



## Inversão MT 1.5D com suavidade lateral

Deivid S. Nascimento<sup>(1)</sup>, Adriano J. A. Marçal, João L. S. Crepaldi<sup>(1)</sup>;  
<sup>(1)</sup> PETROBRAS, Brasil.

Copyright 2013, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 13<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 26-29, 2013.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 13<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

We propose a methodology for the realization of a 2D MT inversion, whose modeling is approached by several modeling 1D, performed separately for each column resistivity of mesh used.

The technique was tested with synthetic data produced from two scenarios, distinct from the point of view of resistivity contrasts involved.

The results show that the inversion is more efficient in identifying conductive structures embedded in the resistive layers.

### Introdução

O método magnetotelúrico (MT) é um método que utiliza como fonte o campo eletromagnético natural da Terra, e cuja aplicação visa a obtenção de um modelo geoeletrico em subsuperfície, a partir de estimativas da resistividade elétrica. Com seu desenvolvimento para ser aplicado em ambientes marinhos (Constable et al., 1998), vem se tornando mais comum a sua utilização na exploração de petróleo, principalmente no tocante à obtenção de informações que complementem as fornecidas pelo método sísmico (Hoversten et al., 2000).

Resumidamente, a utilização do método MT (em sua forma mais usual) tem seu ponto de partida na medição dos campos elétrico e magnético em superfície – em terra, ou mesmo no assoalho oceânico (situação na qual é chamado de MMT – *Marine Magnetotellurics*). Posteriormente, os dados coletados são processados no domínio da frequência, obtendo-se, assim, as chamadas curvas de resistividade aparente e fase, parâmetros estes associados ao tensor de impedância, que relaciona os campos medidos por meio da equação (Simpson & Bahr, 2005):

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

De posse das curvas de resistividade aparente e fase, é possível, mediante a realização de uma inversão, a obtenção de um modelo geoeletrico.

Uma típica inversão MT 1D, p. ex., pode ser realizada minimizando-se o seguinte funcional (Menke, 1989):

$$\Phi = [\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{F}(\mathbf{p}_k)]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{F}(\mathbf{p}_k)] + \mu_s \theta_s \quad (2)$$

Sendo  $\mathbf{d}_{obs}$  o vetor com os valores de resistividade aparente e fase,  $\mathbf{F}$  o modelo direto, função dos parâmetros  $\mathbf{p}_k$ , normalmente escritos como  $\log$  da resistividade de cada camada (artifício utilizado para se evitar a estimativa de resistividades negativas, além de distribuir melhor a sensibilidade ao longo da profundidade), e  $\mathbf{W}$  uma matriz fruto da combinação de duas matrizes diagonais de pesos – uma cujos elementos são os inversos das incertezas de cada dado observado,  $\mathbf{W}_\sigma = \text{diag}(1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_N)$  (Constable et al., 1987), e outra contendo o inverso do próprio dado observado,  $\mathbf{W}_d = \text{diag}(1/d_1, 1/d_2, \dots, 1/d_N)$ . Esta última introduzida para que a inversão leve em conta o ajuste de uma quantidade adimensional, uma vez que, no método MT, têm-se dois tipos distintos de dados observados – resistividade aparente e fase. É utilizada também a regularização de suavidade, introduzida pelo produto da função  $\theta_s$  com o parâmetro de suavidade,  $\mu_s$ , que determina o peso dessa regularização na inversão. A função  $\theta_s$  é definida como o produto entre dois vetores,  $\mathbf{v}$ , que contem as diferenças entre os parâmetros subsequentes do modelo – no caso, as camadas do meio 1D, sendo conveniente escrevê-lo como o produto de uma matriz de diferenças finitas,  $\mathbf{R}$ , e o próprio vetor de parâmetros,  $\mathbf{p}$ . Assim, a função de suavidade fica definida como (referência)

$$\theta_s = \mathbf{v}^T \mathbf{v} \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} p_1 - p_2 \\ p_2 - p_3 \\ \vdots \\ p_{N-1} - p_N \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}} \quad (4)$$

A modelagem MT 1D é bem conhecida na literatura (Ward & Hohmann, 1989), e pode ser obtida por meio de uma relação de recorrência, pela qual se calcula a componente do tensor de impedância no topo de um meio estratificado, a partir da impedância na última camada, suposta infinita. Esse procedimento está ilustrado na Figura 1. Os cálculos ali mostrados devem ser feitos para cada frequência angular,  $\omega$ , sendo a impedância em cada interface dependente da permeabilidade magnética do meio (tomada, com boa aproximação, como a permeabilidade,  $\mu_0$ , do vácuo), e da impedância intrínseca,  $Z$ , da camada subsequente, que é função direta da sua resistividade), bem como de sua espessura.

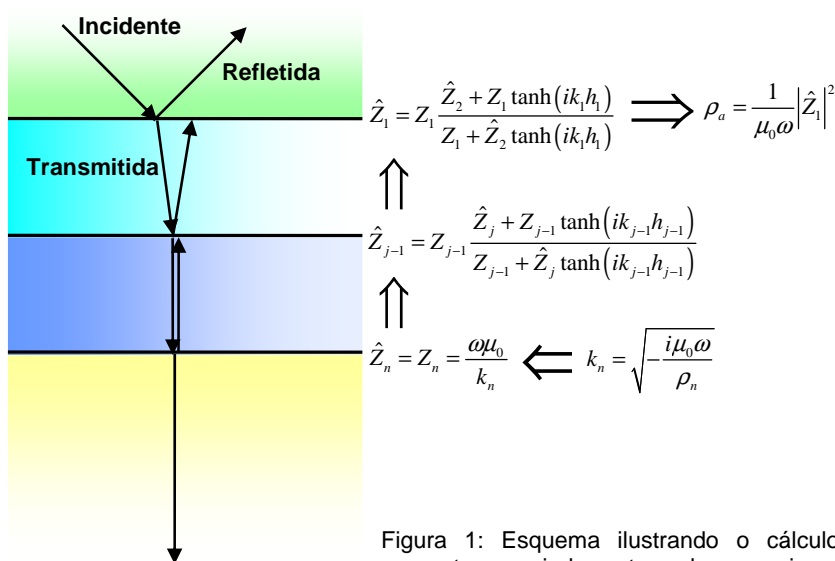


Figura 1: Esquema ilustrando o cálculo da resistividade aparente associada ao topo de um meio estratificado, a partir das impedâncias no topo de cada camada.

A quantidade calculada conforme a estratégia ilustrada na Figura 1 corresponde à razão entre as componentes  $E_x$  e  $H_y$  do campo eletromagnético (componente  $Z_{xy}$ ), sendo este valor coincidente, em módulo, com o da componente  $Z_{yx}$  da impedância – característica essa exclusiva de um modelo 1D, para o qual as componentes  $Z_{xx}$  e  $Z_{yy}$  são nulas. No caso de uma Terra 2D,  $Z_{xx}$  e  $Z_{yy}$  são, igualmente, zero, no entanto  $Z_{xy}$  e  $Z_{yx}$  são completamente distintos, e definem os chamados modo TE e TM de propagação. Finalmente, no caso mais geral de uma Terra 3D, tem-se que todos os elementos do tensor de impedância são não nulos e diferentes entre si.

Uma maneira eficiente de minimizar o funcional da Eq. (2) consiste na aplicação do algoritmo de Marquadt, pelo qual o conjunto de parâmetros é determinado a partir dos parâmetros na iteração anterior, resolvendo-se a equação (Marquadt, 1962)

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + \left[ 2\mathbf{G}(\mathbf{p}_k)^T \mathbf{G}(\mathbf{p}_k) + \lambda \mathbf{I} + \mu_s \bar{\nabla} \theta_s(\mathbf{p}_k) \right]^{-1} \cdot \left[ 2\mathbf{G}(\mathbf{p}_k)^T [\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{F}(\mathbf{p}_k)] + \mu_s \nabla \theta_s(\mathbf{p}_k) \right] \quad (5)$$

onde  $\mathbf{G}(\mathbf{p}_k)$  é a matriz jacobiana, com elementos dados por:

$$G_{ij} = \frac{\partial F_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, M \end{matrix}, \quad (6)$$

para o caso geral de N medidas e M parâmetros.

O termo  $\nabla \theta_s(\mathbf{p}_k)$  corresponde ao gradiente da função de suavidade, cujos elementos são dados por  $\partial_{p_i} \theta_s$ , para  $i$  de 1 até  $N$ , sendo  $\bar{\nabla} \theta_s(\mathbf{p}_k)$ , sua hessiana, com elementos  $\partial_{p_j} (\partial_{p_i} \theta_s)$ , para  $i, j$  de 1 até  $N$ .

Para a realização de uma inversão MT 2D, via de regra, é necessário que se tenha a solução das equações dos modos TE e TM (obtidas a partir das equações de Maxwell sem fontes), para os campos que definem as componentes  $Z_{xy}$  e  $Z_{yx}$  do tensor de impedância. Essa tarefa é normalmente realizada utilizando-se técnicas de diferenças finitas ou elementos finitos, o que, em geral, pode exigir um tempo computacional elevado, a depender do nível de refinamento da malha utilizada.

### Metodologia

Uma alternativa ao dispendioso cálculo das soluções para as equações dos modos TE e TM, necessárias para uma inversão MT 2D, consiste em lançar mão das equações da modelagem 1D, contanto que se utilize uma malha composta por colunas estratificadas, cujos pontos médios devem coincidir com as posições dos receptores (Figura 2a). Adicionalmente, células contíguas podem ser vinculadas por meio da utilização de uma função regularizadora de suavidade lateral, além da suavidade vertical, já presente mesmo em uma inversão 1D.

Uma aproximação razoável para uma inversão MT 2D, portanto, pode ser implementada adaptando-se a Eq. (6), via inclusão do termo de suavidade horizontal, sendo o vetor de parâmetros formado pela concatenação das resistividades de cada coluna do modelo, bem como o vetor de dados observados, formado pela concatenação das curvas de resistividade aparente e fase de cada estação do levantamento. A Figura 2 traz esquemas que ilustram as composições do vetor de parâmetros e da matriz de diferenças finitas,  $\mathbf{R}_h$ , da qual depende a função de suavidade horizontal.

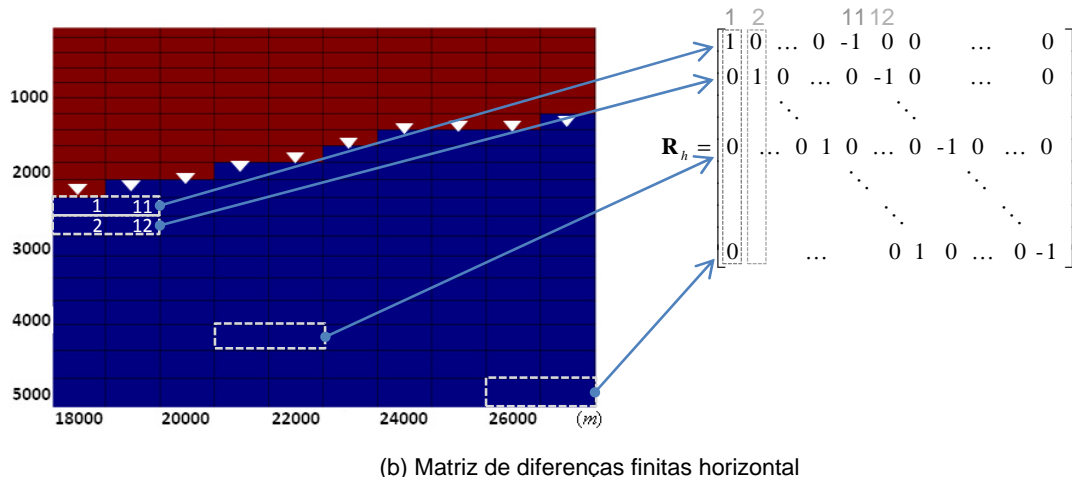
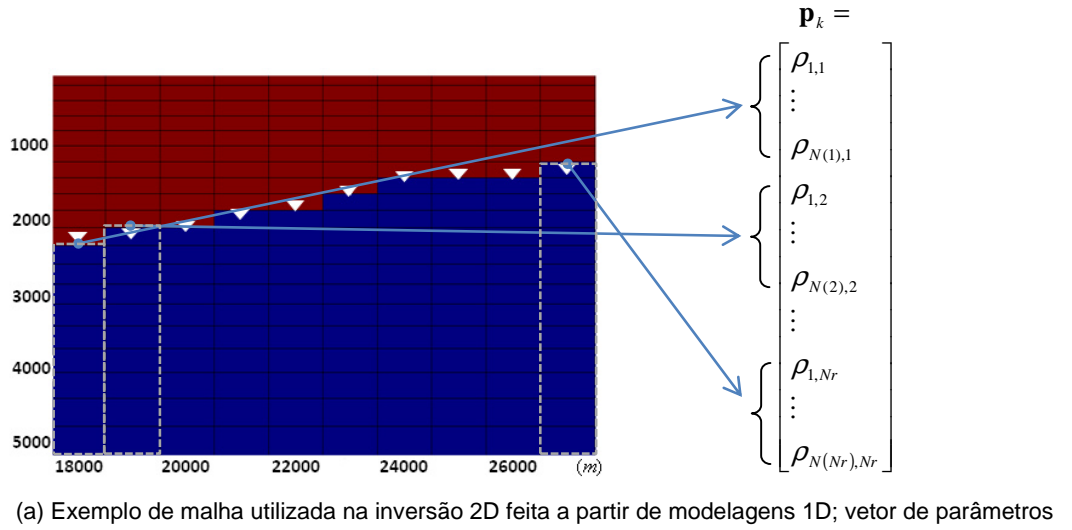


Figura 2: Esquemas ilustrativos com as montagens do vetor de parâmetros (a) e da matriz de diferenças finitas horizontal (b), utilizados durante a inversão 2D.

Finalmente, o funcional a ser minimizado, bem como a equação para estimativa dos parâmetros, serão dados por

$$\Phi = [\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{F}(\mathbf{p}_k)]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{F}(\mathbf{p}_k)] + \mu_{sv} \theta_{sv} + \mu_{sh} \theta_{sh} \quad (10)$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k +$$

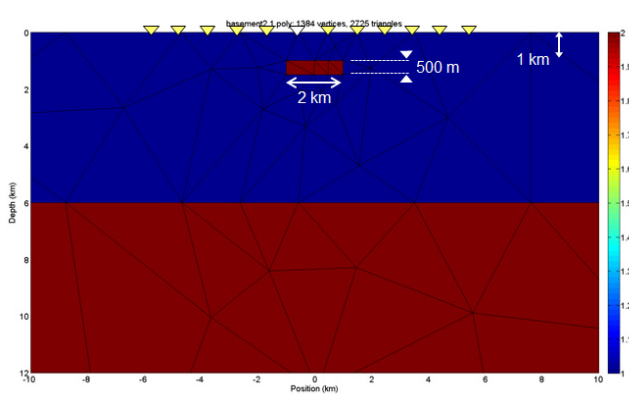
$$\left[ 2\mathbf{G}(\mathbf{p}_k)^T \mathbf{G}(\mathbf{p}_k) + \lambda \mathbf{I} + \mu_{sv} \bar{\nabla} \theta_{sv}(\mathbf{p}_k) + \mu_{sh} \bar{\nabla} \theta_{sh}(\mathbf{p}_k) \right]^{-1} \cdot \left[ 2\mathbf{G}(\mathbf{p}_k)^T [\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{F}(\mathbf{p}_k)] + \mu_{sv} \nabla \theta_{sv}(\mathbf{p}_k) + \mu_{sh} \nabla \theta_{sh}(\mathbf{p}_k) \right] \quad (11)$$

O código de inversão resolve a Eq. (11), compondo a matriz  $\mathbf{G}(\mathbf{p}_k)$  por meio de derivação do modelo direto calculado para cada coluna de parâmetros, isoladamente, utilizando as equações da modelagem 1D.

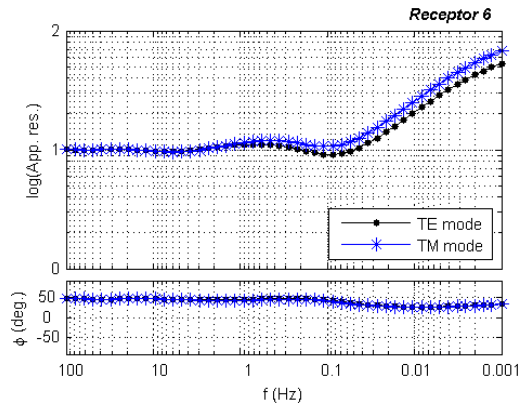
### Resultados

A metodologia aqui descrita foi implementada, efetuando-se a inversão de dados sintéticos correspondentes a diversos cenários. Para tal, fez-se uso do software MARE2DMT (Key, 2007), de modelagem MT por elementos finitos. Em todos os casos, tomou-se como modelo inicial para a inversão, um meio homogêneo com resistividade de  $100 \Omega.m$ , e uma malha estruturada (como a mostrada na Figura 3a), com elementos de espessura variável com a profundidade, aumentando por um fator exponencial variável, assumindo valores desde  $200m$  no topo, até cerca de  $1400m$ , na base do modelo, limitado, sempre, à profundidade de  $15km$ . Foi utilizado um parâmetro de Marquadt com valor inicial de 1, que variasse na mesma proporção de variação do *misfit*, calculado, a cada iteração, segundo a equação (Menke, 1989):

$$\chi = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(d_i - F_i(\mathbf{p}))^2}{W_{ii}^2}} \quad (12)$$

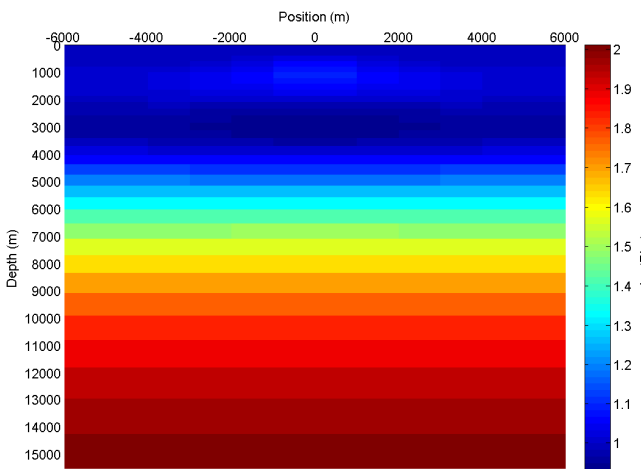


(a) Modelo sintético – cenário 1



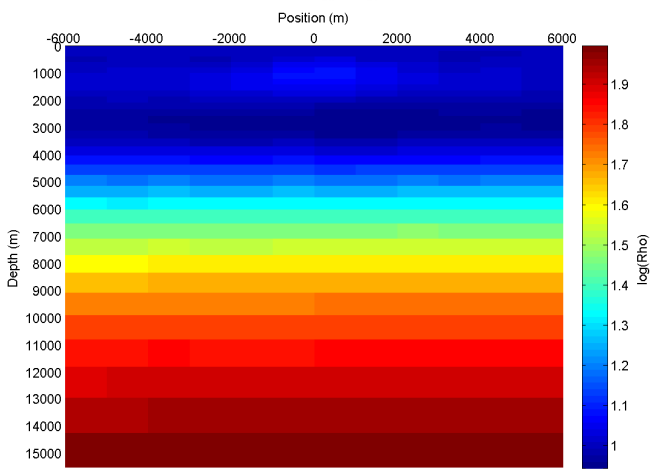
(b) Curvas de resistividade aparente e fase do receptor 6

Final model basement1a.4 (TE) init.  $\lambda: 1, \mu_{Sh}: 0.1, \mu_{Sv}: 0.1$ , misfit: 0.0072935, # iterations: 11



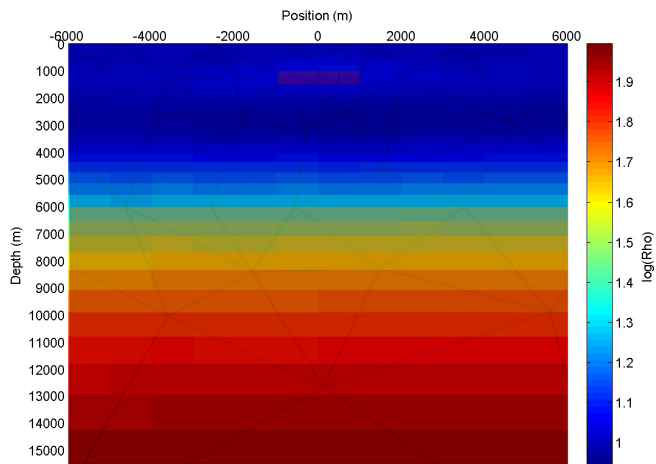
(c) Resultado da inversão dos dados sem ruído

Final model basement1a.4 (TE) init.  $\lambda: 1, \mu_{Sh}: 3, \mu_{Sv}: 3$ , misfit: 0.074481, # iterations: 8



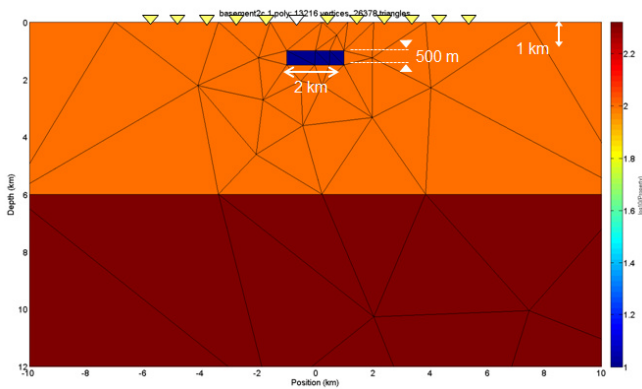
(d) Resultado da inversão dos dados com ruído

Final model basement1a.4 (TE) init.  $\lambda: 1, \mu_{Sh}: 3, \mu_{Sv}: 3$ , misfit: 0.074481, # iterations: 8

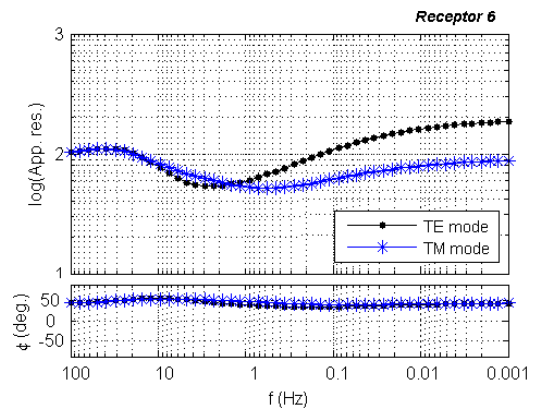


(e) Contraposição do modelo sintético com o modelo obtido pela inversão

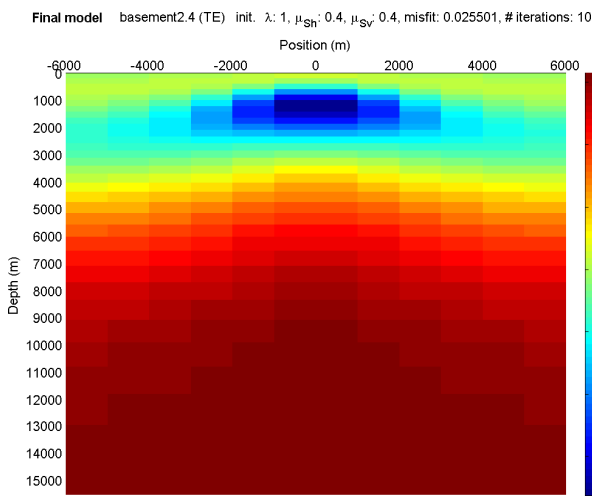
Figura 3 Resultados obtidos com a inversão dos dados com (3d) e sem ruído (3c) correspondentes ao modelo do cenário 1 (3a). As curvas de resistividade aparente e fase (3b) do receptor 6 mostram a baixa sensibilidade do método nesse tipo de cenário. Figura 3e contrapõe o modelo sintético com modelo mostrado na Figura 3d.



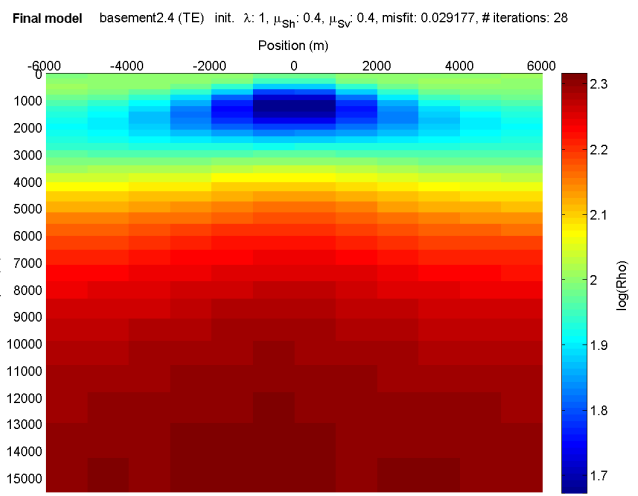
(a) Modelo sintético – cenário 2



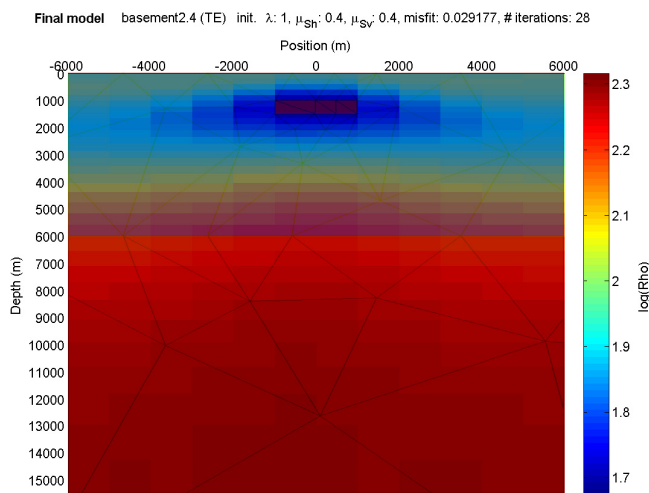
(b) Curvas de resistividade aparente e fase do receptor 6



(c) Resultado da inversão dos dados sem ruído



(d) Resultado da inversão dos dados com ruído



(e) Contraposição do modelo sintético com o modelo obtido pela inversão

Figura 4: Resultados obtidos com a inversão dos dados com (4d) e sem ruído (4c) correspondentes ao modelo do cenário 2 (4a). As curvas de resistividade aparente e fase (4b) do receptor 6 mostram uma maior sensibilidade do método nesse tipo de cenário, ao contrário do ocorrido no caso anterior. Figura 4e contrapõe o modelo sintético com modelo mostrado na Figura 4d.

Considerou-se, também, como critério de parada para o programa, a estabilização do *misfit*, sendo considerada crítica uma diminuição percentual igual ou inferior a  $10^{-4}$ .

São mostrados os resultados obtidos com a inversão dos dados sintéticos (modos TE das curvas de resistividade aparente e fase) de doze estações MT, distantes  $1\text{ km}$  umas das outras, para 50 valores de frequência, logaritmicamente espaçados, desde  $10^{-3}$  a  $10^2\text{ Hz}$ . Foram considerados dois cenários distintos, e dados contaminados com ruído gaussiano, aleatório, proporcional à amplitude do dado, num nível de 2%.

A Figura 3 traz os resultados para o primeiro desses modelos, no qual um corpo retangular de resistividade  $100\Omega.m$ , extensão de  $2\text{ km}$ , espessura de  $500\text{ m}$ , e com topo a uma profundidade de  $1000\text{ m}$ , encontra-se inserido em um background 1D, com duas camadas – a superior com  $10\Omega.m$ , e  $6\text{ km}$  de espessura, seguida de outra com  $100\Omega.m$ , que se estende até o limite inferior do modelo (Figura 3a). São mostradas também as curvas de resistividade aparente e fase do receptor de número 6, localizado acima do corpo (Figura 3b). Tais valores são mostrados em escala decrescente de frequência para facilitar a visualização do comportamento da resistividade com a profundidade, uma vez que componentes de menor frequência do campo eletromagnético medido penetram mais fundo em subsuperfície – de fato, uma rápida inspeção nas curvas mostra que elas refletem, em certa medida, o modelo em questão, embora seja notória também a baixa sensibilidade do método quanto à presença do corpo resistivo em um background condutivo. Isso impacta diretamente na recuperação do corpo, conforme pode ser visto pelo resultado da inversão dos dados sem ruído (Figura 3c), obtido com coeficientes de suavidade horizontal e vertical iguais a 0.1. A Figura 3d traz o resultado da inversão dos dados ruidosos. Nesse caso, foi necessário o aumento dos coeficientes de suavidade até o valor de 3, para que se compensasse a presença de ruído. Como consequência, tem-se o aumento do *misfit* associado ao modelo final obtido. A Figura 3e traz uma contraposição do modelo mostrado na Figura 4d com o modelo sintético utilizado.

Em um segundo cenário, semelhante ao primeiro, distinto do ponto de vista dos contrastes de resistividade, considerou-se um corpo retangular com  $10\Omega.m$ , em uma camada com  $100\Omega.m$ , seguida de outra ainda mais resistiva, com  $200\Omega.m$  (Figura 4a). As curvas de resistividade aparente e fase mostradas na Figura 5b evidenciam a maior sensibilidade do método à presença de um corpo condutivo, inserido em um *background* resistivo. Certamente os resultados para esse tipo de cenário são mais satisfatórios, conforme pode ser verificado nos modelos produzidos pela inversão dos dados com e sem ruído (Figuras 4d e 4c, respectivamente), obtidos com os mesmos valores para os coeficientes de suavidade – no caso, 0.4. Novamente, é feita contraposição dos resultados obtidos com o modelo sintético utilizado (Figura 4e). Nesse caso, no entanto, fica claro que a estrutura condutiva recuperada tem seu centro coincidente com o corpo presente no modelo sintético.

## Conclusões

Os resultados mostram que uma inversão MT 2D baseada na utilização de várias modelagens 1D, com imposição dos vínculos de suavidade vertical e horizontal, pode produzir modelos que aproximam de forma razoável a distribuição de resistividade que se deseja investigar. Nota-se, no entanto, que tal aproximação é mais eficiente em um cenário caracterizado pela presença de um corpo condutivo em meio a um *background* resistivo, fato esse que constitui uma característica intrínseca do método, conforme pode ser visto nas próprias curvas de resistividade aparente e fase para os dois modelos considerados. Assim, ainda que os resultados obtidos tenham qualidade inferior a de resultados produzidos por típicas inversões 2D (já que são fruto de uma aproximação), não se pode negligenciar o fato de que, ao se abrir mão de uma modelagem por diferenças, ou elementos finitos, tem-se um ganho computacional, de modo que, com o algoritmo aqui proposto pode-se obter, de forma rápida, um resultado que sirva de modelo inicial em uma inversão mais refinada.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a Petrobras por autorizar esta publicação.

## Referências

- Constable, S. C., Orange, A. S., Hoversten, G. M. and Morrison, H. F., 1998, Marine magnetotellurics for petroleum exploration Part I: A sea-floor equipment system. *GEOPHYSICS*, VOL. 63, NO. 3; P. 816-825.
- Hoversten, G. M., Constable, S. C. and Morrison, H. F., 2000, Marine magnetotellurics for base-of-salt mapping: Gulf of Mexico field test at the Gemini structure. *GEOPHYSICS*, VOL. 65, NO. 5; P. 1476-1488.
- Key, K., Documentation MARE2DMT, Marine EM Laboratory, Scripps Institution of Oceanography, University of California, San Diego, 2007.
- Marquardt, D. W., 1962, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11, 431-441.
- Menke, W., 1989, *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*: San Diego: Academic Press Inc.
- Simpson, F. and Bahr, K., *Practical Magnetotellurics*, Cambridge University Press, 2005.
- Ward, S. H. and Hohmann, G. W., *Electromagnetic Theory for Geophysical Applications*, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics*, 1: SEG, pp. 131-311, 1989.