathbf{g}^0$ , e que seja uma superfície do relevo do embasamento globalmente suave. Para tanto, formulamos o problema inverso vinculado e não linear de estimar as profundidades do embasamento 3D através da minimização de:

$$\phi_s = \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2 \quad (5)$$

sujeito a

$$\phi_g = \delta^2. \quad (6)$$

No funcional  $\phi_s$  (equação 5)  $\mathbf{R}$  é uma matriz  $L \times M$  representando o operador diferencial discreto de primeira ordem. O funcional  $\phi_s$  é o regularizador de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV e ARSENIN, 1977) minimizado via norma Euclidiana denotada por  $\|\cdot\|_2$ . Através da minimização de  $\|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2$  (funcional 5), ficam favorecidas as soluções relativamente suaves e, implicitamente, é introduzida a informação geológica de que o relevo do embasamento da bacia sedimentar é globalmente suave (BARBOSA et al., 1997). Na equação 6,  $\phi_g$  é definido pela equação 4 e  $\delta^2$  é o valor esperado para a média da soma dos quadrados ruído nos dados gravimétricos observados. O vetor  $\hat{\mathbf{p}}$ , contendo as  $M$  estimativas das profundidades do embasamento, que soluciona o problema de otimização vinculado dado pela minimização do funcional 5 sujeito a explicar os dados geofísicos (condição 6), será obtido minimizando-se o funcional não vinculado:

$$\lambda_s(\mathbf{p}) = \phi_g + \mu\phi_s, \quad (7)$$

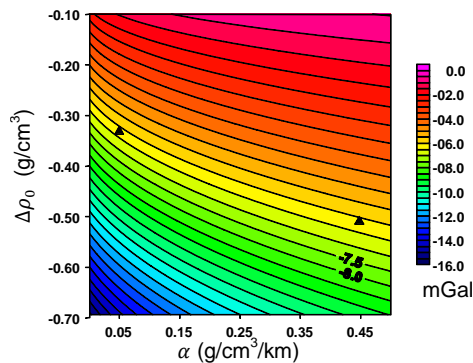
em que,  $\mu$  é o parâmetro de regularização, um escalar positivos. Resolvemos este problema não linear iterativamente pelo método Gauss-Newton empregando-se a estratégia de MARQUARDT (1963).

### Análise no Modelo Direto

#### Caracterização da ambiguidade

Considere uma única observação da anomalia gravimétrica  $g_i(x, y, z_0)$  (equação 2) produzida por um único prisma 3D com dimensões horizontais de 1,0 km

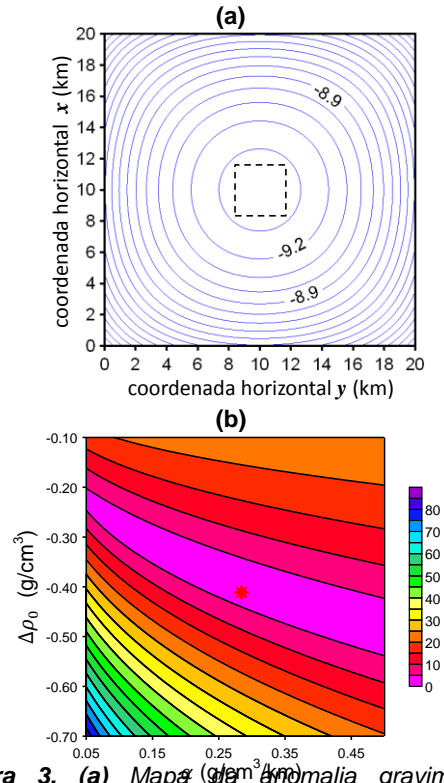
nas direções  $x$  e  $y$ , espessura de 7,0 km e com topo na superfície ( $z_0=0,0$  km). Esta observação da anomalia gravimétrica também está localizada no nível  $z_0$  e nas mesmas coordenadas horizontais do centro deste prisma. Considere também que o contraste de densidade entre os sedimentos que preenchem este prisma e o embasamento decai em com a profundidade segundo lei parabólica (equação 1), sendo esta variação do contraste de densidade definida por um par de constantes  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$ . Realizamos um mapeamento discreto no plano  $\Delta\rho_0 \times \alpha$  da intensidade da anomalia gravimétrica em uma única observação (Fig. 2) produzida por este único prisma considerando diferentes valores de  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  para o decaimento vertical do contraste de densidade. A Figura 2 mostra que uma mesma intensidade da observação gravimétrica pode ser produzida por diferentes pares de  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  que definem o decaimento vertical do contraste de densidade dentro do volume do prisma. Os dois triângulos pretos da Figura 2 indicam que um mesmo valor da observação gravimétrica (aproximadamente 6,0 mGal) é produzido por dois diferentes pares de  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$ . Podemos notar que diferentes distribuições verticais de massa dentro de um mesmo volume (prisma) são capazes de produzir o mesmo efeito gravimétrico em um sensor localizado nas mesmas coordenadas horizontais do centro do prisma. No entanto cabe ressaltar que isto ocorre por causa de uma combinação posicional entre o prisma e o sensor.



**Figura 2.** Mapa no plano  $\Delta\rho_0 \times \alpha$  do efeito gravimétrico produzido por um único prisma 3D com dimensões 1,0 km nas direções  $x$  e  $y$ , topo em  $z_0 = 0,0$  km e espessura 7 km. Os dois triângulos pretos indicam dois pares de  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  que definem duas diferentes leis parabólicas de variação do contraste de densidade com a profundidade, que produzem a mesma intensidade da anomalia gravimétrica.

Considere um mapa bidimensional de anomalia gravimétrica (fig. 3a) produzida por um único prisma 3D com dimensões horizontais de 3,0 km nas direções  $x$  e  $y$ , espessura de 7,0 km, com topo na superfície ( $z_0=0,0$  km) e localizado no centro do levantamento. O contraste de densidade decresce verticalmente segundo uma lei parabólica (equação 1) definida pelo par  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  de valores,  $-0,4$  g/cm<sup>3</sup> e  $0,3$  g/cm<sup>3</sup>/km, respectivamente (asterisco vermelho fig 3b). As medidas da anomalia gravimétrica foram obtidas na superfície  $z_0$  e em uma malha regular de 101 x 101 pontos nas direções  $x$  e  $y$ , regularmente espaçados de 0,2 km. Realizamos um mapeamento discreto no plano  $\Delta\rho_0 \times \alpha$  (fig. 3b) da norma

Euclidiana da diferença entre a intensidade da anomalia gravimétrica original (fig. 3a) e a intensidade da anomalia gravimétrica produzida pelo mesmo prisma 3D no entanto utilizando-se diferentes valores de  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  para o decaimento vertical do contraste de densidade. O vale de mínimos na figura 3b mostra que diferentes pares de  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  são capazes de produzir, para este prisma, praticamente o mesmo valor da observação gravimétrica em cada posição do levantamento.

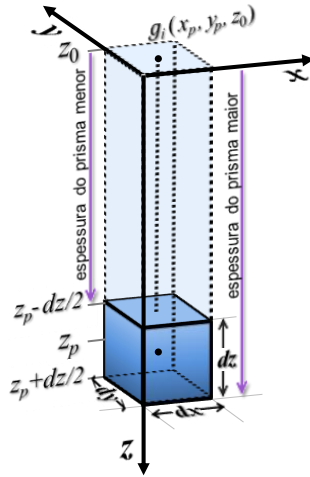


**Figura 3.** (a) Mapa da anomalia gravimétrica produzida por um único prisma 3D (identificado por linhas tracejadas) com dimensões 3,0 km nas direções  $x$  e  $y$ , topo em  $z_0=0,0$  km, espessura 7 km e contraste de densidade decrescendo segundo lei parabólica definida por  $\Delta\rho_0 = -0,4$  g/cm<sup>3</sup> e  $\alpha = 0,3$  g/cm<sup>3</sup>/km (asterisco vermelho (b)). (b) Mapa no plano  $\Delta\rho_0 \times \alpha$  da norma Euclidiana da diferença entre o efeito gravimétrico do prisma 3D descrito em (a) e o efeito gravimétrico produzido pelo mesmo prisma 3D mas com diferentes pares  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$ .

#### Intensidade do sinal versus profundidade

Seja um prisma de pequeno volume ( $dv$ ) de dimensões  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$ , com centro localizado a profundidade  $z_p$ , e coordenadas horizontais  $x_p$  e  $y_p$  (prisma azul Fig. 4). Seja  $g_i(x_p, y_p, z_0)$  (equação 2) a intensidade de uma única observação da anomalia gravimétrica produzida por este pequeno prisma e medida por um sensor localizado na superfície  $z_0=0,0$  km e nas mesmas coordenadas horizontais  $x_p$  e  $y_p$  do centro do pequeno prisma. Podemos considerar  $g_i(x_p, y_p, 0)$  igual à diferença entre a anomalia gravimétrica produzida por dois prismas, ambos com topo na superfície,  $z_0$ , centro localizado nas coordenadas horizontais  $x_p$  e  $y_p$  e dimensões horizontais

$dx$  e  $dy$ . Um dos prismas tem espessura  $z_p + dz/2$  e o outro prisma, tem espessura  $z_p - dz/2$  (Fig. 4). Também consideramos que o contraste de densidade varia com a profundidade segundo uma lei parabólica definida pela equação 1. Calculamos a anomalia gravimétrica  $g_i(x_p, y_p, 0)$  produzida pelo pequeno prisma de volume  $dv$  (prisma azul escuro, Fig. 4), porém posicionando o seu centro em várias profundidades. Para tanto, variamos discretamente a profundidade do centro deste pequeno prisma ( $z_p$ ) da profundidade inicial  $z_p = dz/2$  km até a profundidade máxima  $z_p = 7$  km, com um deslocamento de 0,2 km. Este procedimento de calcular os valores de  $g_i(x_p, y_p, z_0)$  para o pequeno prisma em várias profundidades foi repetido sete vezes, com um mesmo contraste de densidade superficial  $\Delta\rho_0$ , mas com sete diferentes constantes de decaimento  $\alpha$  definindo, portanto diferentes leis parabólicas (equação 1) de variação do contraste de densidade com a profundidade. Na Figura 5 cada uma das curvas coloridas mostra a variação da intensidade da anomalia gravimétrica  $g_i(x_p, y_p, 0)$  devida à variação da profundidade do pequeno prisma e considerando uma lei parabólica de variação do contraste de densidade com a profundidade. Para cada curva, o valor de  $\alpha$  é tal que o contraste de densidade na profundidade máxima (7 km) é um percentual ( $\eta$ ) do contraste superficial de densidade ( $\Delta\rho_{(z_{max})} = \eta\% \cdot \Delta\rho_0$ ).

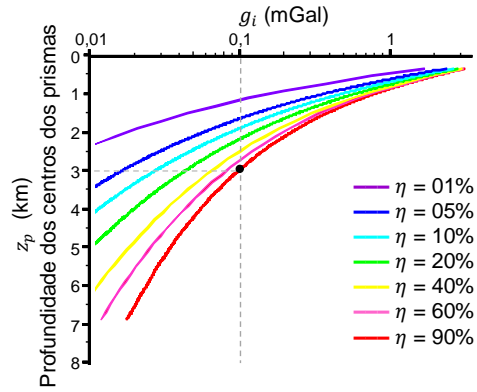


**Figura 4.** Anomalia gravimétrica  $g_i(x_p, y_p, z_0)$  produzida por um prisma de volume  $dv$ , com dimensões  $dx=dy=1,0$  km e  $dz=0,2$  km e centro localizado em  $x_p, y_p$ , e  $z_p$ .

A Figura 5 mostra que mesmo quando há um grande contraste de densidade na máxima profundidade de 7 km (e.g., curva vermelha em que  $\Delta\rho_0 = -0,7$  g/cm<sup>3</sup> e  $\eta = 90\%$ ), um prisma de volume 0,2 km<sup>3</sup> posicionado a uma profundidade maior que 3,0 km produz, na superfície, um sinal gravimétrico com intensidade inferior a 0,1 mGal (ponto preto, Fig. 5). Assim, ilustramos a dificuldade de detecção de um corpo localizado em grandes profundidades, uma vez que o a massa associada a este volume pode provocar uma variação no sinal da anomalia gravimétrica muito inferior à precisão instrumental.

### Análise no Problema Inverso

Considere um relevo do embasamento com profundidade média  $z_m$ , separando um pacote sedimentar heterogêneo de um embasamento homogêneo. Este relevo caracteriza-se por uma superfície com ondas senoidais tridimensionais de amplitude  $a$ .



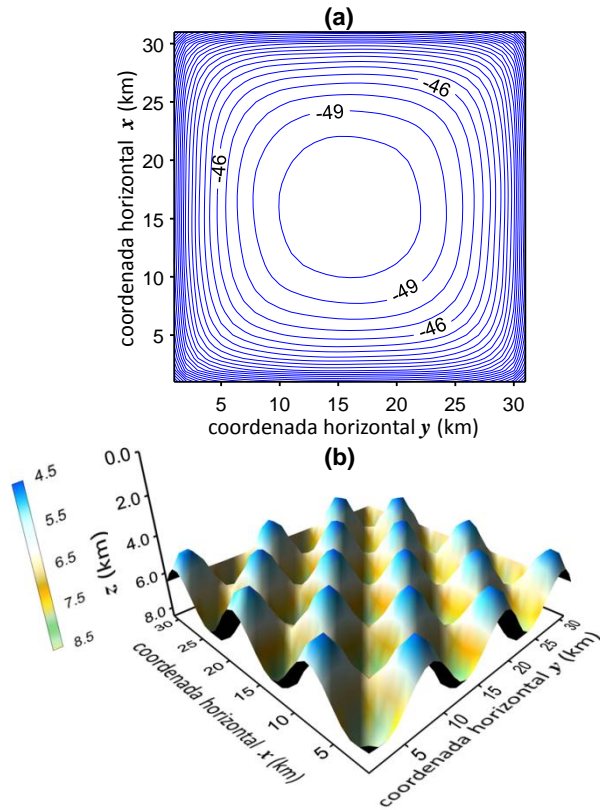
**Figura 5.** Diferentes curvas da variação da anomalia gravimétrica geradas por um prisma de volume  $dv=0,2$  km<sup>3</sup>, cujo centro muda de posição em profundidade. Cada curva é obtida considerando diferentes leis parabólicas de variação do contraste de densidade com a profundidade de modo que o contraste de densidade na profundidade máxima é igual a  $\eta\%$  de  $\Delta\rho_0$ . Em todos os casos  $\Delta\rho_0 = -0,7$  g/cm<sup>3</sup> e o sensor está posicionado nas coordenadas horizontais do centro do prisma ( $x_p, y_p$ ) e na superfície ( $z_0=0$  km). O eixo horizontal indica a intensidade da anomalia gravimétrica na escala logarítmica.

Definimos a profundidade ( $z(x, y)$ ) do relevo do embasamento em cada ponto ( $x, y$ ) como sendo dada por

$$z(x, y) = z_m + a \left[ \text{sen} \left( \frac{x}{C_x} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{y}{C_y} \right) \right], \quad (8)$$

sendo  $C_x = m_x/2\pi f$  e  $C_y = m_y/2\pi f$ ,  $m_x$  e  $m_y$  o número de prismas em que a bacia foi discretizada em cada uma das direções horizontais  $x$  e  $y$  respectivamente, e  $f$  o número inteiro de ondas que cabem completamente em cada direção horizontal.

Assim, a partir das três variáveis  $a$ ,  $z_m$  e  $f$  podemos definir diferentes relevos do embasamento. Variando a amplitude ( $a$ ) e a frequência espacial ( $f$ ) controlamos sua forma e variando  $z_m$  definimos sua profundidade média. Note que quanto maior o valor de  $f$  menor o volume de uma região no espaço limitada pelo relevo do embasamento e um plano na profundidade  $z_m$ . Por outro lado, quanto maior o valor de  $a$  maior o volume desta região. A Figura 6a mostra a anomalia gravimétrica (linhas contínuas azuis) produzida pelo relevo do embasamento de uma bacia sedimentar sintética simulada na Figura 6b. Esta anomalia foi gerada em uma malha regular de  $31 \times 31$  pontos com espaçamentos de 1 km em ambas as direções  $x$  e  $y$  (norte-sul e leste-oeste, respectivamente). A Figura 6b mostra a vista em perspectiva das profundidades do relevo do embasamento verdadeiro definido por uma superfície de profundidade média ( $z_m$ ) igual a 6,5 km, contendo completamente três ondas senoidais em cada direção horizontal ( $f = 3$ ), com amplitude ( $a$ ) de 2,0 km. Nesta bacia simulada o contraste de densidade decaiu verticalmente segundo lei parabólica (equação 1) definida por  $\Delta\rho_0$  e  $\alpha$  iguais a  $-0,4$  g/cm<sup>3</sup> e  $0,05$  g/cm<sup>3</sup>/km, respectivamente.

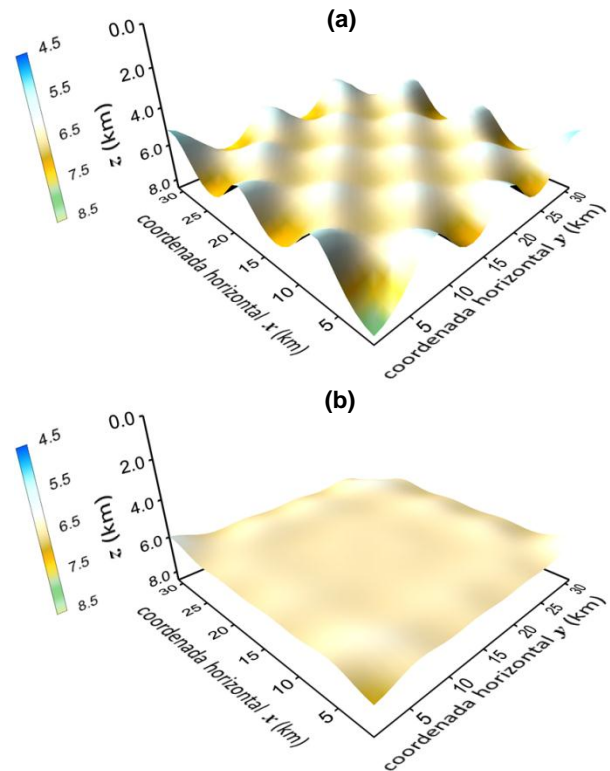


**Figura 6. (a)** Mapa da anomalia gravimétrica produzida pelo relevo em (b); **(b)** Vista em perspectiva do relevo do embasamento com frequência espacial  $f = 3$ , amplitude  $a = 2\text{ km}$ , profundidade média  $z_m = 6,5\text{ km}$ , e lei parabólica do decaimento do contraste de densidade definida por  $\Delta\rho_0 = -0,4\text{ g/cm}^3$  e  $\alpha = 0,05\text{ g/cm}^3/\text{km}$ .

A figura 7a mostra o relevo estimado via inversão da anomalia gravimétrica mostrada na figura 6a e produzida pela bacia mostrada na figura 6b, utilizando-se a lei parabólica do decaimento vertical do contraste de densidade verdadeira. Geramos outra anomalia gravimétrica (não mostrada) produzida por um relevo definido por uma frequência espacial ( $f$ ) igual a 4, de mesma profundidade média e amplitude como no caso da figura 6b. Usamos a mesma lei parabólica do decaimento vertical do contraste de densidade da figura 6. A figura 7b mostra o resultado desta inversão. Note que o relevo estimado mostrado na figura 7a embora subestime a amplitude  $a$  do relevo verdadeiro é uma superfície que delimita horizontalmente com precisão os altos e os baixos do relevo verdadeiro e se localiza aproximadamente na profundidade média verdadeira. Por outro lado, embora o relevo estimado mostrado na figura 7b recupere aproximadamente a profundidade média verdadeira ele se caracteriza por uma superfície predominantemente plana e horizontal. Esta perda de detalhes no relevo estimado indica a falta de resolução do dado gravimétrico.

Após estimarmos o relevo do embasamento, calculamos a profundidade média deste relevo que definirá um plano horizontal fictício ( $H$ ). Computamos o volume total ( $V_R$ ) da região limitada acima e abaixo do plano  $H$  e a superfície

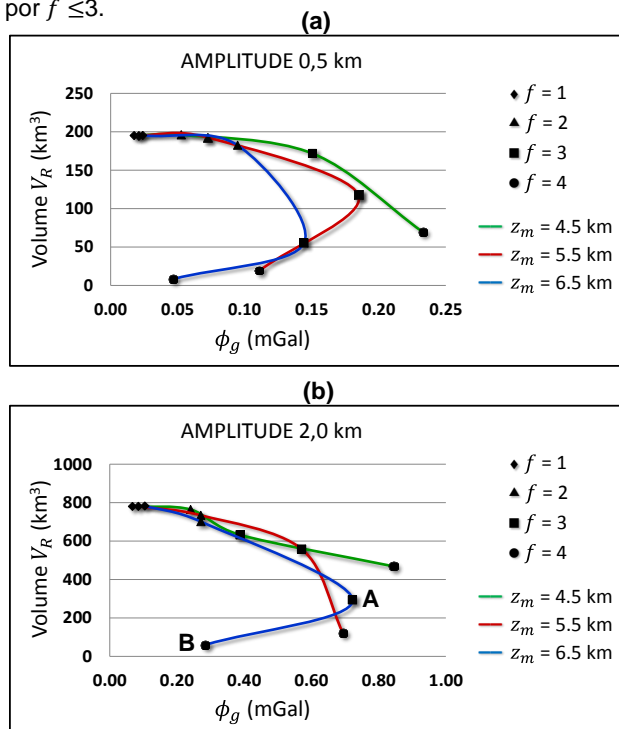
do relevo estimado. Este procedimento é repetido para diferentes dados gravimétricos produzidos por diferentes relevos simulados, definidos pela equação 8, com um dado trio de variáveis ( $f, a, z_m$ ).



**Figura 7. (a)** Relevo estimado via inversão para a bacia simulada em 6b; **(b)** Relevo estimado para uma bacia simulada semelhante a mostrada em 6b, mas com frequência espacial  $f = 4$ .

Note que quanto menor a resolução do dado gravimétrico menor será o volume  $V_R$ . A fim de caracterizar numericamente o insuficiência de resolução dos dados gravimétricos para a recuperação de detalhes no relevo, plotamos um gráfico do volume  $V_R$  versus o ajuste dos dados  $\phi_g$  (equação 4). A figura 8a mostra três diferentes curvas  $V_R \times \phi_g$  relacionadas a diferentes relevos, computadas com três diferentes profundidades médias  $z_m$  (curvas coloridas figura 8a), com mesma amplitude para as ondas que definem o relevo ( $a = 0,5\text{ km}$ ) e com quatro diferentes valores de  $f$  (número de ocorrências de ondas que define o relevo) em cada curva. Cada ponto em uma mesma curva está associado a um valor de  $f$  que varia de 1 a 4. A figura 8b também mostra cinco diferentes curvas relacionadas a diferentes relevos, e difere da figura 8a apenas no valor da amplitude das ondas que definem o relevo simulado ( $a = 2,0\text{ km}$ ). Notamos que nas figuras 8a e 8b nas curvas associadas as maiores profundidades médias  $z_m$  há uma clara mudança de tendência. Por exemplo, na figura 8b, a curva correspondente a profundidade média  $z_m = 6,5\text{ km}$  (curva azul), mostra esta mudança na tendência no ponto A. Numa mesma curva, este ponto de inflexão está associado a um  $f$  que divide a curva em dois grupos de valores de  $f$ . Maiores valores de  $f$  estão associados a volumes  $V_R$  que tendem a zero, e portanto os dados

gravimétricos não tem resolução suficiente para estimar detalhes do relevo. Menores valores de  $f$  estão associados a maiores volumes  $V_R$ , e portanto os dados gravimétricos tem resolução suficiente para estimar detalhes do relevo. Por exemplo, os relevos estimados nos casos relacionados aos pontos A e B da figura 8b são mostrados nas figuras 7a e 7b, respectivamente. Note que detalhes do relevo foram recuperados para o caso do ponto A ( $f=3$ ), e não foram no caso do ponto B ( $f=4$ ). Isto indica que no caso desta curva ( $z_m = 6.5$  km, figura 8b), para esta amplitude ( $a = 0.5$  km), o dado gravimétrico permite resolver feições do relevo definidas por  $f \leq 3$ .



**Figura 8.** (a) Curvas do volume do relevo estimado em relação ao plano horizontal de profundidade igual a média do relevo estimado versus o ajuste para diferentes profundidades médias do relevo verdadeiro ( $z_m$ ), diferentes valores de  $f$  (variando de 1 a 4), e a amplitude que define as ondas no relevo igual a 0.5 km; (b) Curvas como em (a) mas com amplitude  $a = 2.0$  km.

Uma adaptação deste procedimento pode ser aplicado a dados reais na tentativa de caracterizar numericamente qual o volume de uma feição do relevo do embasamento a uma certa profundidade pode ser recuperada. Neste caso não seriam realizadas inversões, mas modelagens interativas, nas quais um relevo é simulado (equação 8) usando-se diferentes valores de  $z_m$ ,  $f$  e  $a$ . Para cada relevo simulado computa-se um  $\phi_g$  e um volume  $V_R$  objetivando a construção de curvas  $V_R \times \phi_g$ .

### Conclusões

Caracterizamos numericamente a ambiguidade envolvida na relação fonte sinal gravimétrico uma vez que diferentes distribuições de massa podem reproduzir, para

um mesmo volume, praticamente o mesmo sinal gravimétrico.

Caracterizamos numericamente a não detecção de corpos localizados em grandes profundidades, quando a massa associada ao volume deste corpo produz uma variação no sinal da anomalia gravimétrica inferior à precisão instrumental.

Apresentamos um método para caracterizar numericamente a resolução dos dados gravimétricos na recuperação de feições geológicas de certa profundidade e volume. Este método baseia-se numa curva  $V_R \times \phi_g$  sendo  $V_R$  o volume da região limitada por um plano horizontal com profundidade igual a média das profundidades estimadas e pela superfície do relevo estimado, e  $\phi_g$  uma média do desajuste dos dados. Esta curva é construída considerando-se diferentes profundidades e volumes das feições. Para uma determinada profundidade, o ponto de inflexão desta curva marca o menor volume da feição geológica que é capaz de ser resolvida pelos dados.

### Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do curso de graduação em Geofísica da UFPA dos programas de pós-graduação em Geofísica do ON e UFPA. C.M.M. agradece o apoio financeiro do CNPq / INCT-GP (processo 573890/2008-0). V.F.C.B. agradece o apoio financeiro recebido do CNPq via bolsa de pesquisa. E. T. F. agradece a o apoio financeiro recebido do SESu / MEC via bolsa PET Geofísica. L. C. R. agradece a o apoio financeiro recebido da Capes via bolsa de mestrado.

### Referencias

- Bacus, G. E., & J. F. Gilbert, 1978, The resolving power of gross earth data. *Geophysics J Roy Astron Soc*, 16, 169 – 2005.
- \_\_\_\_\_, 1970, Uniqueness in the inversion of gross earth data, *Phil Trans R Soc*, 266, 123-192.
- Barbosa, V. C. F., J. B. C. Silva, & W. E. Medeiros, 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, 62, 1745–1757.
- Chakravarthi, V., H. M. Raghuram, & S. B. Singh, 2002, 3D forward gravity modeling of density interfaces above which the density contrast varies continuously with depth, *Computers & Geosciences*, 28, 53–57.
- Marquardt, D.W., 1963, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters: *Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics*, 2, 601–612.
- Rao, V., C. V. Chakravarthi, & M. L. Raju, 1994, Forward modelling: Gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions, *Computers and Geosciences*, 20, 873–880.
- Silva, J. B. C., A. S. Oliveira, V. C. F. Barbosa, 2010, Gravity inversion of 2D basement relief using entropic regularization. *Geophysics*, 75, 129–135.
- Tikhonov, A. N., & V. Y. Arsenin, 1977, Solutions of ill-posed problems: *W. H. Winston & Sons*.