



Perfis gravimétricos produzidos por modelos geológicos parametrizados por elementos esféricos e cilíndricos

Átila J. Costa*, IGEO, UFBA, Salvador, Ba, Brasil

Wilson M. Figueiró, IGEO-CPGG-UFBA, Salvador, Ba, Brasil

Copyright 2013, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 26-29, 2013.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

This work performed gravity modeling starting with fields of rock densities parameterized by spherical and cylindrical elements (for mathematical simplicity), based on the physical law of universal gravitation and using the methodology of the sum of individual contributions, to the vertical component of the gravitational field at the surface, caused by each parameter (density of spheres or cylindrical bars), that represents, geometric and lithological features of rocks that constitute the geological data models. Finally, find the smallest number of parameter elements with the best description of rock distribution in the subsurface, translating this into gravity profiles that match, the best possible, model of the geology.

Resumo

Neste trabalho são realizadas modelagens gravimétricas partindo-se de campos de densidades de rochas parametrizados por elementos esféricos e cilíndricos (por simplicidade matemática), tendo como base física a Lei da Gravitação Universal e utilizando como metodologia o somatório das contribuições individuais, à componente vertical do campo gravitacional em superfície, causadas por parâmetros (densidades de esferas ou barras cilíndricas), que representam características geométricas e litológicas das rochas que constituem os modelos geológicos dados. Por fim, encontrar o menor número de elementos de parametrização que melhor descreve a distribuição das rochas em sub-superfície, traduzindo isso em perfis gravimétricos que correspondam, da melhor forma possível, à geologia do modelo.

Introdução

O método gravimétrico tem por objetivo gerar imagens de distribuição de densidades de rochas de estruturas geológicas em sub-superfície usando dados gravimétricos medidos numa superfície de observação. Os gravímetros medem as anomalias gravimétricas na superfície ou próximo dela e, do ponto de vista da física, tratam-se de acelerações gravitacionais. Essas medidas sofrem várias correções a fim de que se tornem apropriadas para constituírem o dado gravimétrico que quando inserido em relacionamentos físico-matemáticos (equações envolvendo dados observados e parâmetros de modelos) possibilitam a estimativa de um conjunto de

valores numéricos (parâmetros) que permite gerar uma imagem de um modelo de distribuição de densidades em sub-superfície que é passível de interpretações. Isto é, ser capaz de parametrizar um modelo e calcular anomalias gravimétricas com o objetivo de comparação com dados observados. O trabalho consiste na modelagem gravimétrica da componente vertical do campo gravitacional, que num caso real seria medida em superfície, gerada por alguns modelos geológicos conhecidos. O cálculo dessa componente do campo gravitacional se dá através do somatório das contribuições individuais de cada elemento geométrico de parametrização do modelo e limita-se aos aspectos teóricos da dinâmica e da gravimetria consagrados na literatura.

Metodologia

São consideradas estruturas geológicas caracterizadas por uma distribuição de densidades em suas rochas que obedecem a algum padrão geométrico que são parametrizadas por elementos esféricos (ou cilíndricos) cujos parâmetros são: raio, centro, densidade, e comprimentos (no caso dos cilindros) para cada elemento de parametrização (Costa, 2012). Entretanto, Apenas um parâmetro será considerado: o contraste de densidades que é atribuído a cada elemento de parametrização (esferas ou cilindros) a partir das coordenadas de seu centro (x_{c_k}, z_{c_k}) e da região compreendida por seu raio r_k , sendo os centros, os raios e comprimentos do elemento conhecidos. A média das densidades da região é dada por:

$$\bar{\rho}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho(x_i, z_i), \quad (1)$$

onde n é o número de pontos tomados na região e $\bar{\rho}_k$ é a densidade média do k -ésimo elemento. A densidade média do volume delimitado pelo raio r .

Para cada um dos elementos (esféricos e cilíndricos) foram feitas onze modelagens (Figura 2) variando-se o número de elementos e , conseqüentemente, seus raios num empacotamento cúbico.

Todos os modelos foram construídos com 12,0 km de comprimento horizontal e 4,0 km de profundidade. Foram adotados dois modelos de referência M_E e M_C (Figura 1) com um elemento central de 1,5 km de raio para calibração dos empacotamentos parametrizados com esferas e barras cilíndricas horizontais.

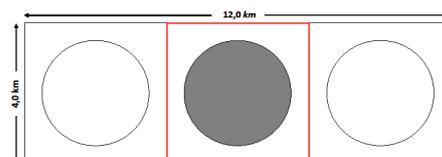


Figura 1: Modelos de referência M_E e M_C , equivalentes, respectivamente, à esfera e à barra cilíndrica enterradas. O comprimento de M_C é de 3,0 km.

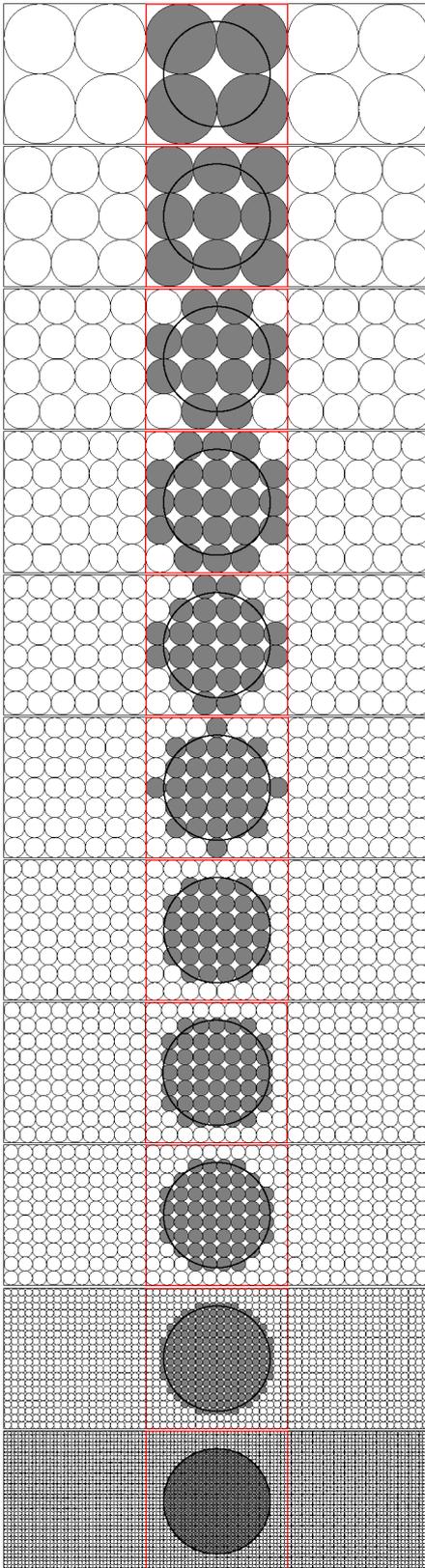


Figura 2: Ilustrações mostrando as onze modelagens de respectivamente: 12, 27, 48, 75, 108, 147, 192, 243, 300, 1200 e 4800 elementos de parametrização empacotados cubicamente.

Parametrização por Esferas

A parametrização esférica consiste na representação de modelos gravimétricos por um conjunto de elementos esféricos homogêneos entre os quais a densidade pode variar de acordo com a estrutura do modelo. A partir daí, faz-se o cálculo da componente vertical da anomalia do campo gravitacional gerado por cada um dos elementos deste conjunto de esferas que é apresentado sob a forma de perfis. O cálculo da componente vertical do campo gravitacional, $g_z(x)$ (mgal), anomalia gravimétrica, produzida pelo conjunto de esferas é a seguinte (Fowler, 1990):

$$g_{E_z}(x) = 2,79 \times 10^{-5} \sum_{k=1}^n \frac{(\rho_k - \rho_e) r_k^3 z_{ck}}{[(x - x_{ck})^2 + z_{ck}^2]^{3/2}} \text{ mgal}, \quad (2)$$

onde $4\pi G/3$ é igual a $2,79 \times 10^{-10} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$, r é o raio da esfera, x_{ck} (z_{ck}) é a coordenada horizontal (vertical) de seu centro, $\Delta\rho_k = \rho_k - \rho_e$ (kg/m^3) é o contraste entre a densidade da esfera (ρ_k) e a do ambiente rochoso no qual ela se encontra encaixada (ρ_e), x (metros) é uma posição genérica na superfície, z (metros) a profundidade, ρ_k é a densidade da k -ésima esfera, (x_{ck}, z_{ck}) as coordenadas de seu centro e r_k seu raio.

O cálculo da contribuição de cada parâmetro do modelo é feito segundo o esquema da Figura 3.

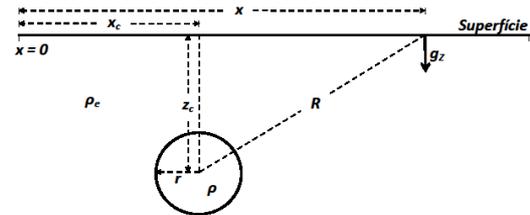


Figura 3: Configuração gráfica de um elemento esférico (ou cilíndrico) e sua contribuição gravimétrica vertical na posição x situada na superfície.

Cada elemento esférico (cilíndrico) possui quatro (cinco) parâmetros (r_k , x_{ck} , z_{ck} , $\Delta\rho_k$, L_k) e, portanto, o número de parâmetro em relação a cada empacotamento é $4n$ ($5n$), onde n é o número de elementos de parametrização de cada empacotamento. Sendo assim, o somatório das contribuições de todas as n esferas será escrito tal como proposto na Eq. (2).

Dois observações devem ser consideradas: a primeira delas é que a anomalia gerada pela esfera aumenta quando o contraste de densidade aumenta e a segunda é que quanto mais próxima a esfera estiver da superfície, maior será o valor da anomalia causada por ela.

Foi efetuada uma calibração dos raios das esferas tomando-se como referência o modelo M_E . A calibração consiste no aumento do número de esferas do modelo M_{E_n} , até que a anomalia gravimétrica por ele causada tenha a máxima aproximação com aquela gerada por M_E . O índice n representa o número de esferas presentes no modelo M_{E_n} .

Parametrização por Barras Cilíndricas Horizontais

A parametrização por elementos cilíndricos horizontais é similar àquela por esferas exceto pelos elementos geométricos que neste caso são barras horizontais.

O cálculo do somatório da componente vertical da anomalia gravimétrica (g_z) produzida por cada barra horizontal foi efetuado segundo a fórmula (Telford et al., 1976):

$$g_{C_z}(x) = 4,19 \times 10^{-5} r^2 \left[\sum_{k=1}^n \frac{(\rho_k - \rho_e)}{z_{ck} [1 + (x - x_{ck})^2 / z_{ck}^2]} \right] \times \frac{1}{\{1 + [(x - x_{ck})^2 + z_{ck}^2] / L^2\}^{1/2}} \Big] \text{mgal} \quad (3)$$

onde $2G\pi$ é uma constante que no S.I. vale $4,19 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{kg s}^2$, ρ_k a densidade do k-ésimo cilindro horizontal e ρ_e a da rocha encaixante, r é o raio, L é seu semi-comprimento, x_c e z_c representam as coordenadas da posição de seu centro e x uma posição genérica sobre a linha de aquisição na superfície de observação.

O cálculo da contribuição de cada barra cilíndrica horizontal do modelo é feito segundo o esquema mostrado na Figura 3.

Os valores de anomalia gravimétrica foram calculados em toda extensão horizontal dos modelos (12.000 m), pois como os modelos foram considerados com densidade constante (e igual a ρ_e) para além da referida extensão (e também abaixo da profundidade de 4.000 m), não ocorreram efeitos de borda. A Figura 4 ilustra tal situação.

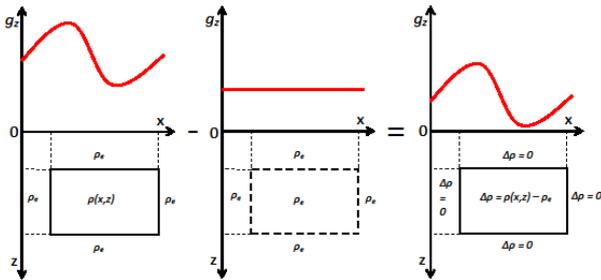


Figura 4: Obtenção do campo de contraste de densidades a partir da diferença entre o campo de densidades original e aquele homogêneo de densidade ρ_e .

Resultados

Perfis de anomalia gravimétrica foram obtidos inicialmente para cinco modelos: da esfera enterrada com raio de 1,5 km (M_E), da barra cilíndrica horizontal enterrada com raio de 1,5 km e 3,0 km de comprimento (M_C), do domo de sal (M_I), da anticlinal (M_{II}) e o das falhas (M_{III}), Figuras 5, 6 e 7. O perfil da anomalia gravimétrica causado por M_E (M_C), serviu como referência para a calibração do raio das esferas (dos cilindros) na parametrização por elementos esféricos (cilíndricos) e teste dos programas.

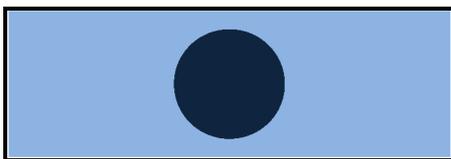


Figura 5: Imagem dos modelos de referência M_E e M_C , relativos à esfera e à barra cilíndrica enterradas, respectivamente. O modelo M_C é um cilindro horizontal perpendicular ao plano da página. As dimensões do modelo são 12,0 km de distância horizontal e 4,0 km de profundidade.

Os modelos M_E e M_C têm os valores de densidades: de 3.000 kg/m^3 associada à esfera e à barra cilíndrica

horizontal e de 2.250 kg/m^3 associada à rocha encaixante.

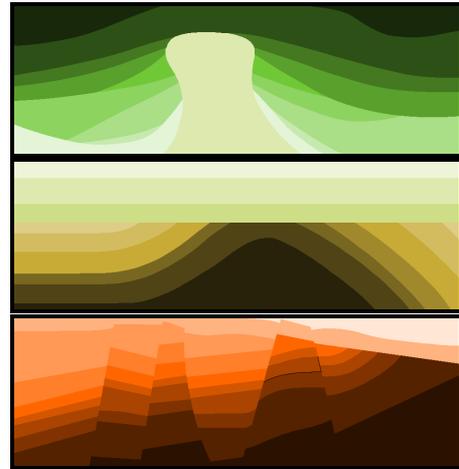


Figura 6: Imagem dos modelos geológicos M_I (Domo de Sal), M_{II} (Anticlinal) e M_{III} (Rift), respectivamente.

Calibração dos Raios

Por conta da parametrização por sólidos circulares (esferas e cilindros) não ser capaz de cobrir totalmente o modelo, deixando espaços vazios que fazem os valores totais das anomalias caírem relativamente àqueles produzidos pelo modelo de referência correspondente, os raios das esferas sofreram um leve aumento.

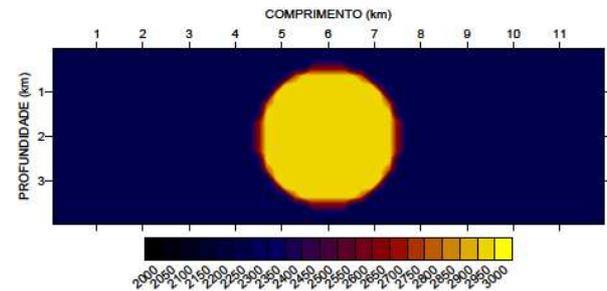


Figura 7: Imagem da distribuição numérica de densidades de rochas para os modelos de referência M_E e M_C . As densidades são dadas em kg/m^3 .

Calibração do Modelo de Esferas

Aqui, mostra-se perfis de anomalia gravimétrica causada por vários modelos parametrizados por elementos esféricos comparativamente àquele causado por M_E , Figuras 8, 9 e 10.

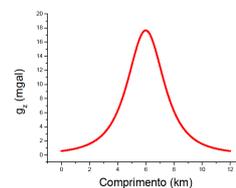


Figura 8: Perfil da anomalia gravimétrica do modelo de referência da esfera enterrada M_E com raio de 1,5 km e coordenadas de centro $x_c = 6,0 \text{ km}$ e $z_c = 2,0 \text{ km}$.

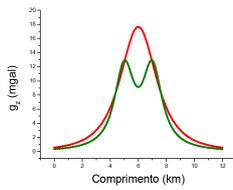


Figura 9: Perfil da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_E (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo M_{E12} (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilação) dos raios das esferas.

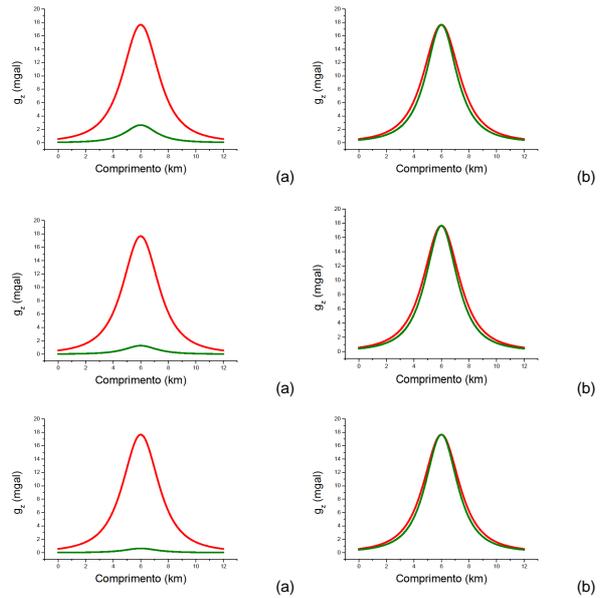
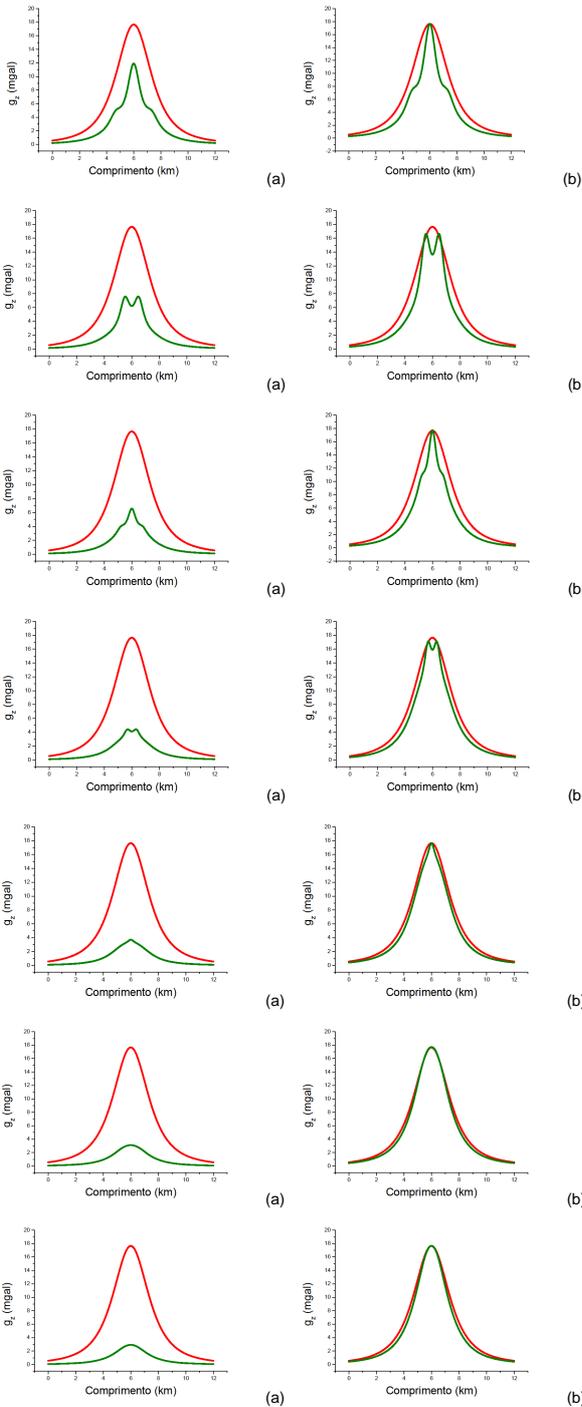


Figura 10: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por M_{Ei} (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. Os empacotamentos aplicados, respectivamente, foram: M_{E27} , M_{E40} , M_{E75} , M_{E108} , M_{E147} , M_{E192} , M_{E243} , M_{E300} , M_{E1200} e M_{E4800} .

O modelo M_{E192} foi o que mostrou melhor aproximação em relação ao modelo de referência M_E usando o menor número de parâmetros. Portanto, ele foi o escolhido para ser aplicado aos modelos geológicos M_I , M_{II} e M_{III} . Em M_{E192} o raio sofreu um aumento de 76% em relação ao seu valor inicial de 0,25 km.

Calibração do Modelo de Barras Cilíndricas Horizontais

A seguir, são apresentados perfis de anomalia gravimétrica causada por vários modelos parametrizados por elementos cilíndricos horizontais comparativamente àquele causado por M_C , Figuras 11, 12 e 13.

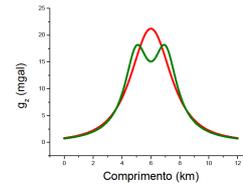


Figura 11: Perfil da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_C (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo M_{C12} (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilação) dos raios das barras.

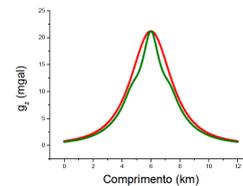


Figura 12: Perfil da anomalia gravimétrica causada por M_C (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo M_{C27} (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilação) dos raios dos cilindros.

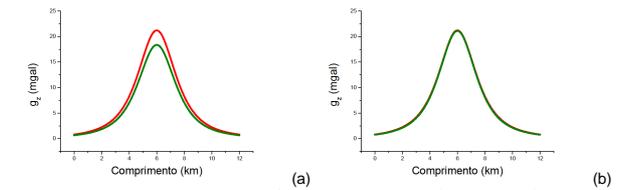
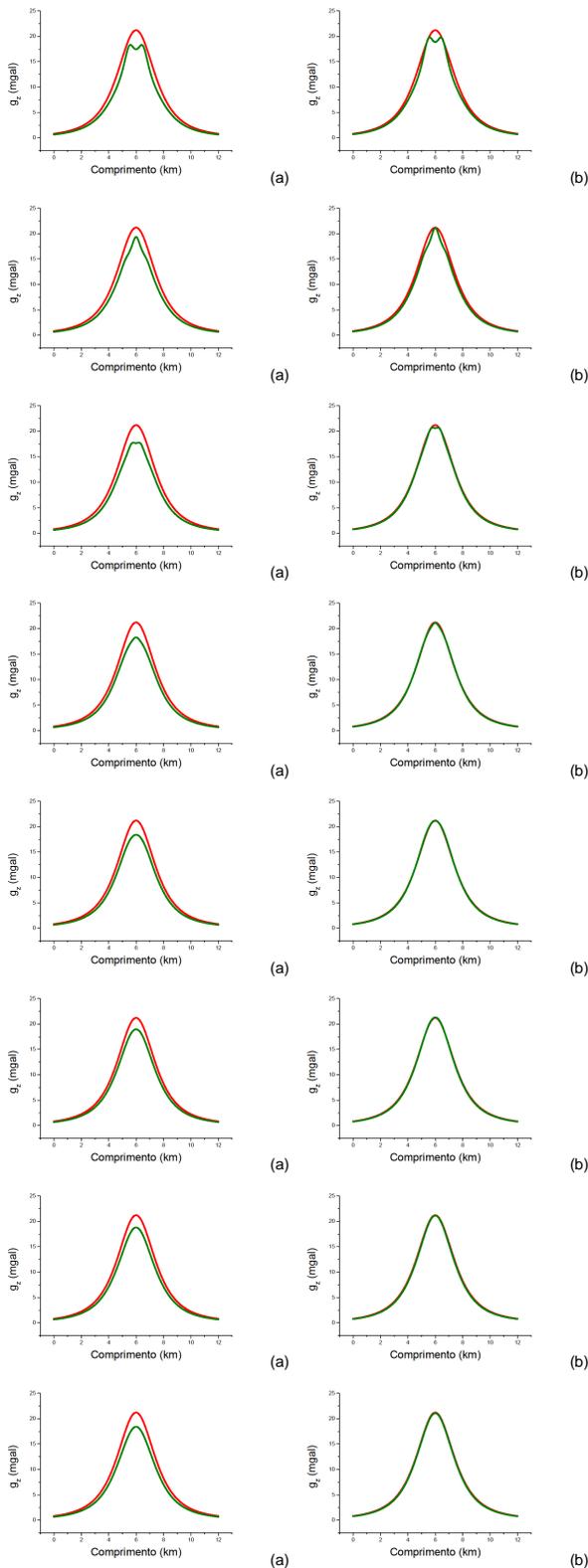


Figura 13: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por M_{C_i} (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. Os empacotamentos aplicados, respectivamente, foram: $M_{C_{27}}$, $M_{C_{48}}$, $M_{C_{75}}$, $M_{C_{108}}$, $M_{C_{192}}$, $M_{C_{243}}$, $M_{C_{300}}$, $M_{C_{1200}}$ e $M_{C_{4800}}$.

O Modelo $M_{C_{192}}$ foi o que mostrou melhor aproximação em relação ao modelo de referência M_C usando o menor número de parâmetros. Portanto, ele foi o escolhido para ser aplicado aos modelos geológicos M_I , M_{II} e M_{III} . Em $M_{C_{192}}$ o raio sofreu um aumento de 7,2% em relação ao seu valor inicial de 0,25 km.

Aplicação nos Modelos Geológicos

A seguir serão exibidos os modelos geológicos de densidades M_I , M_{II} e M_{III} como imagens interpoladas dos dados dos modelos digitais que são compostos de 4.800 pontos dispostos regularmente sobre os modelos, Figuras 14, 15 e 16. Tais modelos de densidades serão representados por $M_{E_{192}}$ e $M_{C_{192}}$ que permitirão o cálculo dos perfis de anomalia gravimétrica. Os modelos M_I e M_{III} foram alterados para conter uma camada superficial de aluvião ($\rho_e = 2.250 \text{ kg/m}^3$) de no mínimo 0,5 km de profundidade. Essa alteração garantiu a não influência das camadas mais rasas de elementos, o que fez com que os perfis fossem suavizados.

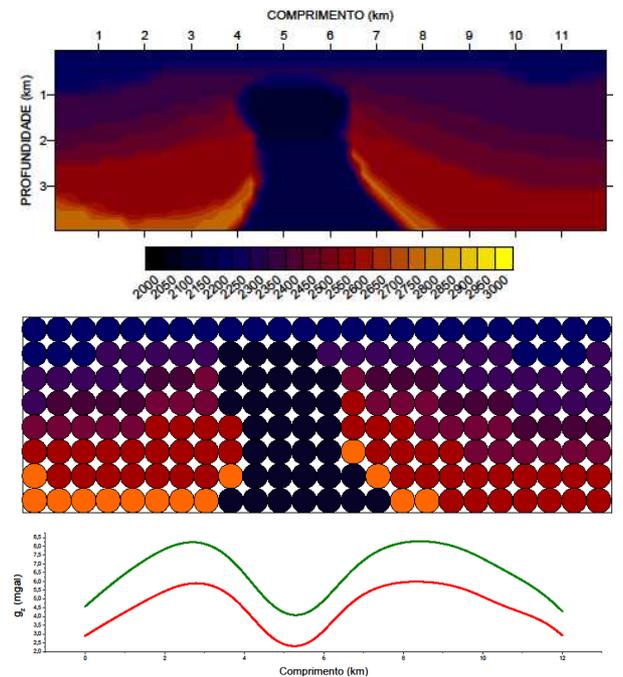


Figura 14: Imagens do dado interpolado para o modelo M_I (*Domo de Sal*), representação do modelo M_I através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$) e os perfis obtidos pelas parametrizações $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde), respectivamente.

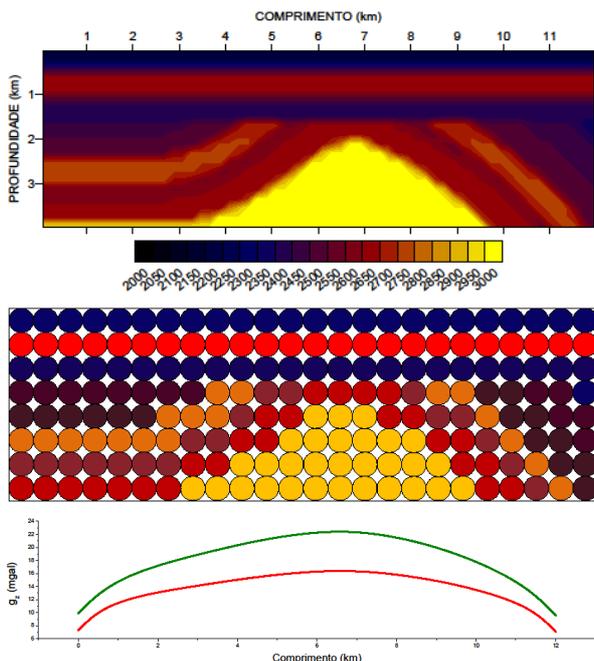


Figura 15: imagens do dado interpolado para o modelo M_{II} (*Anticlinal*), representação do modelo M_{II} através de um modelo parametrizador do tipo M_{E192} (ou M_{C192}) e perfis obtidos pelas parametrizações M_{E192} (em vermelho) e M_{C192} (em verde), respectivamente.

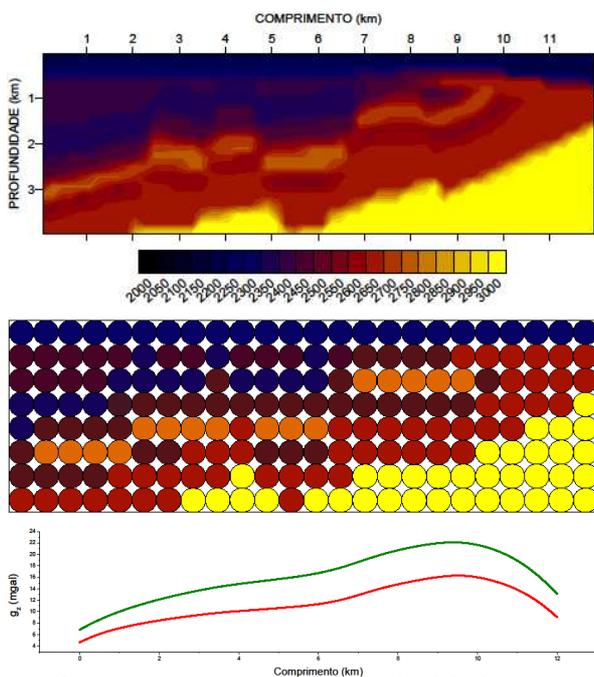


Figura 16: imagens do dado interpolado para o modelo M_{III} (*Rift*), Representação do modelo M_{III} através de um modelo parametrizador do tipo M_{E192} (ou M_{C192}) e perfis obtidos pelas parametrizações M_{E192} (em vermelho) e M_{C192} (em verde).

Todos os perfis apresentaram-se coerentes com os modelos geológicos. Para cada modelo as anomalias causadas pelas duas diferentes parametrizações (por elementos esféricos e cilíndricos) exibem comportamentos análogos. Elas só diferiram em magnitude, pois a anomalia causada por M_{C192} pode ser vista em termos aproximativos, como aquela produzida por M_{E192} deslocada verticalmente para cima.

Conclusões

A parametrização por barras cilíndricas horizontais mostrou ser mais indicada para modelagens gravimétricas 2D e 3D com isotropia de densidades mais uma das direções horizontais (mais especificamente, naquela perpendicular à linha de aquisição) e a parametrização por esferas é mais indicado para modelagens 3D com anisotropia de densidades em todas as direções.

A parametrização por elementos esféricos e cilíndricos requer a anulação da influência das camadas mais superficiais a fim de evitar a influência dos espaços não cobertos pelos elementos que causam abruptas quedas nos valores da anomalia gravimétrica total.

Nos modelos geológicos os perfis de anomalia gravimétrica, obtidos através das parametrizações com os empacotamentos escolhidos, apresentaram boa aproximação com respeito aos perfis causados pelos modelos de referência (M_E e M_C) e diferiram apenas na magnitude das anomalias totais.

Estudos realizados e resultados obtidos revelam a real possibilidade da utilização de elementos esféricos e cilíndricos na parametrização de modelos gravimétricos. Algumas vantagens de tal procedimento são: existência de fórmula matemática analítica que permite realizar com simplicidade e acurácia a modelagem direta, redução ao contraste de densidade como único parâmetro de cada elemento do modelo, e possibilidade de representação de estruturas complexas através de unidades elementares relativamente simples. Dentre as desvantagens pode-se ressaltar: existência irreduzível de vazios deixados pelo empacotamento escolhido para os elementos, não contribuição para redução da ambiguidade do método gravimétrico, e uma quantidade relativamente alta de parâmetros. Entretanto, por possibilitar uma satisfatória resolução do problema direto, as parametrizações propostas candidatam-se naturalmente como base para o desenvolvimento de qualquer um dos diversos métodos de resolução do problema inverso gravimétrico.

Agradecimentos

Agradecemos ao curso de graduação em geofísica da UFBA e ao CPGG-UFBA.

Referências

- Costa, A.J.; 2012. Perfis Gravimétricos produzidos por Modelos Geológicos Parametrizados por Elementos Esféricos e Cilíndricos. Trabalho de Graduação, Geofísica, IGEO, UFBA, Salvador, BA, Brasil.
- Fowler, C.M.R.; 1990. The Solid Earth: An Introduction to Global Geophysics. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Telford, W.M.; Geldart, L.P.; Sheriff, R.E. & Keys, D.A.; 1976. Applied Geophysics. Cambridge University Press, Cambridge.