



Modelagem Sísmica de Tempos de Trânsito em Campos de Velocidades Parametrizados por Série Ondaleta Shannon

Leandro dos Santos Nascimento, ANP/CPGG/UFBA
Wilson M. Figueiró, CPGG-IGEO-UFBA, Salvador, BA, Brasil

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 3-6, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In this study the Shannon wavelets series is used to represent one-dimensional functions as well as two-dimensional seismic velocity fields. In these last cases, as expected, it is necessary a large amount of series terms in order to obtain a satisfactory representation of such fields. Then, it is developed a technique in order to use only terms which have major influence on the field parametric representation. Even so, the parameterization still demands a large quantity of terms. In order to make possible the use of these parameterizations, in a supposed inversion procedure, it is necessary to reduce the number of coefficients used in the series by means of some numerical technique. To analyze the degree of influence of such technique in the traveltimes, seismic ray tracing is performed on the parameterized velocity fields.

Keywords: Seismic Modeling, Parameterization, Seismic Velocity Field, Traveltimes, Shannon Wavelet Series.

Resumo

Neste estudo, a série ondaleta Shannon é usada para representar funções de uma variável, assim como, campos bidimensionais de velocidades sísmicas. Neste último caso, como esperado, é necessária uma grande quantidade de termos na série a fim de se obter uma representação satisfatória do campo. Então, é desenvolvida uma técnica que visa usar somente os termos que têm influência importante na representação paramétrica do campo. Mesmo assim, a parametrização ainda exige uma grande quantidade de termos. Tendo em vista o uso desta parametrização em procedimentos de inversão, faz-se necessário reduzir o número de coeficientes usados na série através de algumas técnicas numéricas. Para analisar a influência de tais técnicas nos tempos de trânsito, traçamentos de raios sísmicos são realizados nos campos de velocidades parametrizados.

Palavras Chaves: Modelagem Sísmica, Parametrização, Campo de Velocidades Sísmicas, Tempos de Trânsito, Série Ondaleta Shannon.

Introdução

A obtenção do campo de velocidades, muitas vezes, é o objetivo da inversão sísmica. Assim, faz-se necessário

possuir uma maneira de representá-lo. É nesse contexto que surgem as técnicas de parametrização, que são de vários tipos. Na polinomial faz-se necessário calcular os coeficientes de seus termos. Porém, essa técnica muitas vezes falha em representar regiões com grandes variações de velocidade, provocando instabilidades no traçamento de raios (Figueiró et al., 2006). Visando diminuir tal problema utilizou-se parametrização por B-Spline (Santana, 2008), porém sem uma melhora significativa na qualidade da representação. Outro tipo de parametrização que se espera não apresentar esse problema é a por série ondaletas. Nesse trabalho é utilizada a parametrização por série ondaletas Shannon. Nela é utilizado um somatório de funções de uma base ondaleta, cujos coeficientes devem ser determinados. Dessa forma é mais prático trabalhar com ondaletas que possuam base ortonormal para que cada coeficiente possa ser calculado por um produto interno entre o campo a ser parametrizado e as funções da base.

Usualmente para obtenção de uma boa parametrização é preciso utilizar uma grande quantidade de coeficientes. Isso é perfeitamente possível na parametrização, porém impraticável na inversão. Isso porque a inversão deve calcular o conjunto de parâmetros (coeficientes) que melhor aproxima o dado calculado do real e, indiretamente, o modelo estimado do real. Dessa forma é necessário desenvolver técnicas para obtenção de uma parametrização que melhor represente o modelo com o menor número possível de parâmetros.

Nos problemas de inversão sísmica é necessário obter a resposta de um modelo à propagação de ondas sísmicas, ou seja, é necessário resolver o problema direto. Nesse caso, é possível utilizar a propagação da onda para gerar sismogramas sintéticos. Porém, a depender do modelo, esse método exige elevado tempo de processamento. Uma alternativa mais rápida é o traçamento de raios. Devido ao fato dos raios serem perpendiculares a frente de onda em meios isotrópicos, essa técnica pode fornecer informações relativas à influência de refletores no dado sísmico.

Aspectos Teóricos

Série Ondaleta

A função ondaleta Shannon é dada por:

$$\psi(x) = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{\frac{\pi x}{2}}. \quad (1)$$

Através de dilatações (ou contrações) e translações, a Eq. (1) possibilita a construção da seguinte base de funções:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k), \text{ onde } j \text{ e } k \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

Esta permite representar determinadas funções $f(x)$ através de séries do tipo:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad (3)$$

onde seus coeficientes são dados, em termos aproximados (tendo em vista que a referida base possa não ser exatamente ortonormal), pelo produto interno de $f(x)$ com $\psi_{j,k}(x)$, isto é:

$$c_{j,k} = \langle f(x) | \psi_{j,k}(x) \rangle. \quad (4)$$

Traçamento de Raios Sísmicos

Utilizou-se as equações do raio (Cerveny, 2001) que permite a realização do traçado do raio e que é dado pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} = \vec{P}(\tau) \\ \frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{2} grad \left[\frac{1}{v^2(x,z)} \right] \\ \frac{dT}{d\tau} = \frac{1}{v^2}. \end{cases} \quad (5)$$

Expansões em série de Taylor permitem construir uma versão numérica da Eq. (5) tal como mostrada a seguir:

$$\begin{cases} \vec{X}(\tau + \delta\tau) = \vec{X}(\tau) + \vec{P}(\tau) \cdot \delta\tau \\ \vec{P}(\tau + \delta\tau) = \vec{P}(\tau) + \frac{1}{2} grad \left[\frac{1}{v^2(x,z)} \right] \cdot \delta\tau \end{cases} \quad (6)$$

Os tempos de trânsito foram calculados através de quadraturas nos pontos da trajetória do raio.

Metodologia

Nesse trabalho utiliza-se a série ondaleta Shannon (Morettin, 1999) para representar funções de uma variável e campos de velocidades bidimensionais.

Utiliza-se técnicas numéricas a fim de reduzir o número de termos e de coeficientes da série. A técnica nomeada T1 desloca os valores dos campos de velocidades de forma a variarem em torno de zero. Devido à ausência de função escala, as seguintes equações ilustram um artifício numérico usado:

$$C_{j,k} = \langle V(x) - des | \psi_{j,k}(x) \rangle, \quad e \quad (7)$$

$$V(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} \psi_{j,k}(x) + des, \quad (8)$$

onde des é a média aritmética entre os valores máximo e mínimo de velocidade.

A segunda técnica, T2, utiliza o deslocamento da base ondaleta associado a j para calcular os limites da variação de k . Assim, sabendo-se que a ondaleta é deslocada de $2^{-j}k$ e conhecendo-se os limites b_{min} e b_{max} do modelo a ser parametrizado, a variação em k deve estar entre $2^j b_{min}$ e $2^j b_{max}$ para um dado j .

As técnicas T3, T4 e T5 visam à redução do número de coeficientes reunindo-os em grupos de mesmo valor. Essas técnicas precisam ordenar os valores dos coeficientes de uma parametrização de modo crescente. A T3 toma a diferença (dif) entre pares de coeficientes vizinhos para criar grupos. A T4 cria grupos com o mesmo número n de coeficientes. A T5 considera os intervalos de valores para criar os grupos. Todos os

coeficientes do grupo recebem o valor da média do grupo.

Faz-se a escolha de duas funções unidimensionais (Fig. 1) para serem parametrizadas e, para representá-las, utiliza-se apenas a técnica T2.

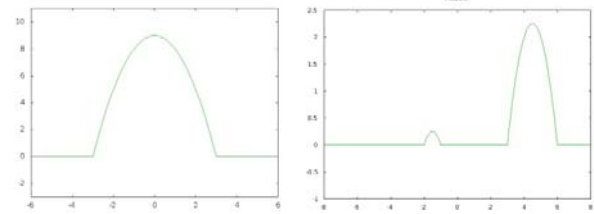


Figura 1: Funções de uma única variável, $f_1(x)$ e $f_2(x)$, a serem utilizadas na verificação da parametrização por série ondaleta Shannon.

Comprovada a eficácia da parametrização da funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$, tal como mostrada na Fig. 3 e relatada na seção de resultados, busca-se parametrizar três campos de velocidade bidimensionais (Fig. 2). Como a ondaleta utilizada nesse trabalho é unidimensional foi necessário utilizar uma malha senoidal a fim de reduzir a dimensão dos campos de velocidades. Para os referidos campos foram utilizadas todas as técnicas descritas.

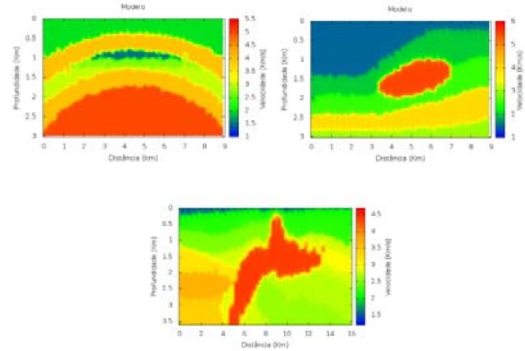


Figura 2: Campos de velocidades bidimensionais M_1 , M_2 e M_3 ; respectivamente.

A próxima etapa do trabalho realiza o traçamento de raios e o cálculo dos tempos de trânsito sobre os campos parametrizados. Como a parametrização utilizada nesse trabalho fornece os valores de velocidade apenas sobre uma malha senoidal, utiliza-se a técnica de interpolação Shepard (Shepard, 1968) para a obtenção das velocidades nos nós das trajetórias dos raios. Isto possibilita a verificação do grau de influência das técnicas aqui utilizada sobre os tempos de trânsito.

Resultados

Inicialmente busca-se parametrizar funções de uma única variável a fim de verificar a eficácia da parametrização. Devido à simplicidade das funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$ tomadas nessa etapa, utiliza-se apenas a técnica T2. A Fig. 3 mostra as melhores parametrizações obtidas para estas funções com respeito à utilização da menor quantidade de termos na série. Devido à maior extensão da segunda função, faz-se necessário utilizar um número maior de termos para representá-la.

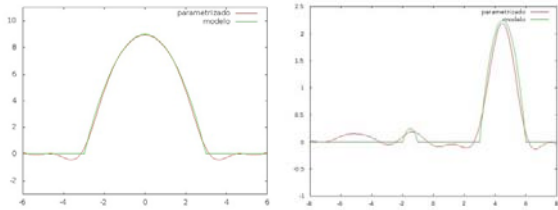


Figura 3: Parametrizações da função $f_1(x)$ com 18 termos e de $f_2(x)$ com 31.

A parametrização dos campos de velocidades bidimensionais exige um número de termos muito maior que o exigido no caso das funções unidimensionais. Assim, é necessário o emprego das técnicas T1 e T2 para gerar uma parametrização satisfatória com um número baixo de termos. Tendo-se em mãos a parametrização dos campos propostos, executa-se um traçamento de raios sobre os mesmos. A Fig. 4 mostra tal traçamento sobre os campos parametrizados utilizando as técnicas T1 e T2. A Fig. 5 mostra os tempos de trânsito calculados.

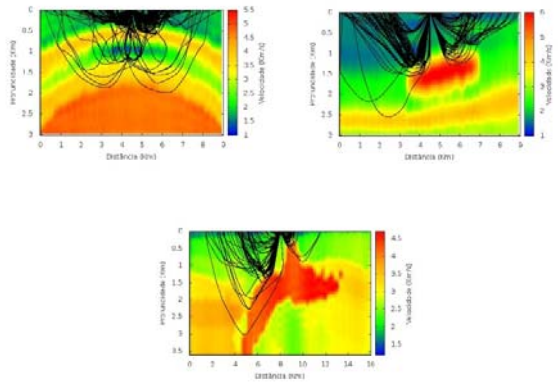


Figura 4: Traçamento de raios nos campos M1, M2 e M3; obtido com as técnicas T1 e T2 com 2318, 1195 e 2039 termos na série ondaleta, respectivamente.

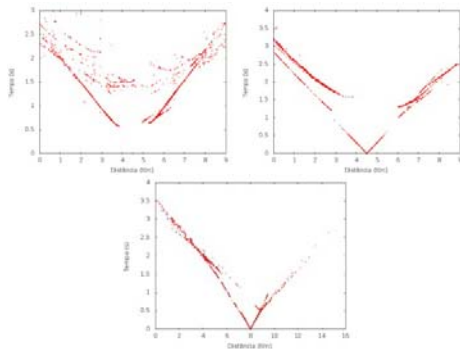


Figura 5: Tempos de trânsito calculados, respectivamente, para os modelos M1, M2 e M3; utilizando-se as técnicas T1 e T2.

As técnicas T3, T4 e T5 exigem um conjunto de coeficientes que gere uma parametrização aceitável. Assim, foram feitas parametrizações dos campos com o objetivo de gerar o melhor conjunto de coeficientes para servirem de entrada para essas técnicas. A Fig. 6 mostra o traçamento de raios sobre as parametrizações dos três campos obtidas utilizando a técnica T3 assim como a

diferença entre coeficientes vizinhos, dif , utilizada. A Fig. 7 mostra os tempos de trânsito calculados para os campos obtidos.

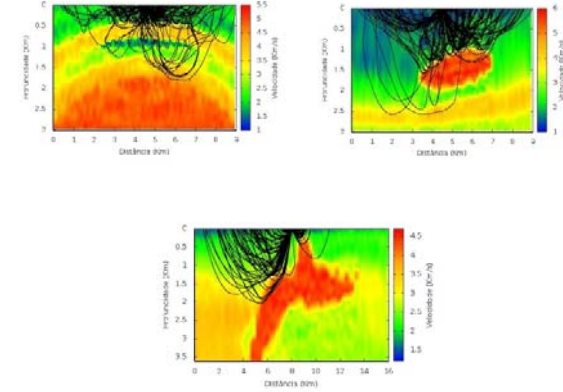


Figura 6: Traçamento de raios nos campos considerados utilizando-se a técnica T3 com $dif = 0,0004$; $dif = 0,001$ e $dif = 0,001$; respectivamente.

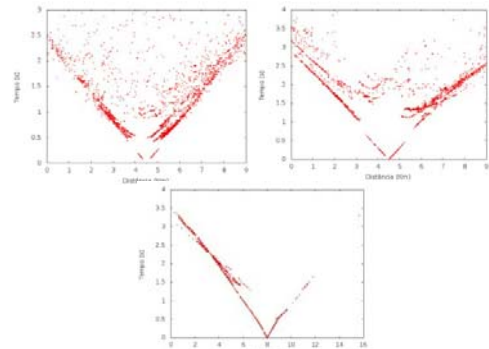


Figura 7: Tempos de trânsito calculados, respectivamente, para os modelos M1, M2 e M3; utilizando-se a técnica T3.

A Fig. 8 mostra o traçamento de raios sobre os campos parametrizados utilizando a técnica T4, bem como o número utilizado, n , de elementos dos grupos considerados. A Fig. 9 mostra os tempos de trânsito calculados para os campos obtidos.

A Fig. 10 mostra o traçamento de raios sobre os campos parametrizados utilizando a técnica T5 e a Fig. 11 mostra os tempos de trânsito calculados para os campos obtidos.

Discussão e Conclusões

Através da série ondaleta Shannon é possível representar funções unidimensionais e campos de velocidades bidimensionais. Por se tratar de uma ondaleta unidimensional faz-se necessário reduzir a dimensão do campo através de uma malha senoidal.

A técnica T1 é eficiente para reduzir o número de termos da série, mas fez-se necessário deslocar os valores de velocidade para que ficassem com a mesma média das funções da base ondaleta utilizada.

A técnica T2, por restringir a variação em k , reduz o número de termos utilizados na parametrização. Além disso, garante a cobertura de todo o campo pela série.

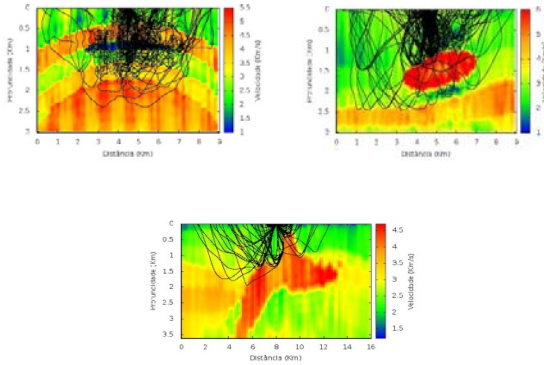


Figura 8: Traçamento de raios nos campos M₁, M₂ e M₃; obtido com a técnica T4 com $n = 41$, $n = 21$, $n = 41$.

A técnica T3 mostra eficiência ao ser capaz de manter as feições dos campos mesmo utilizando um número pequeno de grupos.

Nos campos obtidos com as técnicas T4 e T5 o aumento do número de grupos não necessariamente implica em um aumento da acurácia da parametrização. Isto está relacionado a características intrínsecas das técnicas. Por exemplo, no caso da T4, é a criação de um grupo extra, quando o valor n não é divisor do número total de coeficientes, que possibilita tal melhora. Isto, em T5, está relacionado com possíveis truncamentos que a técnica faz com os valores dos coeficientes. Além disso, as variações de velocidade causadas, por essas duas técnicas, nos modelos M1 e M2 resulta em traçamento de raios anômalos que pouco reflete as características do campo.

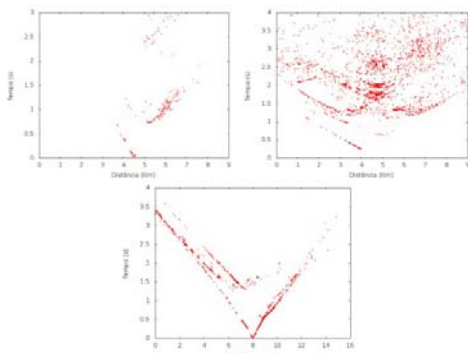


Figura 9: Tempos de trânsito calculados, respectivamente, para os modelos M₁, M₂ e M₃; utilizando-se a técnica T4.

Agradecimentos

Os autores agradecem à ANP pelo suporte financeiro, ao LAGEP-CPGG-UFBA pela disponibilidade das instalações e equipamentos utilizados nesse trabalho e à Rede Temática de Estudos em Geofísica Aplicada da Petrobras pelo apoio e condições para o desenvolvimento deste estudo.

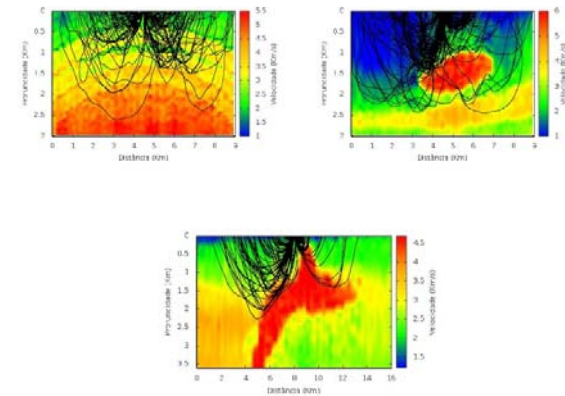


Figura 10: Traçamento de raios nos campos M₁, M₂ e M₃; obtido com a técnica T5 com $n = 8$, $n = 30$ e $n = 20$.

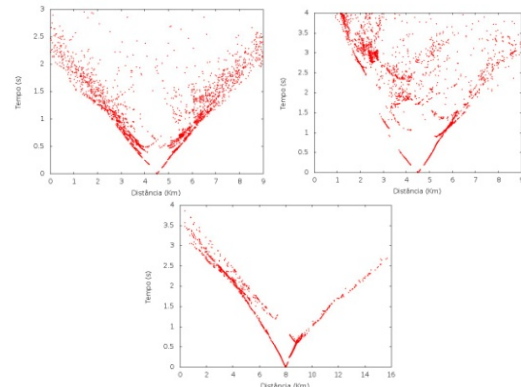


Figura 11: Tempos de trânsito calculados, respectivamente, para os modelos M₁, M₂ e M₃; utilizando-se a técnica T5.

Referências

CERVENY, V.; 2001. Seismic Ray Theory. Cambridge University Press.

FIGUEIRÓ, W.M.; NOVAES, F.C. & OLIVEIRA, S.P.; 2006. Obtenção de tempos de trânsito usando raios sísmicos em modelo de talude continental parametrizado por polinômios. Rede Cooperativa de Pesquisa em Risco Exploratório, Livro de Trabalhos Completos, Salvador, CPGG-UFBA, ISBN 85-60214-00-3.

MORETTIN, P.A.; 1999. Ondas e Ondaletas: da Análise de Fourier à Análise Ondaletas. EDUSP.

SANTANA, J.L.S.; 2008. Diferentes Parametrizações do Campo de Velocidades Sísmicas do Modelo da Quebra da Plataforma Continental. Trabalho de Graduação em Geofísica, UFBA, Salvador.

SHEPARD, D.; 1968. A two-dimensional interpolation function for irregularly spaced data. Proceeding of the 23rd Nat. Conf. ACM, Brandon/Systems Press Inc., pp. 517-524.