



## Campo magnetotélorico no interior de camadas anisotrópicas

Marcus Danilo F. B. da Costa, Victor Cezar Tocantins de Souza, Cícero R. Régis, UFPA, INCT/GP, Brasil

Copyright 2011, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

This paper was prepared for presentation at the Twelfth International Congress of the Brazilian Geophysical Society, held in Rio de Janeiro, Brazil, August 15-18, 2011.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the Twelfth International Congress of The Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Resumo

**Neste trabalho mostramos os resultados do cálculo do campo eletromagnético magnetotélorico no interior de camadas com anisotropia na condutividade elétrica. Simulamos anisotropia transversal com em uma direção arbitrária em cada camada, simulando o tipo de anisotropia que surge de estruturas com estratificação cruzada. Nossos resultados mostram o comportamento das componentes do campo em cada camada e serão utilizados como campo primário na formulação bi-dimensional.**

### Introdução

Anisotropia na condutividade elétrica na Terra pode surgir de diferentes propriedades das rochas ou dos minerais que a compõem. Fraturamento nas rochas pode criar direções preferenciais para o fluxo da corrente elétrica. A principal fonte de anisotropia em uma bacia sedimentar é a deposição alternada de camadas finas de argila e areia, em uma situação na qual a condutividade é mais alta em qualquer direção nos planos de deposição e mais baixa na direção perpendicular ao acamamento. Este tipo de anisotropia tem influência em levantamentos magnetotéloricos quando os planos do acamamento são inclinados em relação à horizontal, formando a chamada estratificação cruzada. Nesta situação, as componentes do tensor de impedância irão medir resistividades aparentes diferentes nas diferentes direções no plano horizontal.

O cálculo do tensor de impedância na superfície, ou em qualquer interface entre as camadas horizontais em um modelo 1D que inclua anisotropia na condutividade das camadas pode ser feito através do algoritmo das matrizes de reflexão, como detalhado em Reddy & Rankin (1971). Este método foi usado para a modelagem direta de dados MT em inversão em Régis & Rijo (1997). Embora a determinação das componentes do tensor de impedância nas interfaces seja suficiente para a modelagem de dados MT em ambientes 1D, quando o objetivo é a aplicação de um método numérico para a modelagem bidimensional é necessário o cálculo dos campos eletromagnéticos no interior das camadas anisotrópicas, campos estes que serão usados como campos primários e fonte para a equação diferencial nos campos secundários.

Neste trabalho, mostramos os resultados da modelagem dos campos eletromagnéticos no interior de camadas anisotrópicas em modelos 1D, como primeiro passo para

a modelagem bidimensional. Modelamos a anisotropia transversal com planos de anisotropia com inclinações arbitrárias em cada camada, todos com o mesmo *strike*, e calculamos as componentes a partir de campos incidentes nas dois modos de polarização, transversal elétrico e transversal magnético.

### Metodologia

Neste trabalho, o modelo geoeletrico consiste do semi-espaço formado pelo ar e de n-camadas estratificadas anisotrópicas, com espessuras  $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}$ , sendo a última camada representada pelo substrato com espessura infinita. O sistema de coordenadas utilizado é o cartesiano, cujo plano  $xy$  é paralelo à superfície da interface terra-ar e o eixo  $z$  com valores positivos para baixo.

A anisotropia na condutividade elétrica de cada camada é representada por um tensor, que em sua forma mais geral é uma matriz cheia e simétrica. No entanto, quando aplicamos uma rotação no tensor de anisotropia, este pode ser representado por uma matriz diagonal, com três valores principais de anisotropia,  $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$  e  $\sigma'_z$  (Zhdanov, 2009) em um novo sistema rotacionado  $(x', y', z')$  denominado daqui em diante de sistema de coordenadas de anisotropia. Assim, a matriz de anisotropia possui a seguinte forma neste novo sistema.

$$\tilde{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma'_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Iniciamos a descrição do problema sob as coordenadas de anisotropia a partir das equações de Maxwell. Após termos a solução dos campos eletromagnéticos em termos do sistema  $(x', y', z')$  uma rotação nos resultados é aplicada para a solução no sistema cartesiano, conforme a equação (2).

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \alpha - z' \sin \alpha; \\ z &= x' \sin \alpha + z' \cos \alpha; \\ y &= y'. \end{aligned} \quad (2)$$

em que  $\alpha$  é o ângulo de rotação entre as coordenadas cartesianas e de anisotropia em torno de  $y$ , como ilustra a Figura 1.

Na modelagem do método MT a fonte eletromagnética é considerada uma onda plana incidindo normalmente no modelo geoeletrico (Rijo, 2006). Quando o meio é isotrópico e 1D as variações do campos eletromagnéticos nas direções  $x$  e  $y$  são nulas ( $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ ). Porém se considerarmos camadas anisotrópicas a derivada na direção  $x'$  ( $\partial/\partial x'$ ) torna-se diferente de zero enquanto que a derivada na direção  $y'$  ( $\partial/\partial y'$ ) continua sendo zero.

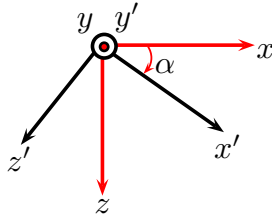


Figura 1: Relação de rotação entre os sistemas de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  e de anisotropia  $(x', y', z')$ .

Desse modo, as equações de Maxwell torna-se-ão:

$$-\frac{\partial H_{y'}}{\partial z'} - \sigma'_x E_{x'} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_{x'}}{\partial z'} - \frac{\partial H_{z'}}{\partial x'} - \sigma'_y E_{y'} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_{y'}}{\partial x'} - \sigma'_z E_{z'} = 0. \quad (5)$$

e

$$-\frac{\partial E_{y'}}{\partial z'} + \mathfrak{z} H_{x'} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_{x'}}{\partial z'} - \frac{\partial E_{z'}}{\partial x'} + \mathfrak{z} H_{y'} = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_{y'}}{\partial x'} + \mathfrak{z} H_{z'} = 0. \quad (8)$$

De onde derivam-se as equações de ondas planas:

$$\frac{\partial^2 H_{y'}}{\partial z'^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 H_{y'}}{\partial x'^2} + k_x^2 H_{y'} = 0 \quad (9)$$

e

$$\frac{\partial^2 E_{y'}}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2 E_{y'}}{\partial x'^2} + k_y^2 E_{y'} = 0 \quad (10)$$

em que  $k_x^2 = -\mathfrak{z}\sigma'_x$ ,  $k_y^2 = -\mathfrak{z}\sigma'_y$  e  $\gamma^2 = \sigma'_x/\sigma'_z$ . Em cada camada de um meio estratificado as soluções dessas equações são dadas por:

$$H_{y'} = A_h \left( e^{-v(z' \cos \alpha + x' \sin \alpha)} + R_H e^{v(z' \cos \alpha + x' \sin \alpha)} \right) \quad (11)$$

e

$$E_{y'} = A_e \left( e^{-u(z' \cos \alpha + x' \sin \alpha)} + R_E e^{u(z' \cos \alpha + x' \sin \alpha)} \right) \quad (12)$$

em que são impostas as condições de continuidade das componentes tangenciais às interfaces para determinarmos as amplitudes do campo magnético,  $A_h$  e do campo elétrico  $A_e$ , bem como  $R_H$  e  $R_E$  que representam os coeficientes de reflexão. As expressões para esses coeficientes são dadas do mesmo modo do caso isotrópico (Rijo, 2006). A constante de propagação  $u^2 = -k_y^2$  depende apenas da componente  $\sigma'_y$  que não sofre rotação. Por outro lado, na solução de  $H_y$ , a constante de propagação,  $v$ , dada pela relação

$$v^2 = -\frac{k_{xx}^2}{(1 + (\gamma^2 - 1) \sin^2 \alpha)}; \quad (13)$$

dependente dos parâmetros do tensor de anisotropia  $\sigma'_x$  e  $\sigma'_z$  de cada camada.

Devido trabalharmos com modelo estratificado é conveniente escrever as equações em termos de índices. Usando as equações de (3 - 8) e as soluções (11) e (12) as demais componentes do campo eletromagnético são dados por:

$$E_{x'}^j = \frac{v_j}{\sigma'_{xj}} \cos \alpha_j H_{y'}^j \quad (14)$$

$$E_{z'}^j = -\frac{v_j}{\sigma'_{zj}} \sin \alpha_j H_{y'}^j \quad (15)$$

$$H_{x'}^j = -\frac{u_j}{\mathfrak{z}j} \cos \alpha_j E_{y'}^j \quad (16)$$

$$H_{z'}^j = \frac{u_j}{\mathfrak{z}j} \sin \alpha_j E_{y'}^j \quad (17)$$

Efetuada as transformações entre as coordenadas, conforme a equação (2), a solução do campo nas coordenadas cartesianas serão:

$$H_y^j = A_h^j \left( e^{-v_j(z-z_j)} + R_H^{(j)} e^{v_j(z-z_j)} \right) \quad (18)$$

$$E_x^j = Z_j H_y^j \quad (19)$$

$$E_z^j = \mathbb{Z}_j H_y^j \quad (20)$$

e

$$E_y^j = A_e^j \left( e^{-u_j(z-z_j)} + R_E e^{u_j(z-z_j)} \right) \quad (21)$$

$$H_x^j = -Y_j E_y^j \quad (22)$$

$$H_z^j = 0 \quad (23)$$

Usando as relações  $Z_j = E_x^j/H_y^j$  e  $Y_j = H_x^j/E_y^j$ , definidas para cada camada, chegamos às equações da impedância e admitância de cada meio, respectivamente:

$$Z_j = \frac{v_j}{\sigma'_{xj}} \left( 1 + (\gamma_j^2 - 1) \sin^2 \alpha_j \right) \quad (24)$$

$$Y_j = \frac{u_j}{\mathfrak{z}j} \quad (25)$$

O parâmetro  $Z_j$  depende das componentes  $\sigma'_x$  e  $\sigma'_z$ , bem como da rotação entre os dois sistemas de coordenadas, diferente de  $Y_j$  que depende apenas de  $u_j$ . Devido a anisotropia é gerada também a componente  $E_z$ , equação (20), que compõe, junto a  $H_y$  e  $E_x$ , o modo TM, porém, o parâmetro  $\mathbb{Z}_j$  desta equação não pode ser tratado como impedância ou admitância, da mesma forma que (24) e (25) o são, uma vez que o aparecimento de  $E_z$  não implica no surgimento de um fluxo vertical de corrente (Josef Pek, 2002). Temos a seguinte relação para  $\mathbb{Z}$ :

$$\mathbb{Z}_j = \frac{v_j \cos \alpha_j \sin \alpha_j}{\sigma'_{xj}} \left( 1 - \gamma_j^2 \right) \quad (26)$$

Note que o parâmetro  $\mathbb{Z}_j$  será igual a 0 quando  $\alpha_j = 0$ . Devido o valor da condutividade do primeiro meio (o ar) ser praticamente zero, a incidência do campo sobre a superfície da terra se dá perpendicularmente ao plano-xy coincidente. Como as componentes na direção  $z$  do

campo incidente são nulas, a densidade de corrente  $J_z$  também o será, e já que não há acúmulo de cargas nas interfaces entre os meios, a condição de continuidade dessa componente,  $J_{z1} = J_{z2}$  garante que não teremos fluxo de corrente  $J_z$  em nenhum dos outros meios. Para completarmos a formulação é suficiente dizer que as equações das impedâncias e admitâncias aparentes de cada meio, assim como a dos coeficientes de reflexão e amplitudes são semelhantes ao caso isotrópico (Rijo, 2006).

**Resultados**

Vamos ilustrar o formalismo apresentado com a análise do comportamento do campo em profundidade numa frequência de 1 Hz através de três modelos, que diferem entre si unicamente pelas rotações ocorridas na segunda camada, conforme mostrado na Figura 2 (Pek & Santos, 2002). No primeiro modelo o ângulo de rotação entre os sistemas é de  $15^\circ$ , já no segundo modelo esse ângulo é  $30^\circ$  e para o terceiro modelo temos um ângulo de  $45^\circ$ .

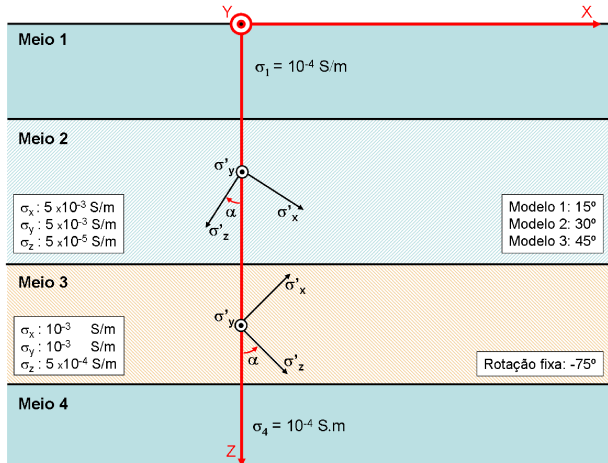


Figura 2: Modelo anisotrópico.

A Figura 3 ilustra as curvas da componente  $H_y$ , em profundidade, observamos que o modelo com menor ângulo de rotação  $15^\circ$  apresenta um decaimento mais rápido em relação aos modelos com ângulo de  $30^\circ$  e  $45^\circ$ .

A Figura 4 ilustra as curvas da componente  $E_z$ , nesta observamos uma descontinuidade na interface entre cada meio, notamos que a amplitude do campo cai a zero ao passar de um meio anisotrópico para um isotrópico, o que está de acordo com o resultado previsto pelas equações (26) e (20).

As Figuras 5 e 6 ilustram os comportamentos dos campos  $E_y$  e  $H_x$  respectivamente, ou seja, o modo TE. Nessas curvas observamos que não existe diferenças entre os modelos isotrópico e anisotrópico, o que era de se esperar uma vez que as rotações acontecem em torno ao *strike*.

**Conclusões**

Nós mostramos as componentes do campo em camadas com anisotropia transversal com *strike* na direção  $y$  e inclinação dos planos de mesma condutividade em direções arbitrárias. Calculamos os campos em profundidade e vimos que as componentes do modo TM

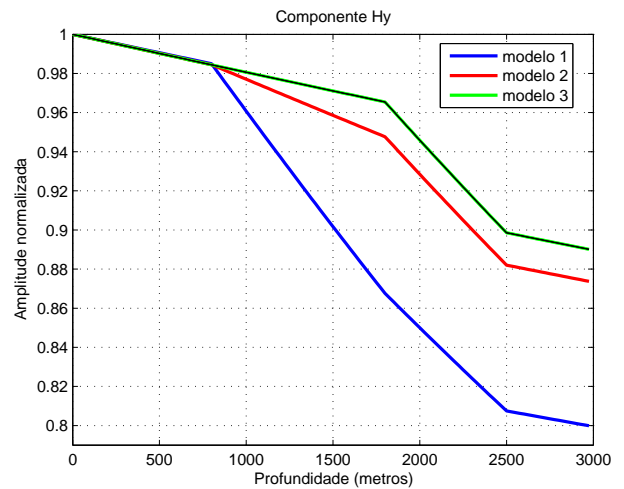


Figura 3: Campo magnético na direção  $y$ .

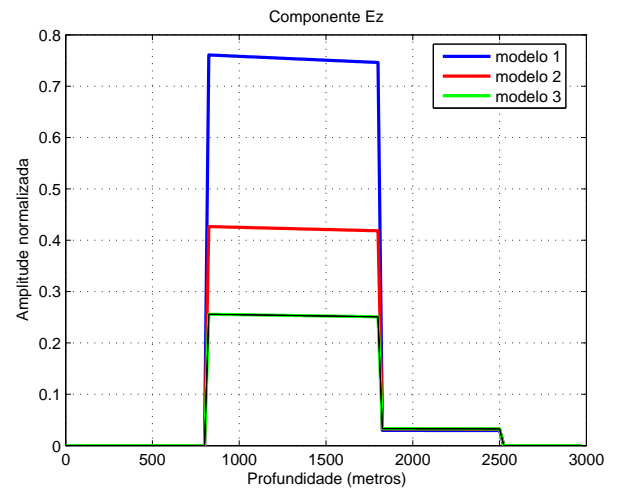


Figura 4: Campo elétrico na direção  $z$ .

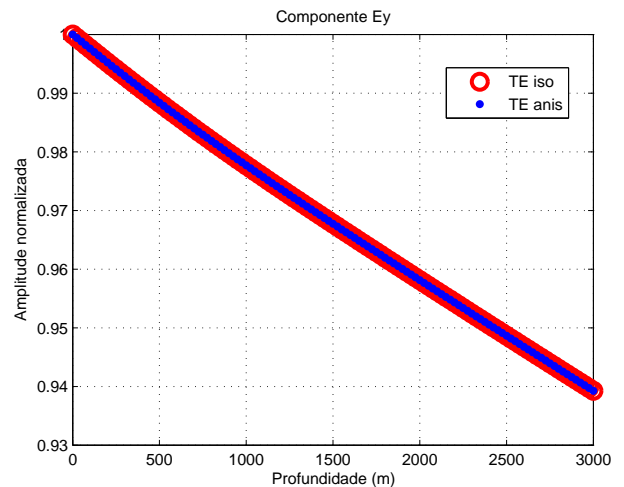


Figura 5: Campo elétrico na direção  $y$ .

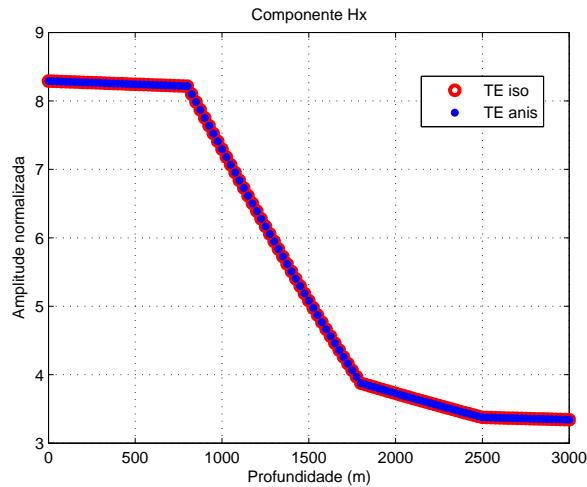


Figura 6: Campo magnético na direção  $x$ .

(em relação ao eixo  $x$ , ou seja, o campo incidente só tem componente magnética  $H_y$ ) variam com a rotação dos planos de anisotropia. Já os campos do modo TE (única componente elétrica incidente é  $E_y$ ) não variam com a inclinação daqueles planos. A componente elétrica  $E_z$  torna-se diferente de zero nas camadas anisotrópicas, ocorrendo uma descontinuidade em cada interface. Nossos próximos passos serão a modelagem do MT 2-D para o mesmo modelo de anisotropia e posteriormente o 3-D.

### Referências

Pek, J, Santos F. A. M, 2002. Magnetotelluric impedances and parametric sensitivities for 1-D anisotropic layered media.

Reddy, I.K., Rankin, D., 1971. Magnetotelluric effect of dipping anisotropies. *Geophysical Prospecting* 19 (1), 84-97.

Regis, C.R.T., Rijo, L., 1997. 1-D inversion of anisotropic magnetotelluric data. In: *Extended Abstracts Book from the 50th Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica, Brasil, Vol. II, pp. 673-674*

Rijo, L., Nostas de aula do curso de Pós-Graduação em Geofísica, 2006, CPGF–UFPA.

Zhdanov, M. S., *Geophysical Electromagnetic Theory and Methods*, 2009 Elsevier.

### Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq e a CAPES pelo suporte financeiro a esta pesquisa.