



Aplicações de Traçado de Raios Cinemático para Determinação da Estrutura Interna da Terra

Daniel Mendonça Montenegro*, IGEO/UFBA; Amin Bassrei CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 3-6, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In this we adapted the ray tracing program developed by Huang (1996), and used it in different application concerning the knowledge of internal structure of the Earth. The outcome of the simulations are the ray diagrams and the curve of traveltimes between the source and stations as a function of angular distance. We used two different velocity models accepted by the geophysical community: the IASP91 and PREM. The applications or problems that we studied were: (i) the reflection of P-waves in the mantle-outer core boundary; (ii) the reflection of P-waves in the outer core-inner core boundary; (iii) the transmission of the P-waves through the inner core; and (iv) the existence of the shadow zone to P-waves due to velocity decrease between the mantle and the outer core. Finally, the data generated by the ray tracing program were used to estimate the outer core radius, assuming an average value of P-waves velocity propagation within the mantle.

Introdução

Quase a totalidade do atual conhecimento que temos sobre o interior da Terra veio do estudo da propagação de ondas sísmicas através das camadas internas do planeta. Para que se realizasse tal estudo era, e é, necessário que as ondas atravessassem as áreas sobre as quais se pretendia obter informações. Ou seja, para se estudar o núcleo interno, por exemplo, as ondas captadas em alguma estação sismográfica devem ter sido transmitidas através dele ou refletidas por ele. Tal exigência resulta num grande afastamento entre a fonte das ondas sísmicas e a estação que as recebe. Explosivos comuns, como os utilizados no método sísmico, não produzem energia suficiente para que as ondas percorram essas grandes distâncias de modo a alcançarem o receptor ainda perceptíveis. No início do século XX, quando os estudos sobre o interior da Terra ganharam espaço na comunidade

científica, as únicas fontes de ondas com energia suficiente para viabilizar os estudos eram os terremotos. Entre as décadas de 50 e 80 houve um grande avanço no conhecimento acerca do interior da Terra, devido ao refinamento no processamento dos dados obtidos e à maior precisão na determinação do local e do tempo em que ocorreram o terremoto, ambos por meio do uso de computadores. Além disso, as explosões nucleares provocadas em testes militares incrementaram o estudo de propagação de ondas em baixa profundidade. Tais explosões, ainda que gigantescas, não geram energia suficiente para que as ondas atravessassem todo o interior do planeta (Press & Archambeau, 1962).

O avanço da ciência nesse campo possibilitou a criação de modelos de velocidade de propagação das ondas sísmicas para o interior da Terra. Dois modelos são tratados nesse trabalho: o PREM (Preliminary Reference Earth Model) desenvolvido por Dziewonski e Anderson (1981) e o IASP91 (International Association of Seismology and Physics) de autoria de Kennett e Engdahl (1991).

Através do desenvolvimento dos modelos de velocidade, o método de traçado de raios sísmicos tornou-se mais preciso, com os cálculos de tempo de trânsito e distância ao epicentro do ponto de chegada da onda apresentando resultados bem próximos aos reais. Essa precisão permite que o programa de traçado de raios usado nesse trabalho seja utilizado como uma fonte sintética de dados sismológicos.

Teoria

O método de traçado de raios usado nesse trabalho considera a Terra dividida em um grande número de cascas esféricas concêntricas, finas e homogêneas. Associado ao raio r_k de cada casca esférica assume-se uma velocidade v_k determinada pelo modelo de velocidades escolhido.

O tempo de trânsito de um raio para um terremoto ocorrido na m -ésima camada, e que penetra a Terra até a n -ésima camada, é dado por

$$T(\theta_i) = \sum_{k=m+1}^n l_k/v_k + \sum_{k=1}^n l_k/v_k \quad (1)$$

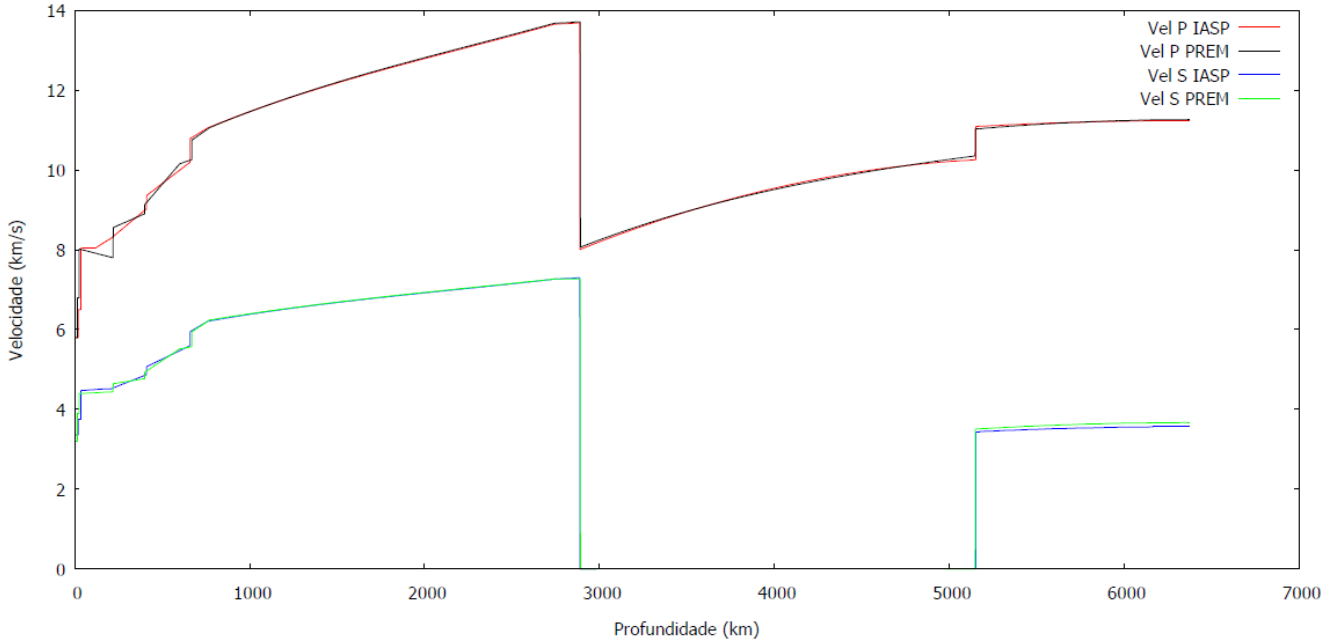


Figura 1. Comparação entre os modelos de velocidade IASP e PREM.

O primeiro termo da parte direita da equação (1) é usado para calcular o tempo de trânsito do raio descendente e o segundo termo para calcular o tempo do raio ascendente com l_k , que é o caminho percorrido pelo raio no interior de uma camada k , podendo ser expresso pelo raios do topo (r_k) e da base (r_{k+1}) da camada e o ângulo incidente (θ_k) no topo desta. Assim:

$$l_k = \frac{-2r_k \cos \theta_k - \sqrt{(r_k)^2 \cos^2 \theta_k - 4((r_k)^2 - (r_{k+1})^2)}}{2} \quad (2)$$

O ângulo de incidência em uma camada pode ser calculado através do valor determinado para o ângulo de incidência anterior (θ_{k-1}), sendo o primeiro ângulo o qual o raio parte da fonte. Portanto:

$$\theta_k = \sin^{-1} \left(\frac{r_{k-1} \sin \theta_{k-1} v_k}{v_{k-1} r_k} \right) \quad (3)$$

A distância angular entre a fonte e o ponto onde o raio é captado é expressa por

$$\Delta(\theta_i) = \sum_{k=m}^n \delta_k + \sum_{k=1}^n \delta_k \quad (4)$$

onde δ_k é a distância angular percorrida pelo raio na camada k , que pode ser expressa através da seguinte equação:

$$\delta_k = \cos^{-1} \left(\frac{(r_k)^2 + (r_{k+1})^2}{2r_k r_{k+1}} \right) \quad (5)$$

O caminho percorrido por um raio no interior da Terra pode ser traçado com base nos valores de δ_k e r_k para cada camada k .

Metodologia

Esse trabalho foi desenvolvido a partir de um programa de traçado de raios em FORTRAN 77 desenvolvido por Huang (1996). O programa consiste, além da parte principal, de duas subrotinas que geram os modelos de velocidades, uma para o PREM e outra para o IASP91. Além dessas, existe a subrotina de traçado de raios, que calcula o caminho percorrido por um raio sísmico e o seu tempo de trânsito através da Lei de Snell, fazendo uso dos modelos de velocidades gerados pelas subrotinas supracitadas. Por se tratar de um modelo mais recente, o IASP91 é o mais utilizado no decorrer do trabalho.

Os dados e raios apresentados nesse trabalho foram gerados basicamente por uma versão adaptada da subrotina de traçado de raios, compilada no Force 2.0, que, além da posição de chegada e o tempo de trânsito do raio, fornece um arquivo com pontos em coordenadas polares (r, θ) que indicam o caminho percorrido pelo raio.

Os diagramas de raios foram gerados no gnuplot através da leitura e plotagem dos arquivos com os dados de cada raio. Para cada modelo de velocidades utilizado, usou-se os valores para os raios do núcleo externo e interno adequados ao modelo.

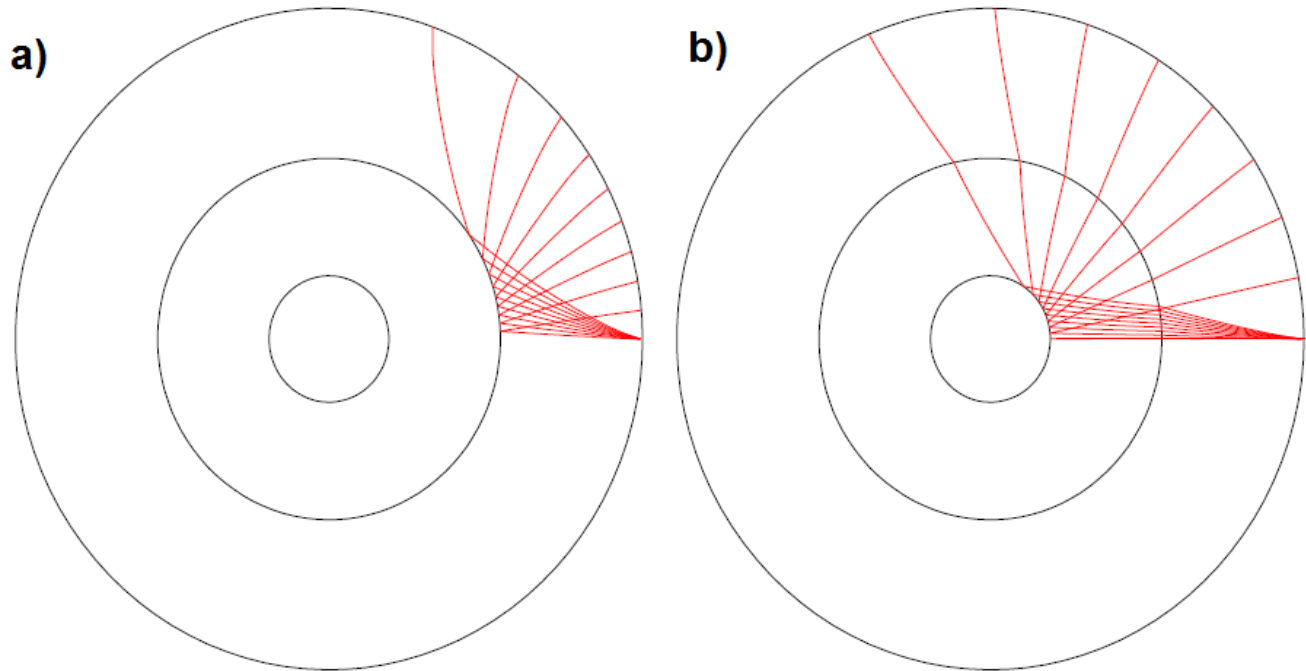


Figura 2. Reflexão de ondas P nos limites manto-núcleo (a) e núcleo externo interno (b). Em ambos os casos são retratados 9 raios com fonte a 50 km de profundidade.

Resultados

Com a finalidade de validar as subrotinas que geram os os modelos de velocidade no programa de Huang (1996), foi feito o gráfico de comparação entre os modelos IASP e PREM (Figura 1). As curvas que representam as velocidades de propagação das ondas sísmicas de ambos os modelos se confundem por todo o gráfico, afinal, ambos os modelos são boas representações do interior da Terra. A principal diferença entre as curvas é a presença de uma descontinuidade no modelo PREM aos 220 km de profundidade. Tal descontinuidade não é observada no modelo IASP.

Entre os modelos existe uma diferença na profundidade dos limites manto-núcleo e núcleos externo-interno, de 2 km e 5 km respectivamente. Essa diferença não é notada no gráfico, sendo também pouco notada durante o traçado de raios por se tratar de uma diferença pequena quando comparada à dimensão do planeta.

Mesmo que o gráfico das velocidades se confundam quase que na sua totalidade, percebe-se que as diferenças entre as velocidades das ondas P é maior que entre as velocidades das ondas S. Isso explica-se pelo fato de o modelo PREM ter servido de base para o desenvolvimento das funções de velocidade das ondas S no modelo IASP (Kennett & Engdahl, 1991).

Utilizando o modelo IASP, foram traçados os raios correspondentes a um terremoto ocorrido com profundidade de 50 km, separados em dois diagramas.

Ambos representando a reflexão de ondas P: o primeiro no núcleo externo (Figura 2a) e o segundo no núcleo interno (Figura 2b). Portanto os diagramas representam, respectivamente, ondas PcP e ondas PKiKP (Bolt, 1988).

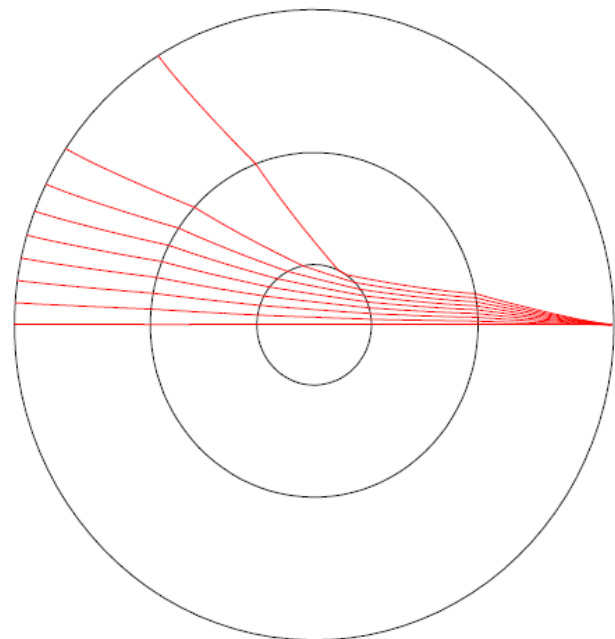


Figura 3. Ondas P passando através do núcleo interno. São representados 9 raios com ângulo inicial variando de 0° a 8° e fonte com profundidade de 50 km.

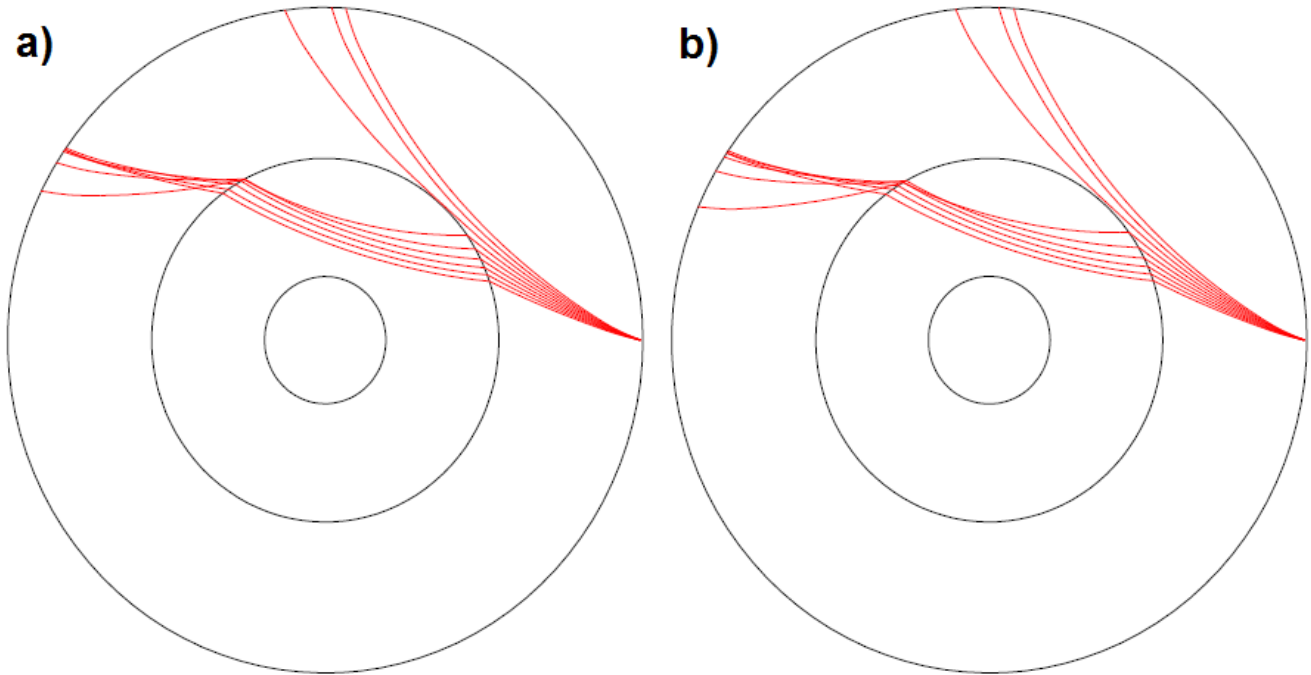


Figura 4. Comparação entre as zonas de sombra de chegada para ondas P para os modelos IASP (a) e PREM (b). Em ambos os diagramas são representados 9 raios com ângulo inicial variando de 13° a 21° e fonte com profundidade de 50 km.

No primeiro diagrama são representados 9 raios com ângulo de saída, em relação à normal, variando de 2° a 18° , com o incremento angular entre um raio e outro igual a 2° . Nesse diagrama, o raio que alcança a maior distância angular à fonte é o que tem maior ângulo de partida (18°), com ponto de chegada afastado $70,62^\circ$ do ponto de saída. No segundo diagrama também são representados 9 raios, com ângulo inicial variando de 0° a 8° , com incremento angular de 1° entre os raios. Novamente, o raio que alcança maior distância é o de maior ângulo inicial, com ponto de chegada distante $112,81^\circ$ da fonte.

Ainda utilizando o modelo IASP, foi gerado o diagrama de raios mostrado na Figura 3. Assim como nos diagramas anteriores, a fonte está localizada a 50 km de profundidade. Nessa figura está representada a passagem das ondas P através do núcleo interno (ondas PKIKP). Neste caso, os raios são detectados a partir de $121,36^\circ$ de distância angular a partir da fonte. O raio que alcança a maior distância é o de menor ângulo inicial, 0° , que tem seu ponto de chegada afastado 180° do ponto de partida. Esse valor deve-se ao fato de o modelo IASP considerar as camadas da Terra perfeitamente circulares. Com isso, um raio que parte com ângulo de 0° , em relação à normal, sempre incidirá perpendicularmente nas camadas. Portanto, de acordo com a Lei de Snell, a trajetória do raio mantém-se retilínea desde a fonte até o receptor.

Nesse mesmo diagrama (Figura 3) nota-se que a trajetória dos raios no interior do núcleo interno aproxima-se de uma reta. A explicação para isso pode ser vista na Figura

1, onde podemos perceber que a velocidade de propagação das ondas sísmicas nas camadas mais internas da Terra apresenta pouca variação, sendo quase constante, e, como a curvatura na trajetória de um raio ocorre justamente pela diferença de velocidade entre os meios, esse fenômeno é pouco observado no núcleo interno.

Assim como na Figura 1, na Figura 4 é feita uma comparação entre os modelos IASP e PREM. Nesse caso, foram gerados dois diagramas de raios representando a zona de sombra da chegada de ondas P: um para o modelo IASP e outro para o modelo PREM. Os diagramas foram construídos com mesmo número de raios, espaçamento angular igual (1°) e com raios de ângulo inicial entre 13° e 21° , sendo os modelos de velocidades utilizados, e, conseqüentemente, os tamanhos para os limites manto-núcleo e núcleo externo-interno, a única diferença existente entre as representações.

Para o modelo IASP (Figura 4a), os raios chegam entre $86,28^\circ$ e $153,36^\circ$, com a zona de sombra obtida localizando-se entre $97,29^\circ$ e $144,74^\circ$ de distância angular à fonte. No modelo PREM (Figura 4b) a chegada dos raios ocorre entre $85,55^\circ$ e $156,35^\circ$, com a zona de sombra ligeiramente maior, localizada entre $96,06^\circ$ e $145,30^\circ$. Como a zona de sombra real localiza-se entre 103° e 142° (Lowrie, 1997), e considerando que a diferença entre os valores encontrados para ambos os modelos e o valor real pode ser explicado pelo fato de os raios traçados para construir tais zonas de sombra estarem espaçados de 1°

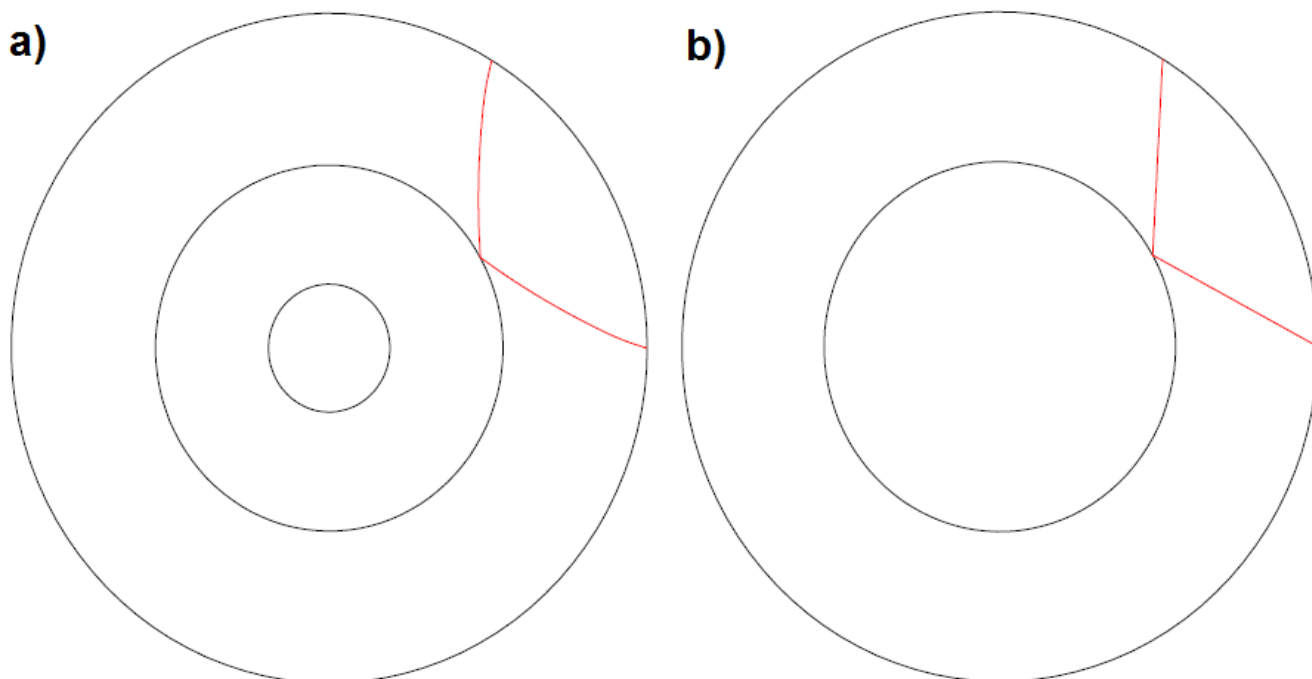


Figura 5. Simulação da descoberta da fronteira manto-núcleo através do estudo de um raio refletido nessa fronteira. Em (a) temos o raio gerado pela subrotina de traçado de raios usando o modelo IASP e em (b) a aproximação da trajetória do raio, com o raio do núcleo assumindo o valor calculado.

em seus ângulos iniciais, o que não nos dá uma resolução perfeita, pode-se afirmar que os valores encontrados são coerentes com os esperados.

Em ambos os modelos, o raio que tangencia o manto sem, no entanto, adentrá-lo é o que parte da fonte com ângulo inicial de 19° . No diagrama, todos os raios representados com ângulo inicial inferior a este sofrem refração ao adentrar no núcleo. Como a velocidade de propagação das ondas P diminui na passagem do limite inferior do manto para o limite superior do núcleo, como pode ser visto na Figura 1, a trajetória do raio aproxima-se do centro da Terra, sendo esse fenômeno o responsável pela zona de sombra das ondas P (Lillie, 1999).

Em 1906, R.D Oldham propôs a existência de um núcleo no interior da Terra no qual a velocidade de propagação das ondas P era inferior à do manto e a velocidade para as ondas S sofria drástica redução, não sendo possível captar a propagação destas no interior do núcleo, no que é considerado o primeiro grande triunfo do uso de raios sísmicos para o estudo do interior da Terra. Anos depois chegou-se a conclusão de que as ondas S não se propagavam no núcleo devido ao fato desse ser líquido, o que também explica a redução da velocidade de propagação para as ondas P (Bolt, 1993). Em 1914, Beno Gutenberg calculou o raio do núcleo, sendo o primeiro a obter um resultado com certa precisão (Bolt, 1988).

Buscando simular o trabalho feito por Gutenberg, foi feito o cálculo de raio do núcleo a partir de um raio refletido por este. Para tal, utilizou-se a subrotina adaptada de traçado de raios como fonte sintética de dados sísmicos, gerando um raio de uma onda P que parte de uma fonte com profundidade igual a 10 km e ângulo inicial de 12° (Figura 5a). O modelo de velocidades escolhido para essa simulação foi o IASP, por se tratar de um modelo mais recente. A chegada do raio é detectada a uma distância angular de $59,25^\circ$ da fonte, com tempo de trânsito igual a 650,50s. Partindo do pressuposto de que temos conhecimento apenas do tempo de trânsito do raio, da distância angular, do raio da terra, da velocidade (constante) de propagação da onda no manto e do fato de que o raio foi refletido no limite manto-núcleo, é possível calcular o raio do núcleo através de trigonometria básica.

O resultado obtido a partir dos dados citados está representado na Figura 5b. A velocidade assumida para a propagação de ondas P no manto foi de 11,5 km/s. Por se tratar de uma velocidade constante para todo o meio, a trajetória do raio é retilínea. O valor para o raio do núcleo calculado foi de 0,5525 do raio da Terra, ou seja, 3520 km. O valor utilizado no modelo IASP, que foi usado como referência, é de 0,5462 do raio da Terra ou 3482 km. Portanto, o erro associado ao raio calculado do núcleo foi de 1,2%, o que é satisfatório, já que para o cálculo usamos apenas o fenômeno de reflexão. Gutenberg, por exemplo, chegou ao seu resultado usando, além dos dados de

reflexão, os dados das ondas refratadas pelo núcleo (Bolt, 1988), concluindo assim que o raio deste era de 3470 km (Bolt, 1993).

Conclusões

Os modelos de velocidades de propagação de ondas sísmicas apresentados nesse trabalho, IASP91 e PREM, apresentam algumas diferenças entre si, mas ambos são bastante semelhantes e boas representações para o interior da Terra.

O programa escrito por Huang (1996) é bem versátil e permite diversas utilizações no âmbito do traçado de raios, como a opção por reflexão dos raios nos limites manto-núcleo e núcleo externo-interno, tal como a não reflexão nestes.

As zonas de sombra para ondas P ocorrem devido à redução da velocidade de propagação das ondas na passagem do manto para o núcleo. As zonas de sombra obtidas para ambos os modelos são coerentes com os dados reais.

Através dos dados fornecidos pelo programa de traçado de raios e de um valor de velocidade média de propagação das ondas sísmicas com razoável aproximação ao valor real, é possível calcular com certa precisão o raio do núcleo.

Agradecimentos

D. M. Montenegro agradece ao CNPq pela bolsa de Iniciação Tecnológica e Industrial. A. Bassrei agradece ao CNPq pelo projeto 308.690/2013-3 (bolsa de produtividade de pesquisa), ao CNPq e PETROBRAS pelo apoio ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica de Petróleo (INCT-GP), e à FINEP pelo apoio à Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01).

Referências

- Bolt, B. A. (1988). *Earthquakes*. W. H. Freeman, New York, 282 p.
- Bolt, B. A. (1993). *Earthquakes and Geological Discovery*. Scientific American Library, New York, 229p.
- Dziewonski, A. M., & Anderson, D. L. (1981). Preliminary reference earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25:297-356
- Huang, B.S. (1996). A FORTRAN 77 program to compute seismic rays traveling inside a radially inhomogeneous earth. *Computers & Geosciences*, 22:287-303

Lillie, R.J., (1999). *Whole Earth Geophysics: An Introductory Textbook for Geologists and Geophysicists*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, Inc., 361 p.

Lowrie, W. (1997). *Fundamentals of Geophysics*. Cambridge University Press, 354 p.

Kenneth, B. L. N. & Engdahl, E. R. (1991). Travel times for global earthquakes location and phase identification. *Geophysical Journal International*, 105:429-465.

Press, F., & C. Archambeau (1962), Release of tectonic strain by underground nuclear explosions, *J. Geophys. Res.*, 67(1), 337-343