



Inversão cinemática em meios TI usando uma nova aproximação do tempo de reflexão

Francisco G. Ortega, IGEO/UFBA; Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP

Copyright 2017, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 31 July to 3 August, 2017.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

One of the challenges of traveltimes inversion in anisotropic media is the fact that the equations are nonlinear. We present a simple approach to estimate the model parameters in a medium with TI - transverse isotropy. The proposed approach uses the Levenberg-Marquardt (LM) inversion method and shows a better performance in the inversion and in the nmo correction of the seismic section. It was observed that the precision in the estimation of the anisotropy parameter η with the proposed approximation depends not only on the correct extraction of the transit times of the data, but also on the value of $(\varepsilon - \delta)$ and the layer inclination angle of inclination θ .

Introdução

As aproximações de tempos de trânsito têm sido amplamente usadas em métodos inversos para estimar parâmetros de anisotropia em meios homogêneos transversalmente isotrópicos (TI de transverse isotropy), assim como em meios ortorrômbicos. Em geral tais métodos têm obtido sucesso na modelagem direta, por sua vez necessária para as fases do processamento e migração anisotrópica no domínio do tempo e profundidade. Solucionar o problema inverso de tempos de trânsito consiste em determinar um modelo estimado que, ao ser utilizado na modelagem direta (que é uma aproximação dos tempos de trânsito), gera um resultado que quando comparado com os dados observados (extraídos dos sismogramas), possua um erro mínimo. Esta comparação é feita pela função objetivo.

Stovas e Alkhalifah (2012) propuseram a mais precisa aproximação dos tempos de trânsito em meios TI encontrada na literatura atual baseada na expansão da equação 2D eikonal em meios TI (Alkhalifah, 2011):

$$v_{nmo}^2 (1 + 2\eta) \left(\cos\theta \frac{\partial\tau}{\partial x} + \sin\theta \frac{\partial\tau}{\partial z} \right)^2 + v_0^2 \left(\frac{\partial\tau}{\partial z} - \sin\theta \frac{\partial\tau}{\partial x} \right)^2$$

$$\times \left(1 - 2\eta v_{nmo}^2 \left(\cos\theta \frac{\partial\tau}{\partial x} + \sin\theta \frac{\partial\tau}{\partial z} \right)^2 \right) = 1, \quad (1)$$

onde $\tau(x, z)$ é o tempo de trânsito medido a partir da fonte até um receptor no ponto (x, z) , v_0 e v_{nmo} são, respectivamente, a velocidade vertical e a velocidade nmo ao longo do eixo de simetria de medição, θ é o ângulo do eixo de simetria medido em relação à vertical (no caso VTI, $\theta = 0$) representando também o mergulho do refletor, e η é o parâmetro de anelipticidade. Alkhalifah (2011), assume η como variável independente e com valor constante, oferece a solução da equação (1) em série de potência em termos do parâmetro η :

$$\tau(x, z) \approx \tau_0(x, z) + \tau_1(x, z)\eta + \tau_2(x, z)\eta^2, \quad (2)$$

onde $\tau_0(x, z)$ satisfaz a equação eikonal para um meio VTI (vertical transverse isotropy). Os resultados para $\tau_i(x, z)$, $\tau_i = 1, 2$ podem ser vistos em Stovas e Alkhalifah (2012), e estão resumidos na seguinte equação, que representa a aproximação do tempo de trânsito para um meio TTI (tilted transverse isotropy):

$$\tau(x, z) \approx \sqrt{\frac{a(x, z)^2}{v_{nmo}^2} + \frac{b(x, z)^2}{v_0^2}} \frac{1 + \Phi_1(x, z)\eta}{1 + \Phi_2(x, z)\eta}, \quad (3)$$

onde

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, z) &= \frac{v_0^2 a(x, z)(0.5v_0^2 a(x, z) + 6v_{nmo}^2 b(x, z))}{(v_0^2 a(x, z) + v_{nmo}^2 b(x, z))^2}, \\ \Phi_2(x, z) &= \frac{3v_0^2 a(x, z)(v_0^2 a(x, z) + 4v_{nmo}^2 b(x, z))}{2(v_0^2 a(x, z) + v_{nmo}^2 b(x, z))^2}, \\ a(x, z) &= (x \cos\theta + z \sin\theta)^2, \\ b(x, z) &= (-x \sin\theta + z \cos\theta)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Iremos primeiro apresentar uma comparação entre a equação (3) e uma aproximação proposta para o cálculo do tempo trânsito da onda sísmica PP, refletida num meio TI. Os tempos de trânsito do modelo são determinados através de traçamento de raios.

Posteriormente, para avaliar a eficácia na estimativa dos parâmetros de anisotropia foram realizadas inversões em modelos com um valor constante de ε e valores variáveis de δ . Observamos que a obtenção de η utilizando o método de inversão é mais precisa quando os valores $(\varepsilon - \delta)$ e θ são pequenos.

Por último, se realizaram simulações de inversão em um modelo multicamadas e foram avaliadas as respectivas correções nmo usando as velocidades e os parâmetros de anisotropia estimados a partir da equação (3) e a aproximação proposta. Observamos que a equação proposta mostrou um bom resultado em comparação com a expressão de Stovas e Alkhalifah (2012).

Método

Reescrevendo a equação (3) em função da distância perpendicular à superfície refletora inclinada H ($z = H \cos\theta$), conforme é apresentado na Figura 1, o resultado é expresso pela seguinte função não linear:

$$t(\mathbf{m}, \mathbf{x}) \approx t_h(\mathbf{m}, \mathbf{x}) \frac{1 + \Phi_1(\mathbf{x})\eta}{1 + \Phi_2(\mathbf{x})\eta}, \quad (5)$$

onde $t_h(\mathbf{m}, \mathbf{x})$ é a equação do tempo já conhecida para um meio de um refletor plano inclinado:

$$t_h(\mathbf{m}, \mathbf{x}) \approx \sqrt{t_0^2 + \frac{(2H \sin\theta + \mathbf{x} - x_s)^2}{v_{nmo}^2}}, \quad (6)$$

sendo \mathbf{m} é o vetor de parâmetros desconhecidos. O tempo t_0 é expresso por

$$t_0 = \frac{(2H \cos\theta)}{v_0}, \quad (7)$$

sendo ainda $v_{nmo} = v_0 \sqrt{1 + 2\delta}$ e x_s a posição da fonte.

A aproximação (3) apresenta uma dificuldade em considerações teóricas e computacionais devido à complexidade algébrica. Nosso objetivo é apresentar uma aproximação para o tempo de trânsito que seja precisa e seja mais simples em sua forma algébrica. Para este fim usamos a aproximação de quarta ordem de Grechka e Pech (2006), o resultado é a seguinte expressão:

$$t(\mathbf{m}, \mathbf{x}) \approx \sqrt{t_h^2(\mathbf{m}, \mathbf{x}) + \frac{2\eta A_4 (\mathbf{x} - x_s)^4}{2\eta - v_{nmo}^2 (1 + 2\eta) A_4 (\mathbf{x} - x_s)^2}}, \quad (8)$$

onde

$$A_4 = -\frac{2\eta \cos^4\theta}{v_0^4 t_0^2}. \quad (9)$$

Para fins de inversão, o vetor de parâmetros nas equações (5) e (8) é:

$$\mathbf{m} = (t_0, V_{nmo}, H, \eta, \theta)^T. \quad (10)$$

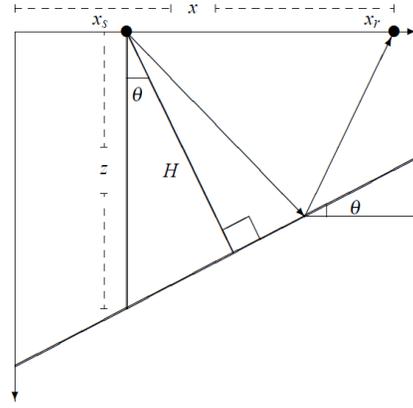


Figura 1 - Geometria para o cálculo do tempo de trânsito numa camada inclinada. x_s e x_r representa, respectivamente, a posição da fonte e a posição do receptor. H é a distância perpendicular da superfície refletora até a superfície. θ é o ângulo de mergulho da camada.

Seja $t(\mathbf{m}, \mathbf{x})$ a aproximação do tempo de trânsito uma função não linear nos parâmetros do vetor (10). A estimativa dos parâmetros é obtida expandindo a função $t(\mathbf{m}, \mathbf{x})$ em série de Taylor sobre o ponto $\mathbf{m}^0 = (t_0^0, V_{nmo}^0, H^0, \eta^0, \theta^0)^T$ no espaço dos parâmetros do modelo. Logo:

$$t(\mathbf{m}, \mathbf{x}) = t(\mathbf{m}^0, \mathbf{x}) + \left. \frac{\partial t}{\partial \mathbf{m}} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^0} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^0) + \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 t}{\partial \mathbf{m}^2} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^0} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^0)^2 + \dots + \text{termos de ordem superior.}$$

Desprezando os termos de ordem ≥ 2 da expansão, e se discretizarmos $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ na função $t(\mathbf{m}, \mathbf{x})$ para M dados observados, onde M representa o número de receptores, podemos reescrever a equação acima como:

$$\begin{pmatrix} \Delta t(\mathbf{m}, x_1) \\ \Delta t(\mathbf{m}, x_2) \\ \vdots \\ \Delta t(\mathbf{m}, x_M) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(\mathbf{m}^0, x_1) \dots & g_N(\mathbf{m}^0, x_1) \\ g_1(\mathbf{m}^0, x_2) \dots & g_N(\mathbf{m}^0, x_2) \\ \vdots & \vdots \\ g_1(\mathbf{m}^0, x_M) \dots & g_N(\mathbf{m}^0, x_M) \end{pmatrix} (\Delta \mathbf{m}), \quad (12)$$

onde $\Delta t(\mathbf{m}, \mathbf{x}) = t(\mathbf{m}, \mathbf{x}) - t(\mathbf{m}^0, \mathbf{x})$, $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}^0$ e

$$g_i(\mathbf{m}^0, x_j) = \left. \frac{\partial t}{\partial m_i} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^0} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, M;$$

a derivada g_i é avaliada numericamente utilizando a expressão:

$$g_i(\mathbf{m}^0, x_j) \approx \frac{t(\mathbf{m}^0 + \delta_i, x_j) - t(\mathbf{m}^0, x_j)}{\Delta_i}, \quad (13)$$

onde δ_i corresponderá a uma perturbação no parâmetro m_i e

$$\Delta_i = (0, \delta_i, 0, 0, 0)^T, \quad (14)$$

corresponde ao vetor de dimensão N , que representa o número de parâmetros desconhecidos (no caso deste trabalho $N=5$), com elementos nulos à exceção do elemento de índice i com valor δ_i .

Utilizando notação vetorial podemos escrever a equação (12) como:

$$\mathbf{t}^{\text{obs}} = \mathbf{t}^0 + \mathbf{G}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^0), \quad (15)$$

onde \mathbf{G} é chamada de matriz de derivadas, matriz jacobiana ou matriz sensibilidade, com M linhas e N colunas, e representa um caso sobredeterminado ($M > N$). A solução da equação (15) será dada, com a utilização da seguinte função objetivo de mínimos quadrados:

$$\Phi(\mathbf{m}) = (\Delta \mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{G}\Delta \mathbf{m})^T (\Delta \mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{G}\Delta \mathbf{m}), \quad (16)$$

cujas solução é:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}^0 + (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{t}^0). \quad (17)$$

Considere que o modelo inicial \mathbf{m}^0 represente o modelo corrente (estágio k) do processo iterativo, de modo que o modelo \mathbf{m} represente o modelo atualizado:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + (\mathbf{G}^{(k),T} \mathbf{G}^{(k)})^{-1} \mathbf{G}^{(k),T} (\mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{t}^{(k)}). \quad (18)$$

A equação (18) correspondente à expressão iterativa obtida através do método linearizado de mínimos quadrados.

Neste trabalho foi utilizado também o método cuja função objetivo é definida como:

$$\Phi(\mathbf{m}) = (\mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{G}\mathbf{m})^T (\mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{G}\mathbf{m}) + \lambda (\mathbf{D}_n \mathbf{m})^T (\mathbf{D}_n \mathbf{m}), \quad (19)$$

onde \mathbf{D}_n é a matriz de derivadas de ordem n , λ é uma constante positiva denominada parâmetro de regularização, que controla o montante de suavização do vetor solução. Minimizando a função objetivo (19) em relação aos parâmetros do modelo, tem-se que:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + [\mathbf{G}^{(k),T} \mathbf{G}^{(k)} + \lambda \mathbf{D}_n^T \mathbf{D}_n]^{-1} \mathbf{G}^{(k),T} (\mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{t}^{(k)}). \quad (20)$$

Se $n=0$, \mathbf{D}_n corresponde à matriz identidade resultando em uma regularização de ordem zero, sendo que nesse caso a solução se reduz ao método dos mínimos quadrados amortecidos ou método de Levenberg-Marquardt (LM). Quando $n=1$ a regularização é dita de primeira ordem, enquanto se $n=2$, \mathbf{D}_n equivale à matriz dos pesos da segunda derivada e a regularização é dita

de segunda ordem. A matriz $\mathbf{G}^{(k),T} \mathbf{G}^{(k)} + \lambda \mathbf{D}_n^T \mathbf{D}_n$ na equação (20) é não singular, de modo que pode ser invertida. Neste trabalho, do ponto de vista computacional, foi utilizada a decomposição por valores singulares para a inversão da matriz na equação (20).

Resultados

Comparamos as aproximações (5) e (8) com o tempo de trânsito exato, para um modelo de um refletor plano inclinado, calculado com a técnica de traçamento de raios. Para esta comparação utilizamos os parâmetros elásticos do folhelho *Greenhorn* (Jones e Wang, 1981). Esta amostra é usada em muitos trabalhos sobre meios VTI, entre eles Fomel (2004). Nesse meio temos $\eta=0.341$. Esta amostra é uma das mais altas anisotropias já encontradas em rochas geológicas. A Tabela 1 apresenta os parâmetros dessa rocha.

Analisamos a situação em que 1000 receptores espaçados igualmente de 10 m registram uma onda sísmica gerada por uma fonte na posição $x_s = 0$, $z = 0$. A superfície refletora tem um ângulo de mergulho de $\theta = 11.3^\circ$. Na Figura 2 apresentamos o resultado do experimento, onde observamos que as aproximações (5) e (8) apresentam um comportamento similar ao tempo de trânsito exato e são melhores que a aproximação (6). Na Figura 2(a) a aproximação (5) destaca-se como a melhor aproximação.

A Figura 2(b) mostra o erro relativo das aproximações em relação ao tempo exato. Vemos que o erro da aproximação (8) nunca excede o 2.2 %, no domínio do afastamento utilizado. O erro da aproximação (6) excede 20 % para grandes afastamentos. Observe que a melhor aproximação é alcançada com a aproximação (5), mas que, no entanto, tem uma expressão algébrica relativamente complicada.

Após a comparação com o tempo exato iremos proceder com a obtenção de t_0 , v_{nmo} , H , η e θ utilizando as expressões (5) e (8). Para tanto analisamos a situação em que 2000 receptores igualmente espaçados em 10 m registram uma onda sísmica provindo de um refletor inclinado. A fonte sísmica está na posição $x = 10$, $z = 0$. A onda se propaga com uma velocidade $v_{rms} = 3.094$ (km/s). A superfície refletora tem um ângulo de mergulho de $\theta = 11.3^\circ$ (vide Tabela 1).

A Figura 3 exhibe o resultado do experimento utilizando-se o traçamento de raios. A figura mostra o tempo de trânsito da fonte ao receptor com uma curva em preto e o resultado da inversão com uma curva vermelha. Esta curva é associada ao modelo calculado pelo método de LM utilizando as aproximações (5) e (8). Note que o resultado é próximo, quando comparamos as duas aproximações. A curva verde representa o modelo inicial com um 50% do modelo verdadeiro.

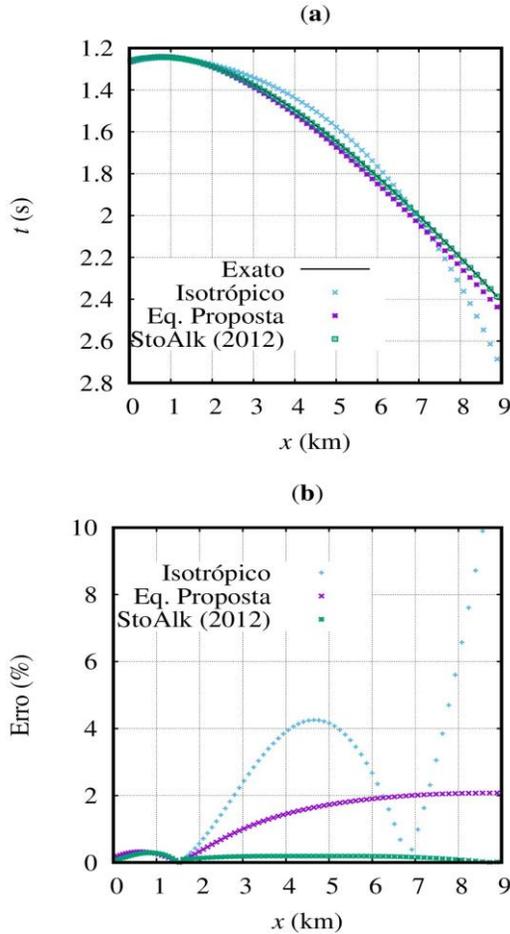


Figura 2 - (a) Comparação das aproximações para o cálculo do tempo de trânsito pela equação (6) [Isotrópico], pela equação (8) [Eq. Proposta], pela equação (5) [StoAlk (2012)], com o tempo de trânsito exato. (b) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito em relação às três aproximações do item (a).

Tabela 1 - Parâmetros de modelo do modelo sintético com um refletor plano inclinado, valor inicial e resultados da inversão LM com a utilização das aproximações das equações (5) e (8).

Parâmetro	m^{ver}	m^0	m^{est} eq. (5)	m^{est} eq. (8)
t_0 (s)	1.292	0.646	1.285	1.270
v_{rms} (km/s)	3.094	1.508	3.458	3.091
η	0.340	0.161	0.564	0.274
H (km)	2.000	1.000	3.920	2.224
θ (grau)	11.310	5.655	7.732	11.349

A Tabela 1 também apresenta os resultados da inversão utilizando as expressões (5) e (8). Observe que aproximação (5), de Stovas e Alkhalifah (2012), não fornece o melhor resultado no procedimento iterativo da inversão de parâmetros. A equação proposta (8) mostra uma estimativa melhor em comparação com a aproximação (5).

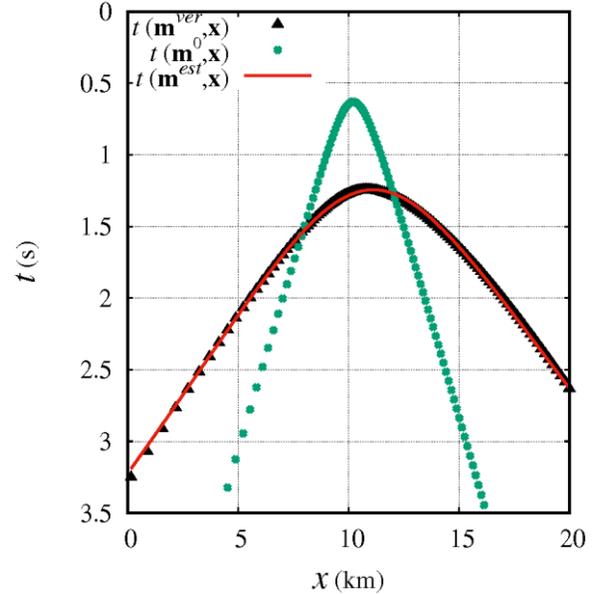


Figura 3 - Tempo de trânsito da fonte ao receptor para o modelo sintético com uma camada inclinada com anisotropia TI. A curva em preto representa os tempos observados. A curva vermelha representa os tempos associados ao modelo calculado pelo método de LM. A curva verde representa os tempos associados ao modelo inicial.

Nesta etapa o objetivo é verificar em que condições a inversão determinística LM faz uma estimativa correta do parâmetro de anisotropia η utilizando a aproximação proposta (8). Para tanto foram realizadas simulações de inversão utilizando a velocidade vertical da onda P da amostra *Greenhorn* ($v_0 = 3.094$ km/s) com um valor fixo no parâmetro ε de 0.2 e valores de δ variáveis no intervalo de -0.2 a 0.2 com incremento de 0.02. O ângulo de inclinação θ das camadas dos modelos varia de 0 a 20 graus. O experimento tem uma relação afastamento-profundidade $x/z > 4$.

A Figura 4 apresenta a diferença entre o tempo exato e a aproximação (8) para todos os modelos simulados. A partir do resultado das inversões na Figura 4 concluímos que a estimativa do parâmetro de anisotropia η é exata unicamente quando $\varepsilon = \delta$, ou seja, a inversão é exata para anisotropia elíptica. Quanto menor for o valor de $(\varepsilon - \delta)$ e o valor de θ , maior é a precisão da estimativa η . A precisão na estimativa do parâmetro de anisotropia não depende unicamente da correta extração dos tempos de trânsito dos dados, mas também, do valor de $(\varepsilon - \delta)$.

Após os testes de avaliação das aproximações e do algoritmo de extração dos parâmetros, mostraremos um exemplo da correção *nmo* usando um dado sintético de quatro refletores. Os parâmetros do modelo são descritos na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros do modelo.

Camada \ Parâmetro	1	2	3	4
v_0 (km/s)	2000	2409	2757	3308
η	0	0.402	0.179	0.810
θ (grau)	0	1.70	5.675	10.620

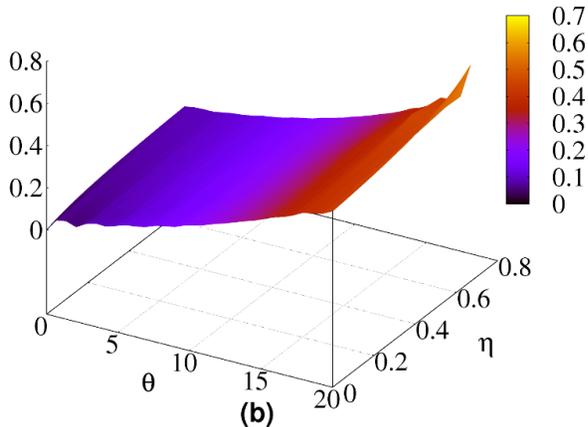
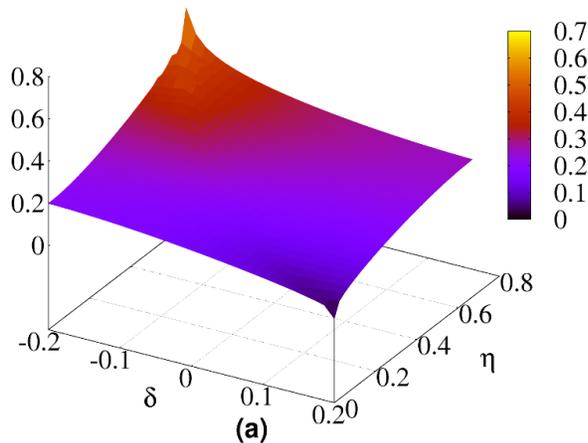


Figura 4 - (a) Erro absoluto da estimativa do parâmetro de anisotropia η para diferentes valores de δ , (b) erro absoluto na estimativa do parâmetro de anisotropia η para diferentes valores de θ . Nos dois casos $\varepsilon = 0.2$. A barra de cores indica a diferença entre o tempo exato e o tempo da aproximação da equação (8), em segundos.

A Figura 5(a) apresenta a geometria do modelo. A Figura 5(b) mostra uma família CMP do mesmo modelo. Note-se que o primeiro refletor é isotrópico e que o segundo refletor tem uma forte anisotropia (vide Tabela 2).

A Figura 6(a) apresenta a análise de velocidade convencional aplicada à família CMP da Figura 5(b). A mesma figura mostra a correção *nmo* deste evento usando somente a velocidade V_{rms} obtida da análise de velocidade para cada refletor, supondo um meio isotrópico, i.e., com $\eta = 0$. Conforme se pode ver, os eventos com $\eta \neq 0$ não ficam horizontais nem mesmo para afastamentos bem pequenos. O domínio de horizontalidade fica restrito, por exemplo, no caso do refletor mais inclinado na Figura 6(b).

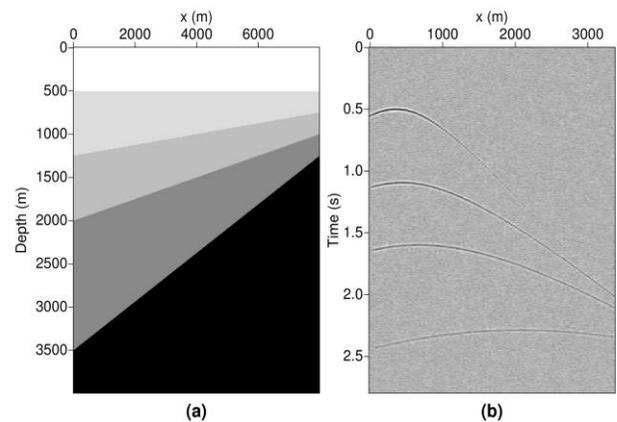


Figura 5 - (a) Geometria do modelo de camadas inclinadas da Tabela 2, (b) família CMP do modelo da Figura 5(a).

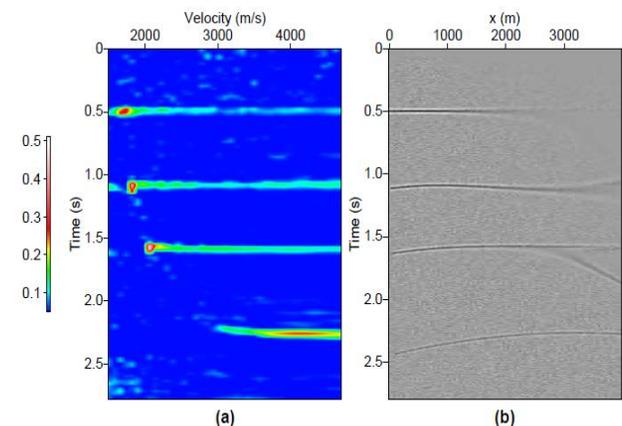


Figura 6 - (a) Análise de velocidade convencional aplicada à família CMP da Figura 5(b). (b) Seção da Figura 5(b) após a correção *nmo* hiperbólica convencional com valor exato de V_{nmo} .

A correção nmo da família CMP da Figura 5(b) usando os parâmetros estimados com o método iterativo de inversão LM, com a utilização das expressões (5) e (8) é mostrado na Figura 7, onde observamos que a equação proposta mostrou um bom resultado em comparação com a expressão de Stovas e Alkhalifah (2012).

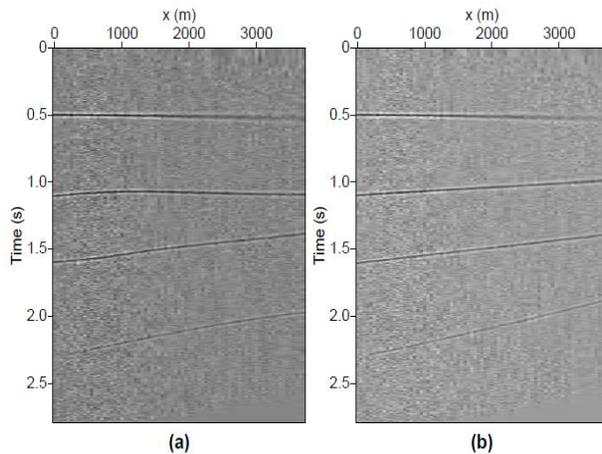


Figura 7 - (a) Seções da Figura 5(b) após a correção nmo usando o procedimento iterativo e aproximações de Stovas e Alkhalifah (2012) (a). Mesmo resultado, porém utilizando a equação proposta.

Conclusões

A aproximação hiperbólica tradicional, que ainda é usada em processamento sísmico para a correção de sobretempo, migração em tempo e análise de velocidade, se mostra inadequada quando estão presentes anisotropia e camadas inclinadas.

Foram obtidos satisfatoriamente os parâmetros desconhecidos de uma camada inclinada homogênea anisotrópica, e também os valores rms da velocidade (V_{nmo}), a anisotropia (η_{eff}) e o ângulo de inclinação (θ) de um modelo de com múltiplas camadas, inclinadas, utilizando o método de inversão iterativo LM.

Por meio de um exemplo, demonstramos a melhoria na estimativa de V_{nmo} e η , que foram obtidos usando o algoritmo proposto. Verificamos que a extração de η utilizando o método de inversão é mais precisa quando os valores ($\varepsilon - \delta$) e θ são pequenos. Um aspecto geral da abordagem é a sensibilidade na escolha do modelo inicial.

Agradecimentos

F. G. Ortega agradece a CAPES pela bolsa de doutorado. Os autores agradecem ao CNPq e à PETROBRAS pelo apoio ao projeto INCT-GP e à FINEP pelo apoio ao projeto 'Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01)'. A. Bassrei agradece ainda ao CNPq pela bolsa de pesquisa (308690/2013-3).

Referências

- ALKHALIFAH, T.**, 2011. Scanning anisotropy parameters in complex media: *Geophysics*, **76**, no. 3, U13–U22.
- ALKHALIFAH T. & TSVANKIN I.** 1995. Velocity analysis for transversely isotropic media, *Geophysics*, **60**, 1550–1566.
- FOMEL, S.** 2004. On anelliptic approximations for qP velocities in VTI media. *Geophysical Prospecting*, **52**, 247–259.
- GRECHKA, V., & A. PECH.** 2006. Quartic reflection moveout in a weakly anisotropic dipping layer: *Geophysics*, **71**, D1–D13
- JONES, L. E. A., & WANG, H. F.** 1981. Ultrasonic velocities in Cretaceous shales from the Williston Basin. *Geophysics*, **46**, 288–297.
- STOVAS A. & ALKHALIFAH T.** 2012. A new traveltime approximation for TI media. *Geophysics*, **77**, C37–C42.