



Estimação da anelipsidade por inversão determinista, probabilística e híbrida

Francisco G. Ortega, IGEO/UFBA; Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 3-6, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

Mathematical models of anisotropic media have been widely investigated in many theoretical and experimental studies because its results are closer to the geological reality, when compared to classical isotropic models. The objective of this work is to characterize media with vertical transverse anisotropy (VTI) by the anelipticity parameter η of Alkhalifah and Tsvankin (1995) for the modeling, and get from inversion of the observed data the value of such parameter which in turn depends on the Thomsen elastic parameters. We did simulations using a synthetic model with five plane parallel layers. We used three approaches: a deterministic, local search inversion, by the Levenberg-Marquardt method; a probabilistic or stochastic, global search inversion, by the Very Fast Simulated Annealing; and a hybrid system optimization, which used a combined local search and a global search algorithms.

Introdução

Modelos matemáticos de meios anisotrópicos têm sido amplamente investigados em muitos estudos teóricos e experimentais porque seus resultados são mais próximos da realidade geológica do que os clássicos modelos isotrópicos. O objetivo deste trabalho é caracterizar meios com anisotropia transversal vertical (VTI) pelo parâmetro de anelipsidade η de Alkhalifah e Tsvankin (1995) na modelagem, e obter a partir da inversão dos dados observados o valor do parâmetro que por sua vez depende dos parâmetros elásticos de Thomsen (1986). Foi realizado um conjunto de simulações com um modelo sintético com cinco camadas plano-paralelas, com velocidades intervalares e parâmetros anisotrópicos (ε , δ e η) para cada camada.

Para obter o parâmetro de anisotropia foi realizado uma inversão determinística, de busca local, pelo método Levenberg-Marquardt (LM) e uma inversão probabilística ou estocástica (de busca global) pelo método de resfriamento simulado muito rápido, ou VFSA do inglês *Very Fast Simulated Annealing*. Alternativamente, se utilizou um sistema híbrido de otimização, combinado o algoritmo de busca local com o algoritmo de busca

global. O objetivo dessa combinação é conjugar a atuação dos dois métodos, extraindo a melhor solução que cada um pode oferecer. A saída do VFSA foi utilizada como estimativa inicial da inversão.

A representação matemática do tempo de trânsito da num meio anisotrópico VTI desde a fonte até o receptor está associada por uma hipérbole deslocada (Figura 1), e a correção de sobre tempo normal ou Normal Move Out (NMO), requer três parâmetros: (i) o tempo de trânsito fonte refletor geofone para afastamento nulo (t_0), (ii) a velocidade nmo (V_{nmo}) e (iii) o chamado parâmetro de anelipsidade η . O tempo de trânsito é expresso por:

$$\Delta t = t_x - t_0 \quad (1)$$

onde

$$t_x = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2} + \frac{2\eta x^4}{V_{nmo}^2 [V_{nmo}^2 t_0^2 (1 + 2\eta)x^2]}, \quad (2)$$

e

$$\eta = \frac{\varepsilon - \delta}{1 + 2\gamma}. \quad (3)$$

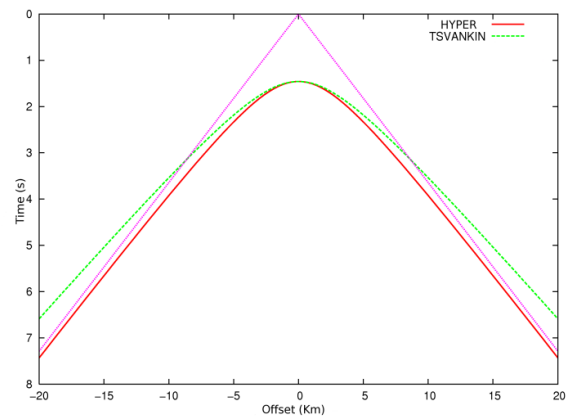


Figura 1: Tempo de trânsito da fonte até o receptor para um modelo com um refletor horizontal a uma profundidade de 2 km, em um meio realista (argila). A curva de cor vermelha representa o tempo da equação isotrópica ou hiperbólica e as retas tracejadas suas assíntotas. A curva de cor verde representa a curva do tempo segundo a abordagem de Alkhalifah e Tsvankin (1995).

O caso isotrópico é um caso especial da equação (2) com $\eta = 0$. Os valores de ε e δ são adimensionais e são chamados de parâmetros anisotrópicos de Thomsen. Os parâmetros obedecem as seguintes condições:

$$|\delta| \ll 1, \quad |\varepsilon| \ll 1,$$

sendo que ambos parâmetros são nulos num meio isotrópico. Para o caso de um meio com anisotropia elíptica tem-se que $\varepsilon = \delta$. A Figura 2 mostra num modelo com anisotropia VTI onde a correção NMO isotrópica produz um resultado errado para uma relação $x/z > 1.5$ (linhas verticais cinzas). O tempo de afastamento nulo numa camada anisotrópica depende da equação:

$$v_{nmo}(\tau) = v(\tau)\sqrt{1 + 2\delta(\tau)}, \quad (4)$$

onde $v(\tau)$ é a velocidade intervalar e $\delta(\tau)$ é o parâmetro de Thomsen da camada. O tempo de afastamento nulo está representado na Figura 2 pela linha de cor azul clara.

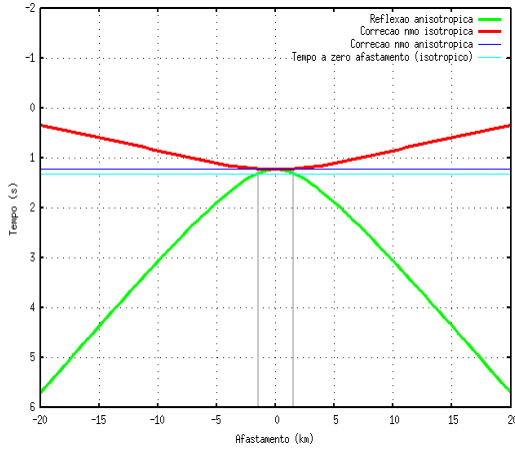


Figura 2: Tempo de trânsito da fonte até o receptor para um modelo VTI de um refletor horizontal a uma profundidade de 2 km. A curva de cor verde representa o tempo da equação anisotrópica. A curva de cor vermelha representa a sua correção isotrópica. A linha de cor azul escuro representa a sua correção anisotrópica. A linha de cor azul claro representa o tempo de zero afastamento utilizando a velocidade intervalar.

A equação (2) pode ser generalizada para o caso de camadas múltiplas, desde que o valor V_{nmo} seja equivalente ao RMS, ou seja,

$$V_{rms}^2 = V_{nmo}^2 = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} v_{nmo}^2(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Num meio de multicamadas com anisotropia VTI o valor de η na equação (2) é chamado de η_{eff} e expresso como:

$$\eta_{eff} = \frac{1}{8} \left\{ \frac{1}{t_0 V_{nmo}^4(t_0)} \int_0^{t_0} v_{nmo}^4(\tau) [1 + 8\eta(\tau)] d\tau - 1 \right\}. \quad (6)$$

Para um modelo sísmico de N camadas com suas respectivas velocidades intervalares (v_1, v_2, \dots, v_n) e parâmetros de Thomsen ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$) podemos expressar a equação (5) como:

$$V_{nmo}^2 = \frac{v_{nmo1}^2 t_1 + v_{nmo2}^2 t_2 + \dots + v_{nmoN}^2 t_N}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}, \quad (7)$$

onde

$$v_{nmoi} = v_i \sqrt{1 + 2\delta_i}, \quad (8)$$

e

$$t_i = 2 \frac{z_i}{v_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Método de Levenberg-Marquardt

Considere que os dados observados d podem ser obtidos por ação do operador de modelagem direto g sobre os parâmetros m do modelo (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963):

$$d = g(m). \quad (12)$$

Expandindo esta função em uma série de Taylor em torno de um parâmetro inicial m_0 e ignorando os termos de ordem superior obtemos:

$$d = d^0 + \left. \frac{\partial g(m)}{\partial m} \right|_{m=m_0} (m - m_0), \quad (13)$$

ou

$$d = d^0 + H(m)(m - m_0). \quad (14)$$

Considere agora um processo iterativo:

$$d^{obs} = d^{(k)} + H^{(k)}(m^{(k+1)} - m^{(k)}), \quad (15)$$

de modo que:

$$\Delta d^{(k)} = H^{(k)} \Delta m^{(k)}, \quad (16)$$

onde

$$\Delta d^{(k)} = d^{obs} - d^{(k)},$$

e

$$\Delta m^{(k)} = m^{(k+1)} - m^{(k)}.$$

Resolvendo $\Delta m^{(k)}$ na equação (16) tem-se que:

$$\Delta m^{(k)} = [H^{(k)}]^+ \Delta d^{(k)}. \quad (17)$$

A função a ser minimizada no método Levenberg-Marquardt é dada por:

$$Q(m) = e^T e + cm^T m, \quad (18)$$

onde α é um fator de amortecimento aplicado no vetor dos modelos e e é a diferença entre os dados observados e calculados. Minimizando $Q(m)$ temos então feita a inversão utilizado:

$$m^{est} = [H^{(k)} H^{(k),T} + \alpha^2 I]^{-1} H^{(k),T} d. \quad (19)$$

Resfriamento Simulado Muito Rápido (VFSA)

A condição necessária e suficiente para a convergência é dada pela seguinte fórmula de resfriamento (Ingber, 1989):

$$T(k) = \frac{T^0}{\ln(k)}. \quad (20)$$

A fórmula de resfriamento requerida para a convergência é inversamente proporcional ao número de iterações:

$$T(k) = \frac{T^0}{k}. \quad (21)$$

Assumindo que o parâmetro do modelo m^i na iteração (passo do resfriamento ou tempo) k é representado por m_k^i como:

$$m_{min}^i \leq m_k^i \leq m_{max}^i, \quad (22)$$

o valor desse parâmetro é perturbado na iteração $k + 1$ utilizando-se a seguinte relação:

$$m_{k+1}^i = m_k^i + y^i (m_{max}^i - m_{min}^i), \quad (23)$$

onde y^i pertence ao intervalo $[-1,1]$ e $m_{min}^i \leq m_k^i \leq m_{max}^i$.

Exemplo

O processo de inversão foi realizado num modelo sintético de cinco camadas com anisotropia VTI e uma espessura de 500 m em cada camada. O objetivo é caracterizar a presença de anisotropia em um modelo litológico a partir da estimativa dos parâmetros V_{nmo} e η contidos na equação (2) e aproximar a função do tempo $t = f(x)$ por uma função $F(x)$ tal que:

$$Q = \|f(x) - F(x)\|^2 = min \quad (24)$$

onde Q é chamado de função objetivo.

O algoritmo utilizado modelou o tempo de trânsito da onda sísmica da fonte até o receptor, que é o dado observado do problema, e que depende d espessura (Δz) das camadas a velocidade V_{RMS} e η .

A modelagem é iniciada com um chute inicial destes valores, e o tempo é calculado. O passo seguinte

consiste na implementação da inversão propriamente dita.

Na Figura 3 é apresentado o tempo de trânsito versus afastamento deste modelo. Na mesma Figura o modelo perturbado e o resultado da inversão pelo método de LM. O tempo de CPU foi 28.863 s.

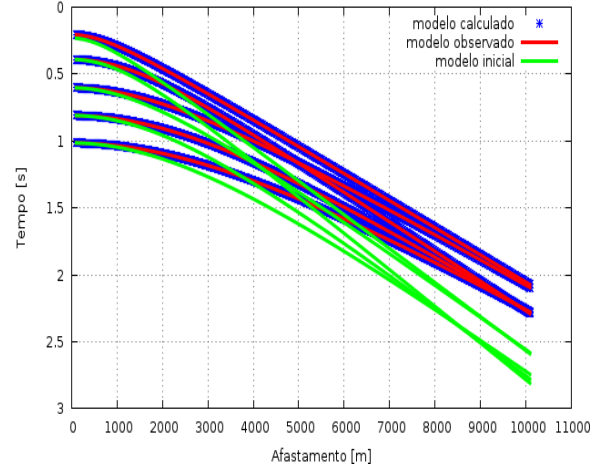


Figura 3: Tempo de viagem da fonte ao receptor para um modelo de 5 camadas horizontais com anisotropia VTI. As curvas vermelhas representam o modelo observado. Os pontos azuis o modelo calculado pelo método de LM e as linhas verdes representam o modelo de inversão inicial.

A Figura 4 mostra as velocidades recuperadas, que no caso coincidiu com os valores das velocidades verdadeiras. Os resultados para a espessura são mostradas na Figura 5 e os do parâmetro da anelipsidade na Figura 6. Em geral os resultados foram bastante satisfatórios, embora o desvio entre modelo verdadeiro e recuperado tenha sido um pouco elevado para espessura, no caso da quarta camada.

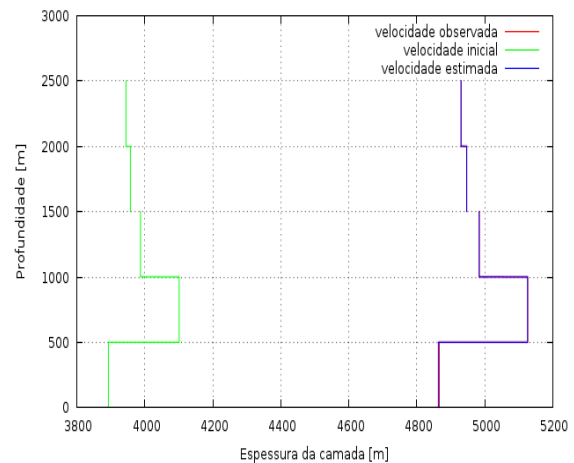


Figura 4: Recuperação das velocidades com inversão linearizada LM. A linha vermelha representa o modelo verdadeiro, a linha verde (no caso 20% do observado) foi o modelo inicial adotado e a linha azul o modelo estimado.

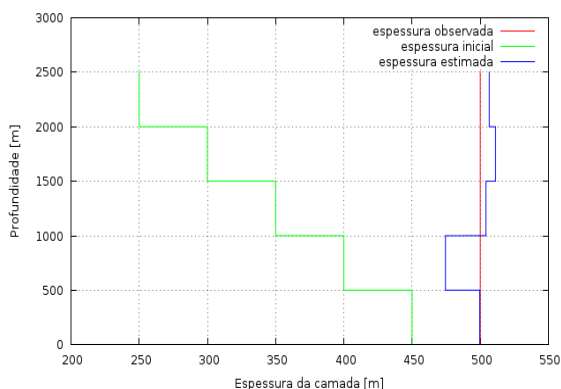


Figura 5: Recuperação das espessuras com inversão linearizada LM. A linha vermelha representa o modelo verdadeiro, a linha verde foi o modelo inicial adotado e a linha azul o modelo estimado.

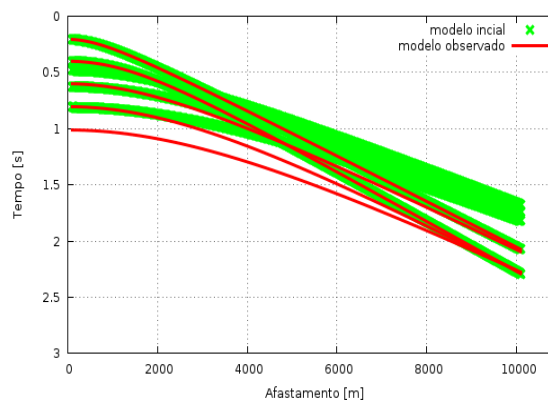


Figura 8: Tempo de viagem da fonte ao receptor para um modelo de cinco camadas horizontais com anisotropia VTI. As curvas vermelhas representam o tempo de trânsito associado ao modelo verdadeiro, as curvas verdes o tempo de trânsito associado ao modelo inicial pelo método VFSA.

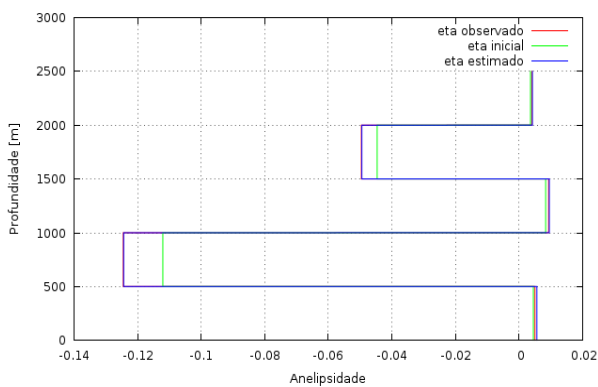


Figura 6: Recuperação do parâmetro de anelipsidade com inversão linearizada LM. A linha vermelha representa o modelo verdadeiro, a linha verde (no caso 20% do observado) foi o modelo inicial adotado e a linha azul o modelo estimado.

As Figuras 7 e 8 apresentam os tempos de trânsito da inversão pelo método VFSA. O tempo de CPU foi de 6.137 s.

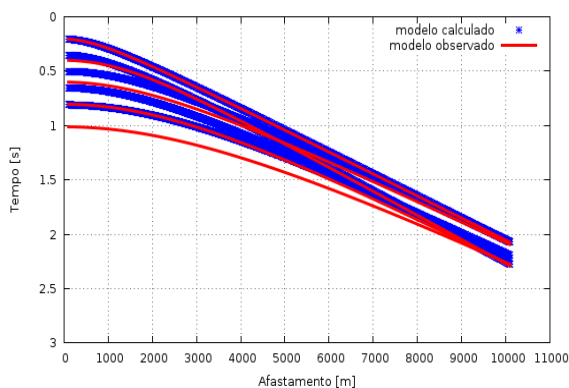


Figura 7: Tempo de viagem da fonte ao receptor para um modelo de cinco camadas horizontais com anisotropia VTI. As

A Figura 9 mostra os erros RMS entre os tempos observados e o calculados por iteração, para cada camada. A Figura 10 apresenta o erro RMS entre o modelo verdadeiro e o estimado nas mesmas condições. Os valores dos erros tem um comportamento mais estável no fim das iterações apresentando um erro de 0.08% na camada 5. A camada 2 apresentou um erro de 2%, maior nos dados. Podemos constatar que as velocidades V_{RMS} foram bem estimadas (erros menores que 1%) resultando em boas aproximações na velocidade V_{RMS} e não tão boa para os parâmetros η . Porém, segundo (Tsvankin et. al., 2001) a velocidade V_{RMS} e η controlam completamente todos os passos do processamento da onda P no tempo (NMO e correção DMO) em meios VTI heterogêneos.

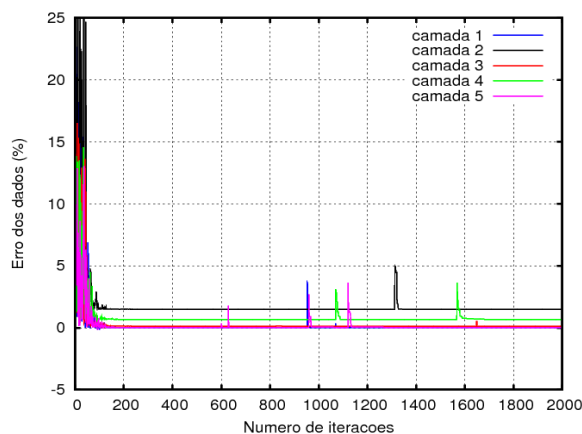


Figura 9: Erro RMS entre os tempos observados e o calculados por iteração, para cada camada, pelo método VFSA.

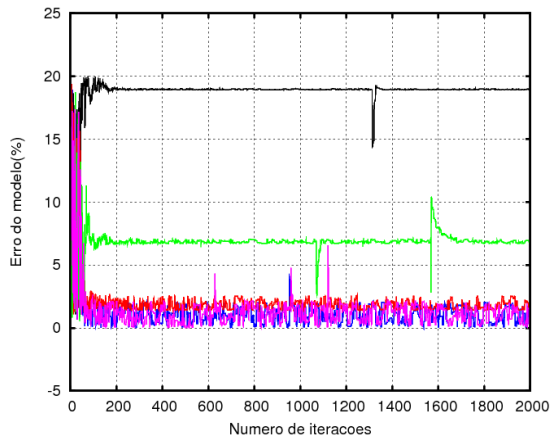


Figura 10: Erro RMS entre o modelo verdadeiro e o estimado por iteração, para cada camada, pelo método VFSA.

Finalmente, foi utilizado um sistema híbrido de otimização, combinando o algoritmo VFSA com LM. O objetivo dessa combinação é conjugar a atuação dos dois métodos, extraindo a melhor solução que cada um pode oferecer. A saída do VFSA foi utilizada como estimativa inicial da inversão na inversão LM. A Figura 11 mostra os tempos de trânsito da inversão pelo método híbrido.

A Figura 12 mostra as velocidades recuperadas pelo método híbrido, que novamente coincidiu com os valores das velocidades verdadeiras. A Figura 13 mostra a recuperação do parâmetro de anelipsidade, que coincidiu com os valores verdadeiros, mesmo utilizando no caso uma estimativa a priori distante da realidade, que é saída da inversão pelo método VFSA. Finalmente, a Figura 14 mostra a recuperação das espessuras, com desempenho semelhante ao método de LM puro.

Em geral os resultados foram bastante satisfatórios, embora o desvio entre modelo verdadeiro e recuperado tenha sido um pouco elevado para espessura, no caso da quarta camada.

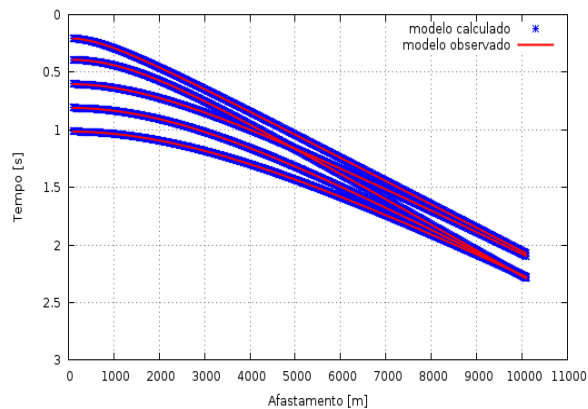


Figura 11: Tempo de viagem da fonte ao receptor para um modelo de cinco camadas horizontais com anisotropia VTI. As curvas vermelhas representam o tempo de trânsito associado ao modelo verdadeiro, os pontos azuis o tempo de trânsito associado ao modelo calculado pelo método híbrido.

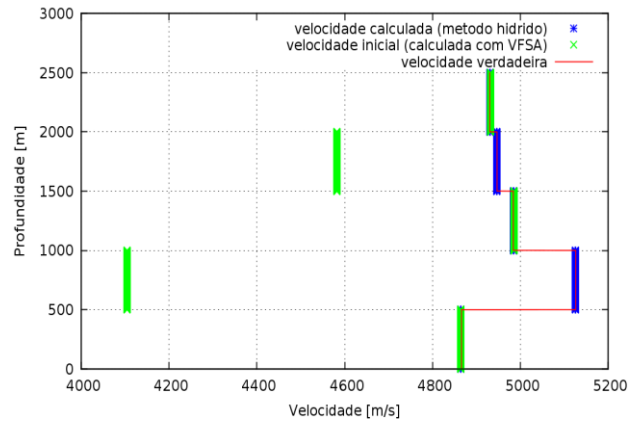


Figura 12: Recuperação das velocidades com inversão híbrida. A linha vermelha representa as velocidades verdadeiras RMS para cada camada. A linha verde as velocidades iniciais calculada pelo método VFSA. A linha azul o modelo estimado pelo método híbrido.

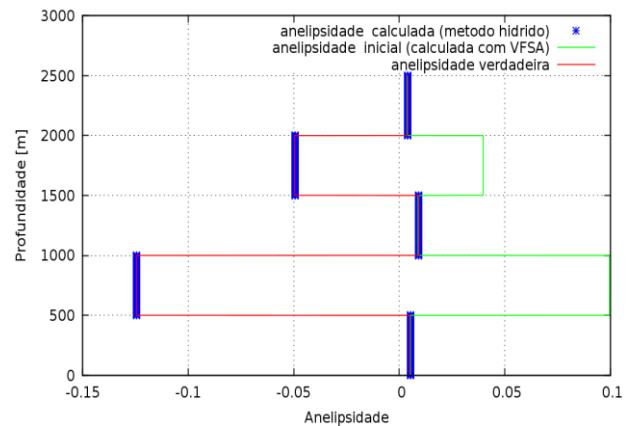


Figura 13: Recuperação da anelipsidade com inversão híbrida. A linha vermelha representa a anelipsida real. A linha verde apresenta a anelipsidade calculada pelo método VFSA (modelo inicial). A linha azul representa a anelipsidade estimada pelo método híbrido.

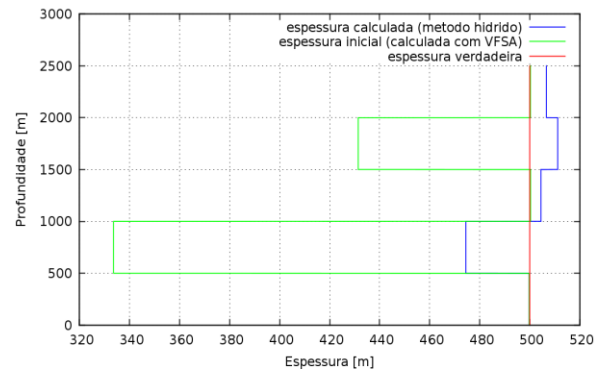


Figura 14: Recuperação das espessuras de cada camada com inversão híbrida. A linha vermelha representa as espessuras reais do modelo observado. A linha verde representa as espessuras calculadas pelo método VFSA (modelo inicial). A linha azul representa as espessuras pelo método híbrido.

Conclusões

Foi mostrada a necessidade de se considerar a equação *moveout* não hiperbólica num meio anisotrópico. Os dados sintéticos gerados pela equação do tempo de trânsito fonte refletor receptor não hiperbólica em função da velocidade e a anelipsidade foram invertidos satisfatoriamente com aumento do custo computacional no método de LM.

O método de LM requer uma boa solução inicial entretanto o método VFSA é eficiente com pouca informação inicial. As vantagens do algoritmo VFSA foram combinadas com o algoritmo de LM para o desenvolvimento de um método de inversão híbrido, o que proporcionou uma melhor eficiência.

Os exemplos mostrados atestam eficácia do método de LM. Para esse exemplo o VFSA apresentou resultados em geral inferiores ao método de LM. No entanto, o mesmo método VFSA quando utilizado na abordagem híbrida como informação a priori, conduziu a resultados bastante satisfatórios, semelhantes ao método de LM puro. No entanto o método híbrido tem a vantagem de ser mais econômico, pelo fato de diminuir o número de iterações do método de LM.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FINEP pelo apoio à Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01 – Fases 3 e 5), e ao CNPq e PETROBRAS pelo apoio ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica de Petróleo (INCT-GP). Francisco Gamboa Ortega agradece a CAPES pela bolsa de doutorado. Amin Bassrei agradece ao CNPq pelo projeto 308.690/2013-3 (bolsa de produtividade de pesquisa).

Referências

Alkhalifah, T. e Tsvankin, I. (1995) Velocity analysis for transversely isotropic media: *Geophysics*, 60, 1550-1566.

Ingber, L. (1989) Very fast simulated reannealing, *Math. Comput. Modeling*, 12(8): 967-993.

Levenberg, K. (1944) A method for the solution of certain nonlinear problem in last square, *Quartely of Applied Mathematics*, 2: 164-168.

Machado, V. L. A. (2000) Inversão Híbrida de Dados Sísmicos: Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA.

Marquardt, D. (1963) An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters, *Journal of the society of Industrial and Applied Mathematics*, 11: 431-441.

Thomsen, L. (1986) Weak elastic anisotropy: *Geophysics*, 51, 1954-1966.

Tsvankin, I., Helbig, K. e Treitel, S. (2001) *Seismic Signatures and Analysis of Reflection Data in Anisotropic Media*. Amsterdam: Pergamon.