



Campos de velocidades sísmicas do Pré-Sal e Almofada de Sal parametrizados por série de ondaleta Haar

Alexsandro G. Cerqueira*, UFBA, Salvador, BA, Brasil
Wilson M. Figueiró, CPGG-IGEO-UFBA, Salvador, BA, Brasil

Copyright 2013, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 26-29, 2013.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

The objective of this work is to represent, through numerical parameters, fields of compressional seismic velocity coming from geological models. Such parameters are coefficients of a series of functions called wavelet Haar and we considered the following models: the Pre-Salt, and that known as *Saltbag*. Due to the difference in dimension between the field and used wavelet basis, a dimension reduction strategy was applied to the field, which was restricted to a sinusoidal mesh that was superimposed on the field. As a large quantity of coefficients was necessary for the representation of the mentioned models, was applied a low-cut filter on the coefficients in order to suppress too small and nulls among them. A comparison taking into account the number of wavelet series coefficients is made between the two models which have a, relatively high, difference in size, length and width.

Keywords: Haar Wavelet Series, Parameterization, Seismic Velocity Field, and High-Pass Filter.

Resumo

O objetivo deste trabalho é representar, através de parâmetros numéricos, campos bidimensionais de velocidades sísmicas compressoriais provenientes de modelos geológicos. Tais parâmetros são os coeficientes de uma série de funções denominada ondaleta (*wavelet*) Haar e foram considerados os seguintes modelos: o Pré-Sal, e aquele conhecido por Almofada de Sal. Devido à diferença de dimensão entre o campo e a base ondaleta utilizada, uma estratégia de redução de dimensão foi aplicada ao campo, que se restringiu a uma malha senoidal refinada que foi a ele sobreposta. Como foi necessária uma grande quantidade de coeficientes para a representação dos modelos citados, aplicou-se um filtro corta-baixa sobre os coeficientes com a finalidade de suprimir, entre eles, valores nulos ou muito pequenos. Uma comparação, levando em consideração o número de coeficientes da série ondaleta Haar, é feita entre os

dois modelos que diferem fortemente em tamanho, comprimento e profundidade.

Palavras chaves: Série Ondaleta Haar, Parametrização, Campo de Velocidades Sísmicas e Filtro Passa-Alta.

Introdução

A representação de funções complicadas como uma combinação linear (série) de funções simples ou de fácil manipulação, sempre foi de interesse, não só na matemática, mas principalmente nas ciências aplicadas e nas engenharias em geral. Pode-se citar alguns exemplos conhecidos de tais séries, como: polinomiais (Dos Santos & Figueiró, 2011), trigonométricas (Dos Santos & Figueiró, 2006), *splines* (Santana & Figueiró, 2008), e etc. Nestes últimos tempos, surgiu uma alternativa bastante promissora, trata-se da série ondaleta (*wavelet series*), que se mostra apropriada na representação e compressão de dados. Um caso particular e um dos mais simples de tais séries é aquela denominada por ondaleta Haar, cuja base de funções consiste de dilatações (ou contrações), translações e superposições da função caixa.

A série ondaleta torna possível representar funções contínuas e não contínuas por uma combinação linear de funções pertencentes a uma base, onde os parâmetros (coeficientes) utilizados definem o quão aproximado se torna a representação por série ondaleta da função a ser representada.

A comparação entre os parâmetros utilizados nos modelos do Pré-sal e do *Saltbag*, são o foco do estudo desse trabalho, tendo em vista que o objetivo é diminuir o número de coeficientes utilizados para representar tais modelos tentando manter o máximo de qualidade na representação.

Para representar campos de velocidades sísmicas compressoriais por série ondaleta, assim como filtrar seus coeficientes, foram necessárias diferentes estratégias algébricas e numéricas.

Conceitos Teóricos Básicos

A base ondaleta é definida como aquela constituída por funções, $\psi_{j,k}$, chamadas de ondaletas filhas, geradas a partir de uma dilatação binária 2^j e uma translação diádica $k \cdot 2^{-j}$ de uma função ψ , chamada de função ondaleta (ou ondaleta-mãe), onde j e $k \in \mathbb{Z}$. A ideia é

considerar dilatações, compressões e translações dessa única função ψ de modo a obter uma aproximação a mais exata possível da função que se deseja aproximar. Essa base de funções obedece à seguinte forma (Morettin, 1999):

$$\psi_{j,k}(t) = \psi(2^j t - k), \text{ onde } j \text{ e } k \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

Essas funções formam uma base que não precisa ser necessariamente ortogonal, sendo que, é mais vantajoso trabalhar com bases ortogonais, para que seja possível uma reconstrução perfeita do sinal original, pois, cada coeficiente é calculado como o produto interno do sinal com uma função da base.

Tendo-se por interesse bases de ondaletas que sejam ortogonais, a Eq. (1) pode ser reescrita como:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \cdot \psi(2^j t - k), \text{ onde } j \text{ e } k \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

O sistema ortonormal $(\psi_{j,k})$ é uma base de $L^2(\mathbb{R})$, espaço das funções reais de variável real quadrado integráveis. Existem coeficientes $c_{j,k}$ que tornam possível representar uma função $f(t)$ da seguinte forma:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t). \quad (3)$$

A Eq. (3) é denominada série ondaletas e seus coeficientes são dados por:

$$c_{j,k} = \langle f | \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi_{j,k}(t) dt. \quad (4)$$

Como nem todas funções de $L^2(\mathbb{R})$ pertencem ao espaço gerado pelas ondaletas $\psi_{j,k}(t)$, faz-se necessário gerar ondaletas através de uma função escala (ou ondaleta pai), $\phi(t)$, que soluciona a equação:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k l_k \phi(2t - k), \quad (6)$$

onde

$$l_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi(2t - k) dt. \quad (7)$$

Logo, pode-se gerar a família ortogonal em $L^2(\mathbb{R})$:

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k), \text{ onde } j \text{ e } k \in \mathbb{Z}. \quad (8)$$

O sistema ortonormal:

$$\{\phi_{j,k}(t), \psi_{j,k}(t), \text{ onde } j \text{ e } k \in \mathbb{Z}\} \quad (9)$$

permite reescrever $f(t)$ da seguinte forma:

$$f(t) = \sum_k d_{j_0,k} \cdot \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k c_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t), \quad (10)$$

cujos coeficientes são dados por:

$$c_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi_{j,k}(t) dt \quad (11)$$

e

$$d_{j_0,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \phi_{j_0,k}(t) dt. \quad (12)$$

O caso mais simples e um dos mais antigos de ondaleta é a denominada de Haar, que possui expressão numérica explícita de caráter simétrico e é escrita da seguinte forma:

$$\psi^H(t) = \begin{cases} +1, & 0 \leq t < 1/2 \\ -1, & 1/2 \leq t < 1 \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases} \quad (13)$$

Pode-se, então, obter a base ondaleta partindo-se da Eq. (13), que fica:

$$\psi_{j,k}^H(t) = \begin{cases} 2^{j/2}, & \text{se } 2^{-j}k \leq t < 2^{-j}(k+1/2) \\ -2^{j/2}, & \text{se } 2^{-j}(k+1/2) \leq t < 2^{-j}(k+1) \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases} \quad (14)$$

O gráfico da Eq. (13) é mostrado na Figura 1.

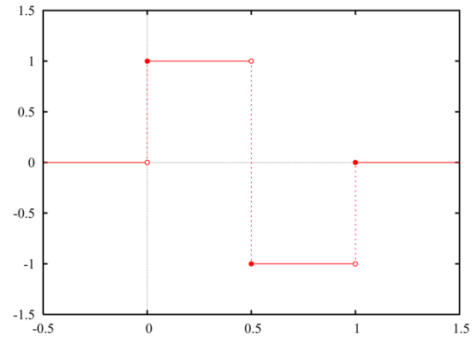


Figura 1 – Representação gráfica da função ondaleta Haar indicada na Eq. (13).

Neste trabalho, foi utilizada a Eq. (10), para realizar as representações dos modelos de campos de velocidades sísmicas, que é uma série utilizada para representar funções 1D. Entretanto, os modelos de campos de velocidades são 2D. Visando solucionar tal problema, foi criada uma malha senoidal para tornar possível a representação de tais campos 2D por funções 1D e assim poder utilizar a Eq. (10). Os pontos desta malha relacionam-se da seguinte forma:

$$z(x) = k_1 \sin(nx) + k_2. \quad (15)$$

Então, o campo de velocidades $V(x, z)$ passa a ser visto como uma função de uma variável, pois

$$V(x, z) = V(x, k_1 \sin(nx) + k_2) = V(x). \quad (16)$$

O filtro utilizado é o do tipo corta-baixa, cuja função é anular todos os coeficientes que tiverem valores inferiores a 10^p , e a escolha de p tem por finalidade controlar o ponto de corte dos coeficientes.

Resultados

Modelo do Pré-sal

A Figura 2 mostra o modelo geológico do Pré-Sal, M_{G1} . Os modelos geológicos são dotados de muitas

propriedades físicas, tais como: condutividades, porosidades, densidades e etc. Neste trabalho extraiu-se apenas a propriedade da velocidade de ondas compressionais nas rochas de tais modelos para gerar o campo numérico (Figura 3) e parametrizá-lo utilizando a série ondaleta Haar, dada pela Eq.10, tais parametrizações são mostradas nas Figuras: 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Tais modelos parametrizados foram obtidos partindo-se do modelo numérico, M_{N1} .

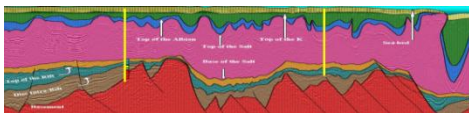


Figura 2 – Modelo geológico (M_{G1}) do Pré-sal (Minami, 2009).

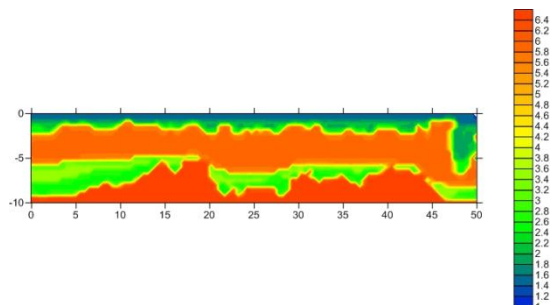


Figura 3 – Modelo numérico (M_{N1}) do Pré-sal utilizado na geração dos modelos parametrizados.

A Figura 4 mostra a parametrização do modelo M_{N1} por série ondaleta Haar que representa o modelo numérico do campo de velocidade advindo do modelo geológico produzindo-se então o modelo parametrizado M_{P1} . Para tanto os índices j e k utilizados tiveram os seguintes valores: $j_0 = 0$, $j_{max} = 15$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 2500$. Pode-se observar na Figura 4 que as principais características do campo de velocidades numérico podem ser, em geral, identificadas.

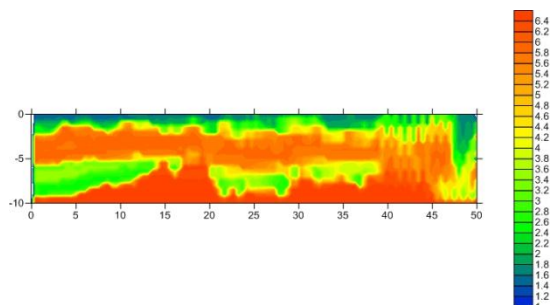


Figura 4 – Modelo M_{P1} parametrizado por ondaleta Haar, sem aplicação de filtros, utilizando os seguintes índices: $j_0 = 0$, $j_{max} = 15$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 2500$.

A parametrização utilizando os valores escolhidos de j e k necessitou de uma grande quantidade de coeficientes, o que não é interessante. Logo, aplicou-se um filtro corta-

baixa, com ponto de corte igual a 10^p , para anular coeficientes menores que esse valor. Variou-se os valores do expoente p para tornar possível a identificação de uma relação empírica entre o erro relativo (E) dos modelos parametrizados (relativamente ao modelo numérico) e o número de coeficientes (N_c) e assim escolher um modelo parametrizado que melhor representa o numérico, sem grandes perdas de qualidade e utilizando o menor número possível de coeficientes. As Figuras de 5 à 10 mostram os modelos parametrizados obtidos após filtragens de coeficientes de M_{P1} .

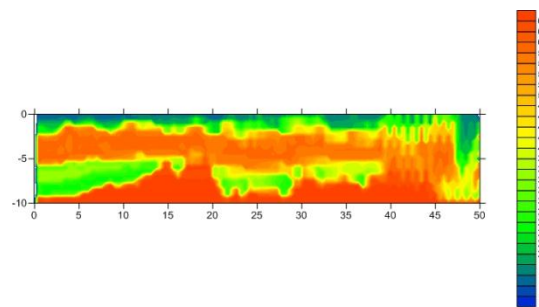


Figura 5 – Modelo M_{P1} obtido pela parametrização de M_{N1} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a 10^{-3} .

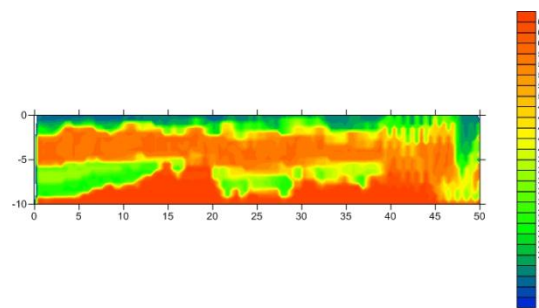


Figura 6 – Modelo M_{P1} obtido pela parametrização de M_{N1} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a 10^{-2} .

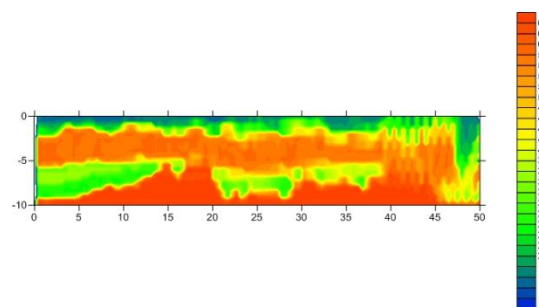


Figura 7 – Modelo M_{P1} obtido pela parametrização de M_{N1} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1.75}$.

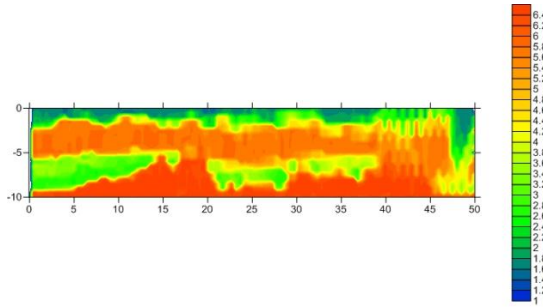


Figura 8 – Modelo M_{P1} obtido pela parametrização de M_{N1} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1,5}$.

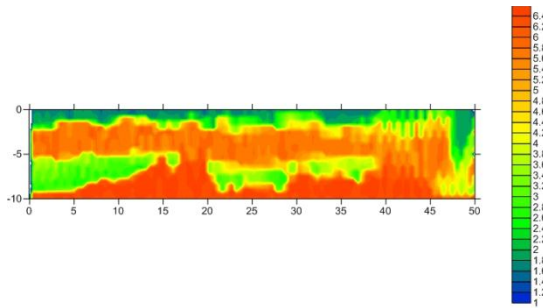


Figura 9 – Modelo M_{P1} obtido pela parametrização de M_{N1} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1,25}$.

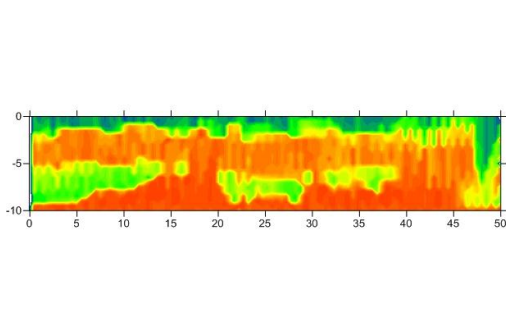


Figura 10 – Modelo M_{P1} obtido pela parametrização de M_{N1} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a 10^{-1} .

Depois de gerados todos os modelos parametrizados com aplicação dos filtros corta baixa considerados, foi utilizada uma técnica para a determinação de um modelo com um erro relativo pequeno levando-se em consideração a quantidade de coeficientes utilizados na representação de tais modelos. Para isso, foi construído um gráfico (Figura 11) que leva em consideração a acurácia dos modelos parametrizados e os números coeficientes utilizados na representação destes modelos.

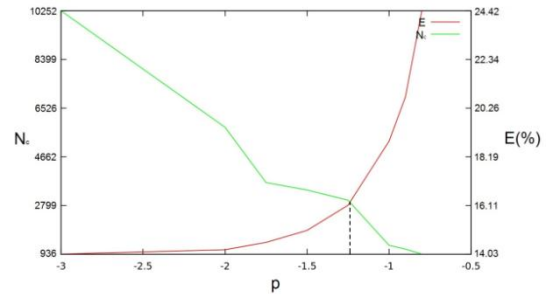


Figura 11 – Grau de influência do expoente p do ponto de corte do filtro no erro relativo E (vermelho) e no número de coeficientes N_c (verde) usados na parametrização de M_{N1} que resulta no modelo parametrizado M_{P1} . O eixo horizontal representa o expoente p do ponto de corte 10^p . O ponto de interseção das curvas refere-se a $p = -1,25$.

A técnica utilizada para determinar o ponto de corte ótimo foi aquela permitida pela interseção das duas curvas, que neste caso ocorreu no ponto $p = -1,25$, ou seja, o resultado mais adequado foi aquele mostrado na Figura 9, para a qual o ponto de corte do filtro utilizado foi $10^{-1,25}$. Portanto, este foi o resultado que melhor representa o campo numérico de velocidades sísmicas. Isto é: menor erro relativo e menor quantidade possível de coeficientes ($N_c = 3000$).

Modelo da Almofada de Sal (Saltbag)

Todos os procedimentos realizados no modelo M_{N1} são agora, repetidos para o modelo geológico denominado Almofada de Sal (Saltbag). Foi construído, a partir do modelo geológico Saltbag (M_{G2}), representado na Figura 12, um modelo numérico, M_{N2} , Figura 13.

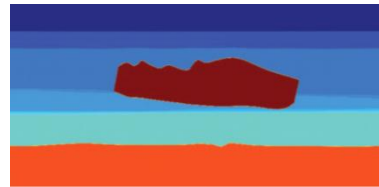


Figura 12 – Modelo geológico da Almofada de Sal, também chamado de Saltbag, M_{G2} (Popov et al., 2010).

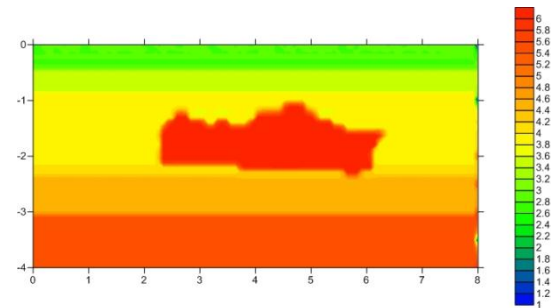


Figura 13 – Campo de velocidades numérico (M_{N2}) advindo do modelo geológico M_{G2} , usado na geração dos modelos parametrizados.

Com a obtenção do modelo numérico, foi possível realizar a sua parametrização podendo assim gerar o modelo parametrizado (M_{P2}) utilizando os índices $j_0 = 0$, $j_{max} = 15$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1500$, que é representado pela Figura 14.

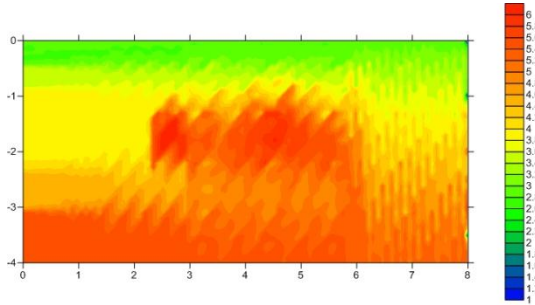


Figura 14 – Modelo M_{P2} parametrizado por ondaleta Haar, sem aplicação de filtros, utilizando os seguintes índices: $j_0 = 0$, $j_{max} = 15$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1500$.

Vale ressaltar que o modelo numérico do Saltbag além de menos complexo litologicamente, também tem dimensões menores em comparação com M_{G1} .

Analogamente ao caso apresentado no modelo M_{G1} , aplicou-se o filtro corta-baixa, variando-se o expoente p do ponto de corte 10^p e assim gerando os modelos parametrizados com a aplicação do filtro (Figuras: 15, 16, 17, 18, 19 e 20).

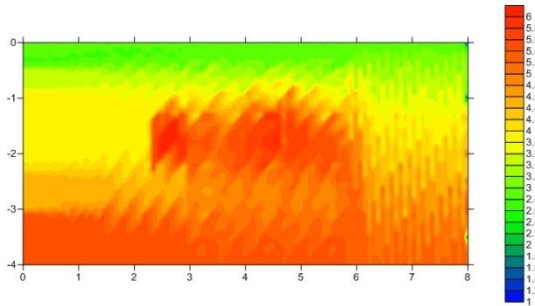


Figura 15 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a 10^{-3} .

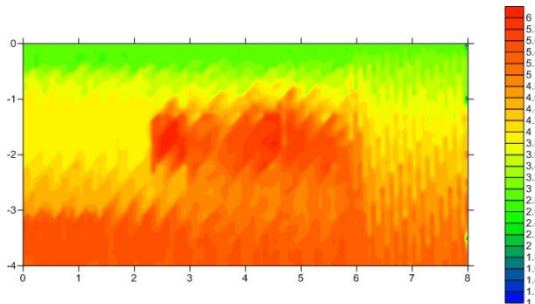


Figura 16 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a 10^{-2} .

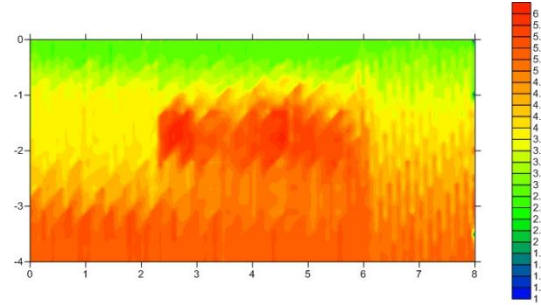


Figura 17 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1.75}$.

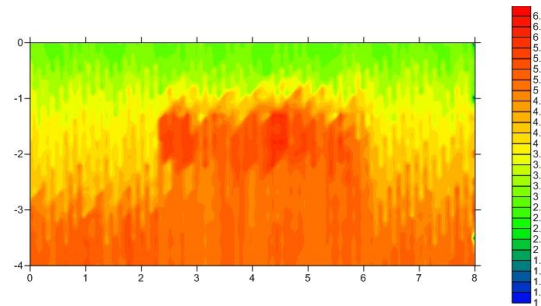


Figura 18 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1.5}$.

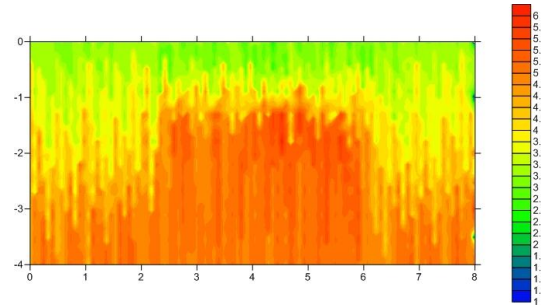


Figura 19 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1.25}$.

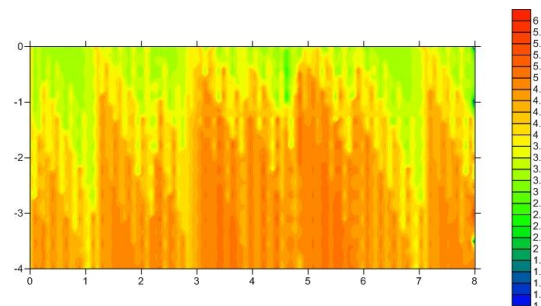


Figura 20 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a 10^{-1} .

O gráfico do erro relativo e o número de coeficientes em função do expoente p do ponto de corte 10^p (Figura 21).

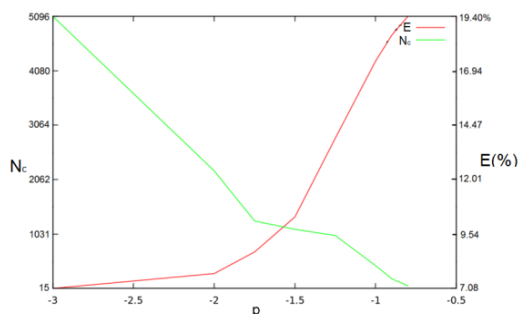


Figura 21 – Grau de influência do expoente p do ponto de corte (10^p) do filtro no erro relativo E (vermelho) e no número de coeficientes N_c (verde) usado na parametrização de M_{N2} que resulta no modelo parametrizado M_{P2} . O eixo horizontal representa o expoente p do ponto de corte 10^p . O ponto de interseção das curvas refere-se a $p = -1,6$.

Com o uso da técnica empírico-numérica aplicada ao modelo M_{G2} , pode-se observar que a interseção entre as duas curvas (erro relativo e número de coeficientes) ocorreu em $p = -1,6$, elegendo como o modelo com menor erro relativo e menor número possível de coeficientes o modelo parametrizado representado pela Figura 22 que utilizou 1.118 coeficientes para a sua representação.

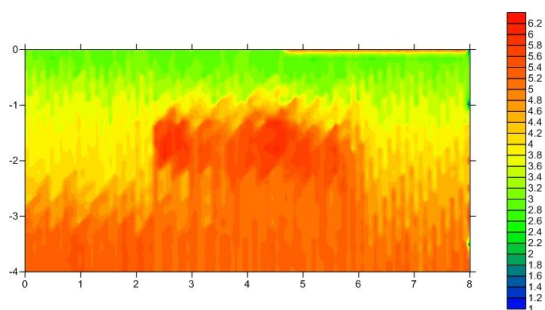


Figura 22 – Modelo M_{P2} obtido pela parametrização de M_{N2} por ondaleta Haar com coeficientes filtrados por passa-alta com ponto de corte igual a $10^{-1.6}$.

Discussão e Conclusões

A representação de campos de velocidades sísmicas de um dado modelo geológico utilizando a série ondaleta Haar é possível e representa de maneira bastante satisfatória tais campos de velocidades.

Comparando-se os modelos do Pré-sal e da Almofada de Sal é possível observar que quanto maior o valor de x , mais distorcida se tornam as imagens dos modelos parametrizados por ondaleta, ou seja, as ondaletas

geradas são mais imprecisas, forçando alterar os valores dos índices j e k para que os modelos parametrizados não fiquem distorcidos ao ponto de se tornarem irreconhecíveis.

A maior variação dos índices relativa aos dois modelos ocorreu com k , pois, tal índice é o que influencia diretamente na translação das ondaletas. Apesar de teoricamente poder realizar tal afirmação, foi comprovada numericamente a maior influência do índice k . Além disso, o índice k é o responsável pela cobertura de toda região de definição do campo de velocidades.

A parametrização do campo sem filtragem apresentou um número exagerado de coeficientes, logo, fez-se necessário o uso do filtro corta-baixa para que as quantidades de coeficientes usadas para realizar as representações fossem menores. A aplicação de uma técnica empírico-computacional permitiu encontrar um ponto de corte que reduzisse o número de índices sem perdas significativas de acurácia. Isto é, preservando as principais feições do campo de velocidades sísmicas.

Agradecimentos

Agradecemos ao CPGG-UFBA e a Rede de Geofísica aplicada da PETROBRAS pelo oferecimento de condições para a realização deste trabalho.

Referências

- Morettin, P.A.; 1999. Ondas e Ondaletas: da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas. EDUSP.
- Popov, M.M.; Semtchenok, N.M.; Popov, P.M. & Verdel, A.R.; 2010. Depth migration by the Gaussian beam summation method. Society of Exploration Geophysicists.
- Minami, K., 2009. Santos Basin's Pre-Salt Development Master Plan and Technical Aspects.
- Dos Santos, R.H.M. & Figueiró, W. M.; 2006. Modelagem acústica bidimensional usando diferentes parametrizações de campos de velocidades. Revista Brasileira de Geofísica, RBGf, vol. 24, n.1, p. 103-115.
- Dos Santos, V.G.B. & Figueiró, W. M.; 2011. Seismic ray tomography using L1 integral norm. Revista Brasileira de Geofísica, RBGf, vol. 29, n.2. p. 347-358.
- Santana, J.L.S. & Figueiró, W.M.; 2008. Diferentes parametrizações do campo de velocidades sísmicas do modelo geológico da quebra da plataforma continental. 3º Simpósio Brasileiro de Geofísica, SimBGf, Resumos Expandidos, Belém, PA, Brasil.