



Experimento Numérico na Seleção do Número Ótimo de Valores Singulares: Aplicação em Tomografia de Atenuação

Caio Manoel Lira da Costa Fontes*, IGEO/UFBA e Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 3-6, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

Singular value decomposition or SVD is used in attenuation tomography, where is necessary to avoid the small singular values, in order to not compromise the results, since these values act like noise. There were used as singular value selection criteria: the decaying behavior of singular values, the derivative of the singular values and the model parameters RMS error, the latter only feasible in synthetic data. The attenuation tomography uses as input data the amplitude values measured in the receiver, and the inversion output is attenuation distribution of the two-dimensional discrete medium. The inversion simulations were done with noise free data and data contaminated with Gaussian noise.

Introdução

Um dos principais objetivos da Geofísica de Exploração é fornecer imagens fidedignas da subsuperfície, essas que possam indicar potenciais áreas de interesse exploracional. Um método de imageamento, bastante reconhecido em outras áreas é a tomografia. Ela pode ser agrupada em duas classes: tomografia cinemática, que utiliza como dado de entrada os tempos de trânsito entre cada par fonte-receptor, e tomografia dinâmica, que utiliza a forma de onda registrada em cada receptor como dado de entrada.

Historicamente, as grandes descobertas de acumulações de hidrocarbonetos no Brasil foram realizadas com base na análise de mapas de amplitudes sísmicas. Esses mapas produzem contrastes de impedância elástica entre camadas, como também o nível de atenuação que as ondas elásticas sofrem ao se propagar nas camadas rochosas. Outra técnica de análise de dado sísmico, a técnica de amplitude versus afastamento ou AVO (*amplitude versus offset*), também é baseada no estudo da energia do sinal sísmico. No Brasil, pouco se estudou a respeito dos coeficientes de atenuação das rochas que ocorrem nas nossas bacias sedimentares. As rochas são materiais perfeitamente elásticos e à medida que se propagam pelas rochas, as ondas têm suas amplitudes reduzidas pelo processo de dispersão. Estes fenômenos são interligados e seus efeitos combinados são chamados de absorção sísmica, atribuída ao comportamento parcialmente elástico das rochas durante a propagação das ondas sísmicas. Um efeito da absorção no domínio

do tempo é a mudança da forma do sinal, enquanto no domínio da frequência é a deformação dos espectros de amplitude e de fase.

Informações sobre litologia, estado físico, grau e tipo de saturação das rochas podem ser estimadas a partir de suas propriedades de atenuação, tornando a atenuação importante para muitas aplicações na indústria do petróleo. Estudos petrofísicos nessa área ainda são escassos. Entretanto, Moreira (2009) realizou a medição de diferentes litologias em testemunhos de sondagens e, com isso, obteve o coeficiente de atenuação para diferentes litologias. Quan e Harris (1997) fizeram uma abordagem multi-frequência sobre a tomografia de tempos de trânsito poço a poço. Plessix (2006) também realizou um estudo onde foi analisado a tomografia de tempos de trânsito e a tomografia de atenuação.

A tomografia de atenuação emprega como dados de entrada os coeficientes de atenuação medidos entre fonte e receptores, e a saída da inversão é a distribuição de atenuações no meio bidimensional discretizado.

Na inversão desses dados geofísicos recorremos a um processo de inversão matricial que foi realizado utilizando a técnica de decomposição em valores singulares, ou SVD (do inglês, *singular value decomposition*), sendo a matriz a ser invertida denominada de matriz tomográfica. Contudo, problemas inversos são mal-postos que é o equivalente a dizer que a solução do problema não existe, não é única e/ou não depende continuamente dos dados de entrada. O problema inverso se deve ao fato desta matriz ser mal-condicionada, pois as soluções obtidas são sensíveis aos dados de entrada, ou seja, uma pequena perturbação do modelo, sendo assim o problema é considerado mal-posto. Os problemas geofísicos não são lineares, ou seja, algum parâmetro necessário para se realizar a inversão do problema é função de algum parâmetro que se deseja determinar, logo, a relação entre os dados de entrada e os parâmetros a serem estimados é não-linear. Torna-se, então, imprescindível linearizar o problema com o propósito de tirar essas condições de não linearidade.

Nesse trabalho, onde lidamos com o SVD, é preciso evitar os valores singulares pequenos para não comprometer os resultados, pois estes valores agem como se fossem ruído. Portanto, utilizou-se o critério de seleção de valores singulares, os quais foram dados pelo comportamento de decaimento dos valores singulares, a derivada do valor singular e o erro RMS dos parâmetros do modelo para cada quantidade de valores singulares selecionados, para assim fazer uma estimativa do número ou região ótima de valores singulares utilizados na inversão segundo Silva e Bassrei (2007). Para contornar este problema, utilizamos uma quantidade ótima de valores singulares, que elimina os valores da baixa amplitude a fim de se estimar um modelo mais próximo possível da

realidade. As simulações de inversão foram feitas com dados livres de ruídos e contaminados com ruído gaussiano.

Decomposição em Valores Singulares

O conceito de inversa generalizada foi desenvolvido por Moore e, posteriormente, por Penrose (1955). Uma maneira usual de obter a inversa generalizada, também chamada de pseudo-inversa, é através da decomposição de valores singulares (SVD). A SVD consiste em uma técnica de decomposição matricial que permite a fácil obtenção da matriz inversa em casos onde a matriz envolvida no problema é não quadrada, possui posto incompleto ou é mal condicionada. O resultado obtido é a matriz inversa generalizada, pseudo-inversa ou matriz de Moore-Penrose (G^+), que se trata de uma generalização da matriz inversa clássica (G^{-1}) no caso onde a matriz envolvida no problema é quadrada e de posto completo, podendo substituir a matriz inversa na obtenção de parâmetros para modelos geofísicos via solução de problema inverso (Hatton, 1986). O método consiste em decompor uma matriz $G_{M \times N}$ de modo que:

$$G = U \Sigma V^T,$$

onde $U_{M \times M}$ é a matriz que contém os vetores ortonormais da matriz GG^T ; $\Sigma_{M \times N}$ é a matriz que contém os valores singulares, a raiz quadrada dos autovalores da matriz $G^T G$; e $V_{N \times N}$ é a matriz formada pelos vetores ortonormais da matriz $G^T G$.

Desta forma, obtemos a pseudo-inversa da matriz G segundo a equação:

$$G^+ = V \Sigma^+ U^T,$$

sendo G^+ a matriz pseudo-inversa; e $\Sigma_{M \times N}^+$ a matriz formada pelo inverso dos valores singulares da matriz $G^T G$ de modo que:

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

onde E é a matriz diagonal que contém o recíproco dos valores singulares de G na diagonal principal, isto é:

$$e_{ii} = \sigma_i^{-1}.$$

Tomografia de Atenuação

A tomografia sísmica consiste em uma técnica de reconstrução de imagens, de mapeamento de propriedades em determinadas direções (Abriel, 2008; Lo & Inderwiesen, 1994). A tomografia clássica requer distribuição das fontes e receptores em torno do objeto a ser imageado. Sendo que a tomografia de tempos de trânsito, ou tomografia de raio, utiliza os tempos de trânsito entre fontes e receptores como vetor de dados observados na inversão e a forma de onda é desconsiderada. A reconstrução tomográfica é um tipo especial de problema inverso que permite estimar uma função utilizando integrais de linha da mesma, haja vista que a propagação de energia através de um meio pode ser escrita por uma integral ou a soma média de parâmetros:

$$t_{raio} = \int_{raio} s(x, z) dl. \quad (1)$$

A propagação de ondas sísmicas pode ser modelada através de traçados de raios, cujo uso permite a modelagem de meios com exatidão e eficiência computacional. Dividindo o meio em células compreendidas entre fonte e receptor, sendo que esta análise é válida para meios isotrópicos.

Na tomografia de atenuação, a propriedade física a ser estudada é a atenuação. Comumente, mede-se a atenuação pelo coeficiente de atenuação α , que é a constante de decaimento exponencial da amplitude de uma onda plana em um meio homogêneo, ou pelo fator de qualidade Q (ou seu inverso $1/Q$, o fator de dissipação), ou ainda pelo decremento logarítmico δ . Tais grandezas relacionam-se segundo:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\alpha v}{\pi f} = \frac{\delta}{\pi},$$

onde v é a velocidade (m/s) e f é a frequência (Hz). O coeficiente de atenuação tem como unidade de medida o inverso da distância (m^{-1}) e o fator de qualidade é uma grandeza adimensional.

A amplitude de uma onda plana pode ser escrita, em função do espaço e tempo, propagando-se em um meio elástico homogêneo, de coeficiente de atenuação α , no caso unidimensional, como:

$$A(x, t) = A(x)e^{i(kx - \omega t)},$$

onde k é o número de onda ($k = 2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda), ω é a frequência angular ($\omega = 2\pi f$, onde f é a frequência linear).

Nos casos em que a atenuação da onda não é considerada, temos que $A(x) = A_0$. Para os demais casos, tem-se que:

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x}, \quad (2)$$

onde A_0 é a amplitude inicial da onda e α é o coeficiente de atenuação do meio.

Uma forma de obter o coeficiente de atenuação é através de dois registros de amplitudes $A(x_1)$ e $A(x_2)$, em dois pontos consecutivos, x_1 e x_2 (sendo que $x_1 < x_2$). Com isso, tem-se:

$$\alpha = \frac{\ln \left[\frac{A(x_1)}{A(x_2)} \right]}{x_1 - x_2}.$$

A unidade de α é nepers por unidade de comprimento ou, apenas, o inverso do comprimento (m^{-1}).

Na tomografia de atenuação, a propriedade de atenuação da Terra é relatada através da amplitude (A_k) da onda. A tomografia é a inversão desta integral de linha obtendo a atenuação:

$$\ln \left(\frac{A_0}{A_k} \right) = \int_{R_k} \alpha dl, \quad (3)$$

onde dl é o elemento do caminho, R_k é o caminho do raio e $k = 1, \dots, M$. Nota-se a semelhança entre a equação (3) e a equação (1)

A modelagem direta pode ser descrita através da equação (3), matematicamente, na forma matricial, como:

$$\mathbf{d}^{obs} = G \boldsymbol{\alpha}^{ver}, \quad (4)$$

onde \mathbf{d}^{obs} é o vetor de dados observados no qual tem os valores do logaritmo neperiano da razão entre a amplitude inicial, que sai da fonte, e a amplitude final, que chega ao receptor; G é a matriz tomográfica das distâncias, a qual foi calculada pelo traçado de raio, feito pela equação (1); e $\boldsymbol{\alpha}^{ver}$ é o vetor que representa o modelo verdadeiro do campo de atenuações do meio geológico em estudo.

Uma outra forma de representar a modelagem direta é partindo da equação (2), tendo a equação na seguinte forma:

$$A_j = A_0 e^{-\sum_{i=1}^N \alpha_i g_{ji}},$$

onde A_j é a amplitude no j -ésimo receptor; α_i é o coeficiente de atenuação no i -ésimo bloco; e g_{ji} é o elemento da matriz G que representa distância percorrida entre um ponto e outro. Esta última equação pode ser reescrita na forma:

$$\ln\left(\frac{A_0}{A_j}\right) = \sum_{i=1}^N \alpha_i g_{ji}.$$

O vetor de dados (\mathbf{d}^{obs}) será composto pelos valores de cada dado lido, dados estes que serão representados, matematicamente, como:

$$d_j = \ln\left(\frac{A_0}{A_j}\right).$$

A inversão consiste em estimar, a partir dos dados medidos (\mathbf{d}^{obs}), no caso da tomografia de atenuação a amplitude inicial e a amplitude registrada no receptor, o valor do campo de atenuações no meio bidimensional. Esse modelo 2D é rasterizado em um vetor 1D que consiste em varrer, linha por linha, os elementos do modelo 2D e armazená-los sequencialmente no vetor $\boldsymbol{\alpha}$. A solução de $\boldsymbol{\alpha}^{ver}$ é obtida através da inversão de matrizes utilizando-se da técnica SVD. A inversão da (4) proporciona a obtenção da distribuição de atenuação estimada

$$\boldsymbol{\alpha}^{est} = G^+ \mathbf{d}^{obs},$$

onde $\boldsymbol{\alpha}^{est}$ será o vetor estimado que conterà os valores das atenuações.

Critérios de Seleção de Valores Singulares

Foram utilizados apenas os critérios de amplitude do valor singular e a derivada do valor singular, que são critérios onde procuram encontrar uma região ótima de números de valores singulares. Para ser feita uma comparação com segurança na escolha do ponto de seleção ótimo, utilizamos também o erro RMS entre os modelos verdadeiro e estimado. Entretanto, este não pode ser considerado como um critério, já que, em um caso real, o modelo verdadeiro não é conhecido, logo não é possível determinar tal função.

Na abordagem de um problema inverso mal-posto, sabe-se que a estabilidade do problema diminui com o aumento de uma grandeza escalar, número de condição, sendo esta definida como a razão entre o maior e o menor valor singular utilizados na composição da matriz referente ao sistema linear ($NC = \sigma_{max}/\sigma_{min}$). Logo, valores singula-

res muito pequenos comprometerão a condição de estabilidade do problema. Então, devem ser eliminados para obter-se um sistema estável. Contudo, se tirarmos todos os valores singulares pequenos, a ponto de encontrar um número de condição muito próximo da unidade, com a finalidade de aumentar a estabilidade do problema, não conseguiremos encontrar uma matriz pseudo-inversa muito boa, pois ao diminuirmos a quantidade de valores singulares, diminuimos, também, a quantidade de autoimagens que irão compor a matriz inversa generalizada (G^+) e, desta forma, reduziremos a informação contida no sistema. Então torna-se necessário encontrar uma quantidade ótima de valores singulares que nos forneça uma pseudo-inversa e que também amenize o mal-condicionamento do problema, ou seja, encontrar um ponto intermediário que forneça a melhor solução factível.

Na amplitude do valor singular, o interesse é gerar uma curva da variação da amplitude do valor singular em função do índice destes valores, com o propósito de se analisar o decaimento dos valores singulares e encontrar um ponto ótimo de corte de valores singulares que, quando aplicado à inversão, possa fornecer uma solução satisfatória. Nesta curva, a variação da amplitude dos valores singulares se dá em uma escala monolgarítmica, para que, desta forma, possamos encontrar uma região anômala que poderá sugerir o ponto de corte ótimo. Esta região pode ser determinada por, relativamente, uma alta variação na amplitude dos valores singulares, sugerindo assim uma grande mudança no comportamento destes.

A derivada do valor singular é um critério que consiste em determinar a derivada de todos os valores singulares e, posteriormente, se gerar uma curva desta função do índice do valor singular. A derivada para cada ponto i é:

$$f'(x_i) = \lim_{x_i \rightarrow x_{i+1}} \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i},$$

onde $f(x_i)$ representa a amplitude do valor singular e x_i o índice do valor singular, sendo, portanto, valores inteiros. Além disso, a variação do índice do valor singular é da ordem da unidade, logo, a equação anterior pode ser reescrita como:

$$f'(x_i) = f(x_{i+1}) - f(x_i).$$

Contudo, a amplitude decresce com a quantidade de valores. Logo, podemos perceber que os valores da derivada são negativos. Dessa forma, trabalhou-se com o módulo dos valores da derivada do valor singular, com o propósito de se trabalhar com valores positivos. O objetivo de se utilizar a derivada do valor singular como critério de seleção é o mesmo da amplitude, logo o ponto de inflexão poderá mostrar o número ótimo de valores singulares, pois indica que eles aumentam consideravelmente a instabilidade. É importante ressaltar que a utilização dos critérios da amplitude e derivada do valor singular são influenciados apenas pelo valor singular e não com a quantidade de valores utilizados na inversão.

A partir dos resultados da inversão tomográfica, é necessário ponderar o erro entre os parâmetros de modelo verdadeiro e os parâmetros do modelo estimado (no caso de um modelo sintético). Contudo, como dito anterior-

mente, se esse fosse considerado como um critério de seleção não teria significado, pois o modelo verdadeiro não é conhecido em um caso real. Portanto, esta função é utilizada apenas para fins de validação da metodologia empregada. O erro RMS entre os modelos, escrito em porcentagem, pode ser descrito como:

$$E_{RMS}(m) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver} - m_i^{est})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver})^2}} \times 100 \%,$$

onde N é o número de blocos da malha; m_i^{ver} e m_i^{est} são as propriedades físicas medidas que, neste trabalho, representam o coeficiente de atenuação (α), respectivamente, verdadeiro e estimado do bloco i .

Metodologia

No presente trabalho foi desenvolvida uma metodologia de inversão tomográfica em geometria de aquisição poço-a-poço (*crosswell*), que proporciona imagens de sub-superfície de maior resolução. A região de interesse foi discretizada em blocos 2D retangulares de dimensões conhecidas. A disposição de fontes e receptores estão distribuídos uniformemente nas laterais de uma malha. Foi utilizado um modelo de estudos nesse trabalho, adaptado de Oliveira (2010). O modelo que é limitado lateralmente por poços com 30 fontes num poço e 30 receptores no outro poço, de modo a se ter 900 raios ou 900 equações. A discretização se deu com 800 blocos quadrados com coeficientes de atenuação constante em cada bloco, os quais possuem formato com dimensão 20 m, sendo 20 blocos na horizontal e 40 blocos na vertical, constituindo um modelo com 800 m na vertical e 400 m na horizontal. Consequentemente o problema é dito sobredeterminado.

Tal modelo é estruturalmente descrito como um anticlinal assimétrico. Essa situação geológica é de relevância para a exploração de petróleo por gerar trapas, nesse caso, uma estrutural dominada por dobras. Neste modelo, a rocha reservatório está representada pela camada de arenito poroso e permeável, apresentando possível acumulação de hidrocarboneto e a rocha selante representada pelo folhelho impermeável. Os valores dos coeficientes de atenuação utilizados foram:

- $2,4 \times 10^{-3} m^{-1}$ para camadas de folhelho;
- $3,0 \times 10^{-3} m^{-1}$ para camadas de arenito;
- $3,3 \times 10^{-3} m^{-1}$ para camadas de arenito com caráter reservatório;
- $2,4 \times 10^{-3} m^{-1}$ para camada de folhelho com caráter selante;
- $1,5 \times 10^{-3} m^{-1}$ para camada de arenito reservatório que contem hidrocarboneto no seu espaço poroso;
- $2,6 \times 10^{-3} m^{-1}$ para camada de folhelho gerador.

Para testarmos a solução de uma maneira um pouco mais real, inserimos um ruído gaussiano no vetor de dados. Este vetor de ruído aleatório pode ser representado como:

$$\mathbf{d}_j^* = \mathbf{d}_j + \beta \mathbf{r}_j \mathbf{d}_j,$$

onde \mathbf{d}_j^* é o vetor de dados contaminado com ruído; \mathbf{d}_j é o vetor de dados sem ruído; β é o fator de amplitude do ruído e \mathbf{r}_j é a sequência de números randômicos que variam e se encontram no conjunto de valores $[-0,5; 0,5]$.

Resultados

Na Figura 1 apresenta a curva de decaimento dos valores singulares e a Figura 2 a curva da derivada dos valores singulares. Verificou-se que os valores singulares com índice igual ou maior que 750 comprometeram na qualidade do modelo estimado. Em ambas as Figuras pode se visualizar a forte inflexão em torno do valor singular de índice 750.

Através da análise visual dos modelos recuperados, com base no modelo verdadeiro apresentado na Figura 3(a), e da análise dos valores do erro RMS dos parâmetros do modelo ($E_{RMS}(m)$), representados na Tabela 1, foi possível chegar às seguintes conclusões: Para o modelo sem ruído, o melhor valor de σ_{corte} foi de 10^{-9} , ou seja, foram usados 746 valores singulares na solução do problema e que representou um erro RMS do modelo de 1,95%, modelo este representado na Figura 3(b); Para o modelo com ruído da ordem de 0,001, o melhor valor de σ_{corte} foi de 10^{-1} , ou seja, foram usados 707 valores singulares na solução do problema e que representou um erro RMS do modelo de 6,85%, modelo este representado na Figura 3(c); Para o modelo com ruído da ordem de 0,1, o melhor valor de σ_{corte} foi de 10^3 , ou seja, foram usados 475 valores singulares na solução do problema e que representou um erro RMS do modelo de 13,22%, modelo este representado na Figura 3(d).

Conclusões

A tomografia de atenuação é um problema inverso considerado mal-posto, para amenizar esse mal-condicionamento, e obter uma solução satisfatória, foi utilizado uma metodologia em que se variava o número de corte dos valores singulares, assim, geralmente, cortando os pequenos valores singulares.

A simulação numéricas efetuadas para o modelo, com diferentes níveis de ruídos, realizada com a finalidade de comparação, permitiu validar a metodologia empregada, que se baseia em uma extração visual (gráfico da amplitude e da derivada dos valores singulares) e numérica (calculando o erro RMS dos parâmetros dos modelos) do ponto de corte dos valores singulares, com o intuito de minimizar o erro do modelo.

O método de corte de valores singulares foi satisfatório, mas ele não é extremamente preciso, pois seleciona uma faixa de valores para ser feito o corte, e não o valor exato do número de valores singulares que devem entrar na solução do sistema. Dessa maneira, é sugerido que, em futuros trabalhos, seja feita uma seleção do número de valores singulares com o intuito de ter uma técnica mais precisa na inversão do método da decomposição em valores singulares na tomografia de atenuação. Como exemplo da curva L e da curva θ , visto por Manenti e

Bassrei (2011) e da validação cruzada generalizada por Oliveira (2010).

O modelo de anticlinal foi a tentativa de simular um meio geológico mais complexo. Nesse caso, foram obtidos resultados satisfatórios, entretanto quanto mais ruído era adicionado, menor era o número de valores singulares que entravam na solução, com isso, comprometendo a qualidade da recuperação do modelo estimado. Isso ficou claro observando os resultados das recuperações de modelo, onde as imagens geradas não eram nem um pouco coerentes com o modelo verdadeiro para o mesmo valor de corte de valores singulares para diferentes tipos de ruídos.

A função erro entre os parâmetros dos modelos não podem ser consideradas como critério devido à falta de conhecimento do campo verdadeiro de atenuação. Contudo, mostrou ser importante para que pudéssemos validar a metodologia.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FINEP pelo apoio à Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01 – Fase 5), e ao CNPq e PETROBRAS pelo apoio ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica de Petróleo (INCT-GP). Caio Manoel Lira da Costa Fontes agradece à FAPESB pela Bolsa de Iniciação Científica. Amin Bassrei agradece ao CNPq pelo projeto 308.690/2013-3 (bolsa de produtividade de pesquisa) e à PETROBRAS por patrocinar o projeto "Investigação sobre o Uso da Tomografia de Transmissão na Caracterização de Reservatórios Complexos"

References

- Abriel, W., 2008, Reservoir Geophysics: Applications. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK.
- Hatton, L., Worthington, M. H. & Making, J., 1986, Seismic Data Processing, Blackwell, Oxford.
- Lo, T. W. & Inderwiesen, P. L., 1994, Fundamentals of Seismic Tomography. Geophysical Monograph Series, Tulsa, OK.
- Manenti, R. R. & Bassrei, A., 2011, Curva L e curva Θ em Tomografia Eletromagnética de Tempos de Trânsito, 12º Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro, RJ, CD-ROM, 6 pp.
- Moreira, Z. M., 2009, Caracterização do Coeficiente de Atenuação de Ondas Elásticas em Rochas Sedimentares. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil.
- Oliveira, N. P., 2010, Seleção do Parâmetro de Regularização Através da Validação Cruzada Generalizada: Aplicações em Geotomografia Acústica e Eletromagnética. Trabalho de Graduação. Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA.
- Oliveira, N. P. e Bassrei, A., 2009, Critério da Validação Cruzada Generalizada na Escolha do Parâmetro Ótimo: Aplicação em Tomografia Linear de Tempos de Trânsito,

11º Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica, Salvador, BA, Brasil, 24 a 28 de agosto de 2009, CD-ROM, 6 pp.

Penrose, R., 1955, A generalized inverse for matrices, Proceedings of The Cambridge Philosophical Society, 51, 406-413.

Plessix, R., 2006, Estimation of velocity and attenuation coefficient maps From crosswell seismic data. Geophysics, 71: S235-240.

Quan, Y. & Harris, J. M., 1997, Seismic attenuation tomography using the frequency shift method. Geophysics, 62: 895-905.

Silva, J. N. P. & Bassrei, A., 2007, Critérios de seleção de valores singulares em problemas inversos lineares: uma aplicação em tomografia de tempos de trânsito. Sitientibus Série Ciências Físicas, 03: 32-48.

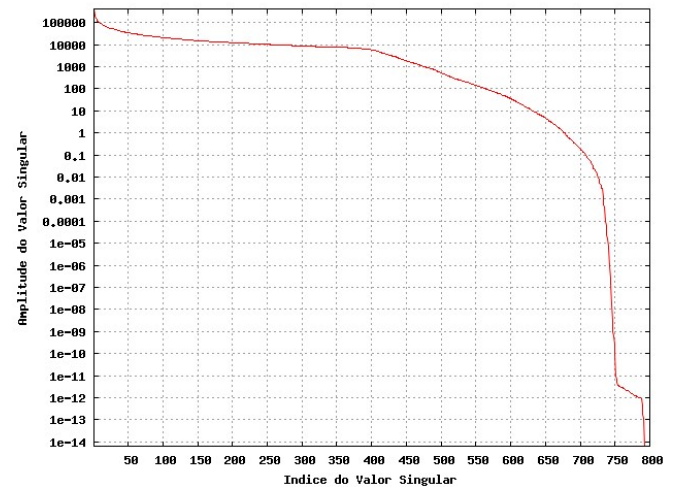


Figura 1: Curva da amplitude do valor singular do modelo de anticlinal.

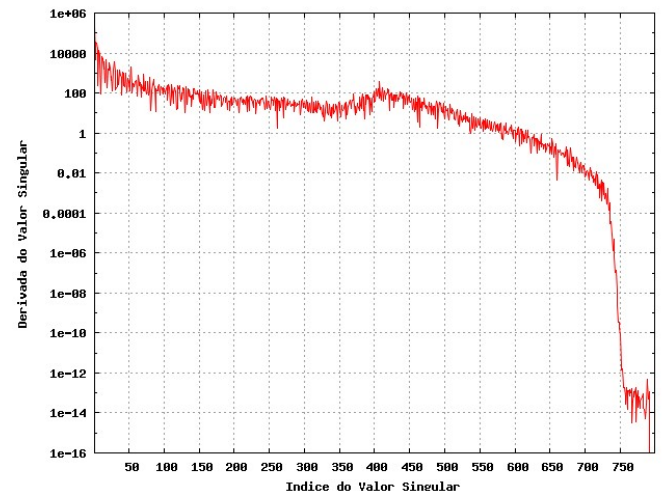


Figura 2: Curva da derivada do valor singular do modelo de anticlinal.

σ_{corte}	σ	ruído	E RMS (m) (%)	ruído	E RMS (m) (%)	ruído	E RMS (m) (%)
10^5	8	0	45,23	0,001	45,23	0,1	45,23
10^4	255		19,22		19,22		19,46
10^3	475		11,57		11,57		13,22
10^2	563		9,49		9,49		17,22
10^1	632		8,30		8,31		37,27
1	677		7,84		7,93		118,71
10^{-1}	707		6,13		6,85		306,52
10^{-2}	725		5,58		8,69		665,48
10^{-3}	733		5,00		14,77		1390,12
10^{-4}	735		3,49		46,61		4647,74
10^{-5}	735		3,22		76,15		7607,90
10^{-6}	741		3,12		178,82		17879,07
10^{-7}	744		2,00		224,85		22484,21
10^{-8}	745		1,95		3129,84		312985,43
10^{-9}	746		1,95		3166,31		316631,24
10^{-10}	749	1,94	28302,07	2830183,82			
10^{-11}	750	2,16	48262,76	4826332,23			
10^{-12}	782	194,42	853250,77	85329239,25			
10^{-13}	791	1084,95	4576446,66	457627545,25			
10^{-14}	791	1084,95	4576446,66	457627545,25			
10^{-15}	792	11750,43	59958386,78	5995849528,38			

Tabela 1: Tabela de erro RMS dos parâmetros do modelo para diferentes níveis de corte para o modelo de anticlinal.

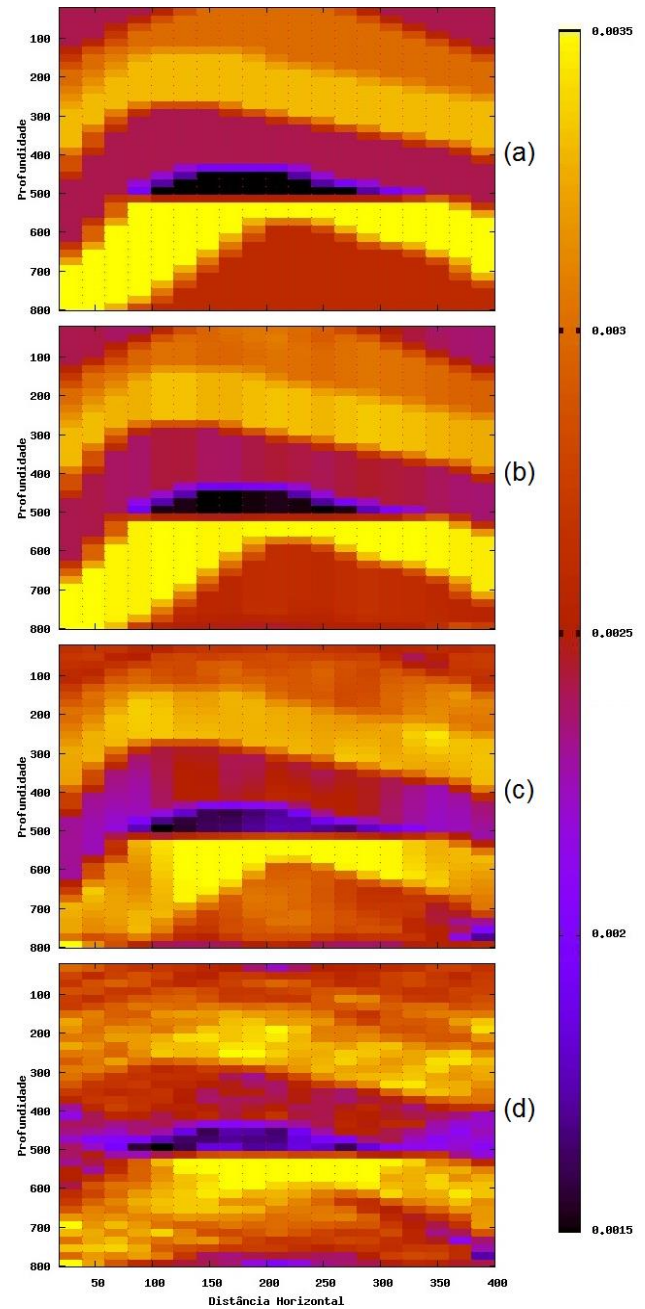


Figura 3: (a) Modelo de anticlinal verdadeiro; (b) Modelo estimado sem ruído e com o valor de $\sigma_{corte} = 10^{-9}$; (c) Modelo estimado com o nível de ruído $\beta = 0,001$ e com o valor de $\sigma_{corte} = 10^{-1}$; (d) Modelo estimado com o nível de ruído $\beta = 0,1$ e com o valor de $\sigma_{corte} = 10^3$. A escala em cores representa o valor do coeficiente de atenuação (α).