



## Modelagem Elástica da Onda com o Método da Refletividade

Ferreira<sup>1</sup>, D. E. ; Silva<sup>1</sup>, B. S.; Alves<sup>1</sup>, C. D. S.; Martins<sup>1</sup>, M. A.; Landau<sup>1</sup>, L

(1. UFRJ/COPPE/LAMCE/LAB2M – Laboratório Multidisciplinar de Modelagem)

Copyright 2017, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 15<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 31 July to 3 August, 2017.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 15<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Resumo

O método sísmico é baseado no estudo de diferentes campos físicos propagados através da subsuperfície da Terra. Nesse método, os valores observados desse campo dependem das propriedades físicas da rocha. O estudo de dados sísmicos na geofísica consiste principalmente em analisar a respostas geradas a partir da propagação do campo de ondas em meios geológicos. A modelagem sísmica numérica pode fornecer a resposta sísmica a partir de um modelo de parâmetros, essa formulação é chamada de problema direto. A solução do problema direto permite prever os dados sísmicos para uma estrutura geológica específica.

Neste trabalho iremos apresentar a utilização do Método da Refletividade - MR como ferramenta de modelagem numérica do fenômeno de propagação de ondas sísmica em meios elásticos cujas camadas são do tipo plano paralelo. O propósito deste trabalho é dar uma introdução do método e demonstrar que nosso algoritmo do é capaz de modelar todos os tipos de propagação de ondas sísmica elástica.

### Introdução

A modelagem através do MR, foi inicialmente proposta por Thomson (1950). O método de modelagem por refletividade simula a propagação da onda no domínio  $\omega - k$ . É um método de integração do número de onda ou da vagarosidade. Essa formulação é ideal, por exemplo, para o problema da incidência de uma onda plana harmônica elástica em meios plano e horizontais. Essa formulação é baseada na transformada de Fourier do campo de onda refletido em um meio estratificado através da integração ao longo do parâmetro do raio. O nome deriva do fato de que a função integrada é principalmente o coeficiente de reflexão ou refletividade de um meio em camadas planas e horizontais.

Kennett e Kerry (1979) e Kennett (1983) mostraram que em caso de semi-espacos infinitos (camadas artificiais criadas acima e abaixo do modelo plano paralelo), tendo

uma superfície livre e uma fonte em uma profundidade arbitrária, o integrando para o número de onda ou a integral na vagarosidade podem ser expressas principalmente pela refletividade para duas camadas do meio, para as camadas acima e abaixo da fonte. Essa forma da teoria justifica o uso, desde então, do nome Método da Refletividade.

Kennett (1983) apresentou a teoria completa da modelagem por refletividade em que utilizou-se matrizes de propagação. No entanto, essa utilização pode provocar instabilidade numérica, o que não ocorre na formulação proposta por Muller (1985) (Oliveira, 2009).

A ideia básica, na formulação de Muller (1985) para encontrar o sismograma sintético segue a metodologia de Kennett e Karry (1979) e Kennett (1983), mas alguns detalhes são diferentes, principalmente no tratamento da transmissão através das interfaces acima da fonte. A modelagem por refletividade normalmente é realizada em um sistema de coordenadas cilíndricas, através do qual pode ser convenientemente reduzida para uma equação da onda 1D (Ma et al, 2004). Essa modelagem descreve a relação de ondas sobre um modelo estratificado, em que todos os tipos de ondas, podem ser decompostas em ondas descendentes e ascendentes, do tipo P-SV e SH.

A teoria apresentada aqui, é baseada no trabalho do Muller (1985), e considerou um simples ponto fonte irradiando as ondas do tipo P-SV.

### Modelagem Utilizando o Método da Refletividade

O método sísmico é baseado no estudo de diferentes campos físicos propagados através da subsuperfície da Terra. Nesse método, os valores registrados desse campo dependem das propriedades físicas da rocha.

Na sísmica de exploração, um pulso de energia mecânica é gerado por uma fonte artificial que se propaga pelas camadas geológicas onde são refletidas, refratadas e difratadas ao entrarem em contato com diferentes impedâncias acústicas, retornando para a superfície onde as informações carregadas por elas são registradas pelos receptores. Os dados são processados por meio de softwares específicos onde são apresentados, por exemplo, sob a forma de sismogramas ou seção sísmica. A sísmica de reflexão é um método indireto para investigação destas estruturas geológicas e uma das principais ferramentas da geofísica extrativa na busca de acumulações de hidrocarbonetos. Neste cenário a modelagem numérica desempenha papel fundamental,

permitindo prever efeitos de ambientes geológicos típicos, que seriam obtidos, por exemplo, com o método sísmico.

A modelagem sísmica é uma técnica para simular a propagação da onda no interior da Terra, seu objetivo consiste resumidamente segundo FICHMAN (2005)

em:

- Avaliar as possibilidades e limitações do método sísmico;
- Otimizar os parâmetros de aquisição com base no interesse geológico;
- Gerar dados sísmicos sintéticos para a avaliação de novas metodologias de inversão e imageamento;
- Verificar quanto os modelos sintéticos honram os dados sísmicos de campo, na etapa de interpretação.

Outra aplicação importante da modelagem sísmica está relacionada com o teste de novas tecnologias, em que diferentes geometrias de aquisição e hipóteses de modelos em subsuperfície são avaliadas para determinar estratégias otimizadas de aquisição e processamento. Além desse fato, a modelagem sísmica tem um papel importantíssimo na geração de dados de entrada para algoritmos de imageamento e inversão.

A inversão sísmica tem como objetivo extrair informações dos parâmetros físicos do meio a partir dos dados obtidos em campo. Para realizar o processo de inversão dos dados sísmicos, é necessário resolver o problema direto (modelagem da propagação de ondas sísmicas) de forma acurada e eficiente. A modelagem sísmica através do MR vem se mostrando uma excelente alternativa no caso particular de camadas planas-horizontais (Ma, 2004; Oliveira, 2009; Hounie & Oliveira, 2014)

Partindo da equação de movimento e de uma relação constitutiva, a equação de onda usada no método de modelagem da refletividade pode ser escrita como:

$$\frac{\partial b}{\partial z} = \omega A b + F, \quad (1)$$

onde  $b$  representa o vetor (deslocamento x tração),  $A$  é a matriz que contém as propriedades do meio no qual as ondas se propagam e  $F$  é a força motriz. (Kennett, 1983). No MR o sismograma é gerado no domínio  $\omega - p$  sendo posteriormente convertido para o domínio do tempo através da transformada de Fourier (FFT).

Os potenciais dos eventos P ( $n = 1$ ) e S ( $n = 2$ ) registrados no half-space superior podem ser escrito como (Muller, 1985):

$$4\pi p_m \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \psi_0 \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^2 \int_0^\infty (\epsilon_1 V_{1,2} J_0 + \epsilon_2 V_{1,2} J_0) e^{i\omega a_{1,2} z} dp \quad (2)$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel de ordem 0,  $\phi_0, \psi_0$  são respectivamente os campos potenciais dos eventos P e S,  $\epsilon$  é a componente do vetor fonte,  $z$  é a profundidade da fonte e  $p$  é o parâmetro do raio.

Neste trabalho utilizou-se a notação com base no trabalho do Muller (1985), em que se considerou a propagação da onda sobre um meio horizontal e homogêneo separado por dois semi-espacos infinitos. A compreensão da notação que aparece no cálculo da matriz de refletividade do fundo da camada é de extrema importância. Vale ressaltar que quando se trata do cálculo da matriz  $MB_j$  estaremos nos referindo à interface do fundo da camada corrente  $j$ . Nesse cálculo a matriz  $MT_{j+1}$  é a interface do topo da camada  $j+1$  e as matrizes  $R_{j+1}^{u,d}$  e  $T_{j+1}^{u,d}$  são as matrizes de refletividade e transmissividade da camada  $j + 1$ .

Para obter a matriz geral da refletividade, deve-se atentar para as ondas incidentes viajando abaixo no semi-espaco superior, bem como a relação entre a refletividade da matriz do topo e de base da camada, a qual pode ser escrita como:

$$MT_i = E_i MB_i E_i, \quad (3)$$

onde  $E_i$  é a matriz de deslocamento de fase o índice  $i$  indica a camada corrente.

A relação entre a matriz de refletividade da base da camada  $i$  ( $MB_i$ ) e o topo da camada  $i + 1$  ( $MT_{i+1}$ ) é mais complicada, aqui os coeficientes de reflexão e transmissão da interface  $z = z_{i+1}$  possuem uma relação mais fácil.

Os coeficientes  $R^{d,u}$  e  $T^{d,u}$  são os coeficientes de reflexão e transmissão de ondas planas ascendentes (u) e descendentes (d) na interface. A combinação desses coeficientes em matrizes dos coeficientes de transmissão e reflexão da interface pode ser escrita como:

$$R_{i+1}^{d,u} = \begin{pmatrix} R_{pp}^{d,u} & R_{sp}^{d,u} \\ R_{ps}^{d,u} & R_{ss}^{d,u} \end{pmatrix}, \quad T_{i+1}^{d,u} = \begin{pmatrix} T_{pp}^{d,u} & T_{sp}^{d,u} \\ T_{ps}^{d,u} & T_{ss}^{d,u} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Para encontrar a relação desejada entre  $MB_i$  e  $MT_i$  usa-se a equação:

$$MB_i = R_{i+1}^d + T_{i+1}^u [I - MT_{i+1} R_{i+1}^u]^{-1} MT_{i+1} T_{i+1}^d. \quad (5)$$

As equações (3) e (5) juntas referem-se à matriz de refletividade do topo das camadas  $i+1$  e  $i$ . O objetivo final é calcular a matriz geral da refletividade,

$$RR^d = \begin{pmatrix} RR_{pp}^d & RR_{sp}^d \\ RR_{ps}^d & RR_{ss}^d \end{pmatrix} = MB_0. \quad (6)$$

Com os elementos dessa matriz desejam-se apenas os coeficientes de transmissão e reflexão do meio (para as amplitudes potenciais). Portanto, serão aplicadas as Equações (3) e (5) recursivamente, iniciando com  $i = n - 1$  e  $MT_n = 0$  até  $i=0$ , ou seja, partindo do semi-

espaço inferior, até semi-espaço superior. A grande vantagem do algoritmo recursivo descrito é que ele é incondicionalmente estável para todas as frequências e vagarosidades (Muller, 1985).

O calculo da resposta de um meio estratificado para ondas plana monocromática pode ser obtido utilizando um algoritmo recursivo. Iniciando de baixo para cima, considerando  $MB_n = 0$  e  $MB_{n-1} = R_n^d$ , visto que nenhuma onda ascendente advém do semi-espaço inferior.

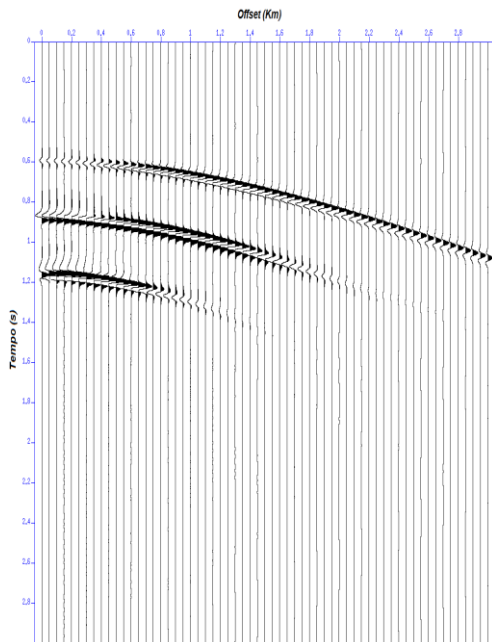
**Resultados**

O resultado da modelagem (Figuras 1 e 2) sobre o modelo da Tabela 1 demonstra que o nosso código é capaz de simular um campo de pressão considerando ondas do tipo PP, PS, SP e SS.

Camada	Espessura Km	$V_p$ Km/s	$V_s$ Km/s	$Q_p$	$Q_s$	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )
1	1.0	3.28	1.68	100	100	2.19
2	2.0	4.06	2.03	100	100	2.40

**Tabela 1.** Parâmetros do modelo 1.

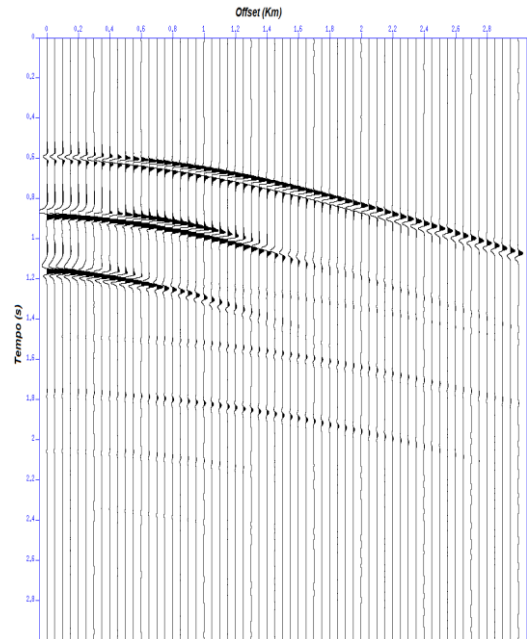
Os parâmetros  $V_p$  e  $V_s$  representam as velocidades das ondas P e S respectivamente,  $Q_p$  e  $Q_s$  são os fatores de atenuação do meio para as ondas do tipo P e S respectivamente e  $\rho$  é a densidade do meio.



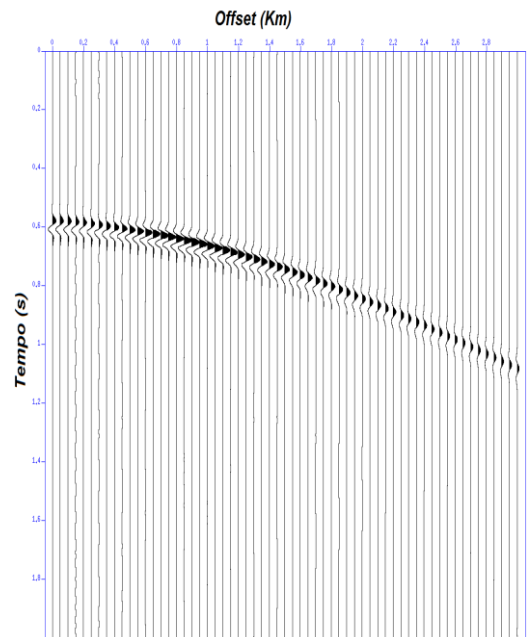
**Figura 1.** Campo de pressão sem considerar ondas múltiplas.

A figura 1 contém o resultado da modelagem sobre modelo1 (Tabela 1) em que não foi considerada a superfície livre, ou seja, não há a presença de múltiplas de superfície. Nesta figura, pode-se observar no tempo de registro de aproximadamente 0.6s a presença de

ondas do tipo PP e posteriormente o registro das ondas do tipo PS e SP e por último o registro das ondas do tipo SS.



**Figura 2.** Campo de pressão considerando ondas múltiplas.



**Figura 3.** Campo de pressão considerando somente evento do tipo PP, sem considerar ondas múltiplas.

Na figura 2 a modelagem considerou a presença de ondas múltiplas de superfície. Com isso pode ser dizer que o Método de Refletividade se mostra eficiente quanto à modelagem completa dos ventos em meios elásticos estratificados. Demonstrando também a eficiência do método quanto a seleção de eventos, na Figura 3 pode-

se observar o resultado da modelagem considerando apenas evento do tipo PP.

A fim de avaliarmos o método sobre um modelo mais realístico, considerou-se o modelo *Brine sand* de Castagna & Smith (1994), onde as espessuras da camada foram alteradas (Tabela 2).

O resultado da modelagem sísmica presente na Figura 4 contém ondas do tipo PP, PS, SP e SS. O resultado da modelagem sísmica na Figura 5 também apresenta todos os tipos de ondas, porém apresenta também as múltiplas de superfície mostrando assim, a resposta completa da modelagem utilizando o MR. Os resultados presentes nas Figuras 6 consideraram apenas eventos do tipo PP, evidenciando o fato que o método permite selecionar os tipos de eventos desejados na modelagem.

Camada	Espessura Km	Vp Km/s	Vs Km/s	Qp	Q	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )
1	0.350	1.68	3.28	100	100	2.19
2	0.090	2.03	4.06	100	100	2.40
3	0.150	2.24	3.85	100	100	2.24
4	0.120	2.34	4.06	100	100	2.30
5	0.160	1.79	3.21	100	100	2.22
6	0.180	2.61	4.55	100	100	2.44
7	0.220	1.56	3.05	100	100	2.40
8	0.240	1.78	3.42	100	100	2.53
9	0.270	0.90	2.52	100	100	2.11
10	0.300	1.94	3.44	100	100	2.52
11	0.320	1.54	3.55	100	100	2.38
12	0.360	3.32	5.03	100	100	2.61
13	0.380	0.81	2.07	100	100	2.10
14	0.400	1.38	2.69	100	100	2.13
15	0.440	1.21	2.19	100	100	2.15
16	0.470	1.20	2.52	100	100	2.24
17	0.510	2.30	3.81	100	100	2.25
18	0.540	1.25	2.66	100	100	2.23
19	0.580	1.47	2.84	100	100	2.08
20	0.600	0.67	2.13	100	100	1.90
21	0.630	1.46	3.05	100	100	2.30
22	0.660	1.85	3.46	100	100	2.26
23	0.680	0.93	2.11	100	100	2.11
24	0.720	1.85	3.21	100	100	2.17
25	0.750	2.34	4.35	100	100	2.40

**Tabela 2:** Parâmetros de velocidades e densidades adotados - modelo *BrineSand* (Castagna & Smith, 1994).

### Conclusão

Os resultados da modelagem encontrados através do MR nos permite identificar os diferentes tipos de eventos. Vale ressaltar que no MR, podemos definir separadamente o evento o qual desejamos modelar.

Os resultados apresentados reforçam a eficiência do método e sua grande utilidade como uma ferramenta de modelagem sísmica e pode ser utilizada nos estudos de propagação de ondas em meios estratificados.

### Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao Laboratório de Métodos Computacionais em Engenharia da COPPE/UFRJ.

### Referências

Castagna, J. P. & Smith, S. W, 1994. Comparison of AVO indicators: A modeling study: *Geophysics*, 59, 1506-1507.

Fichman, S., 2005, Modelagem Sísmica em meios Acústicos, Elásticos e Poroelásticos. Tese de Mestrado, UFRJ, Rio de Janeiro.

Hounie, J. N., & Oliveira, S. 2014. The importance of local converted waves on the elastic inversion of compressional data. *Brazilian Journal of Geophysics*, 32(2):323-346.

Kennett, B. L. N., 1983, Seismic wave propagation in stratified media: Cambridge University Press

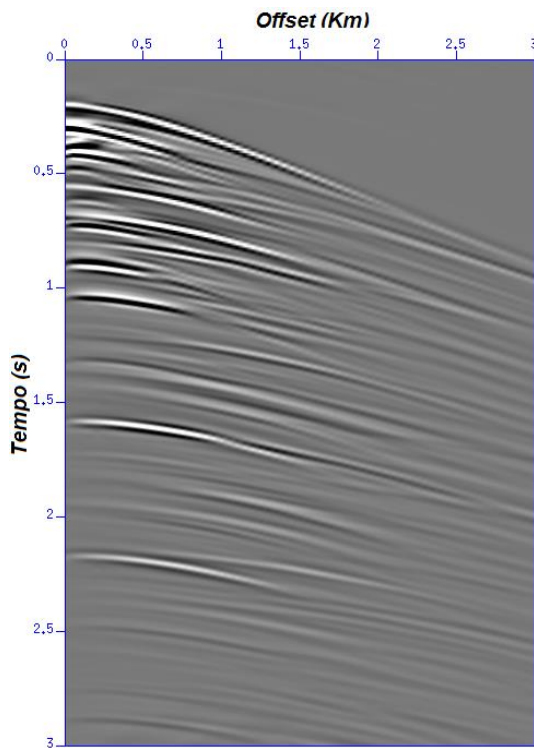
Kennett, B. L. N., & Kerry, N. J., 1979, Seismic waves in a stratified half-space: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc*, 57, 557–583.

Müller, G., 1985, The reflectivity method: a tutorial: *J. Geophys.*, 58, 153–174.

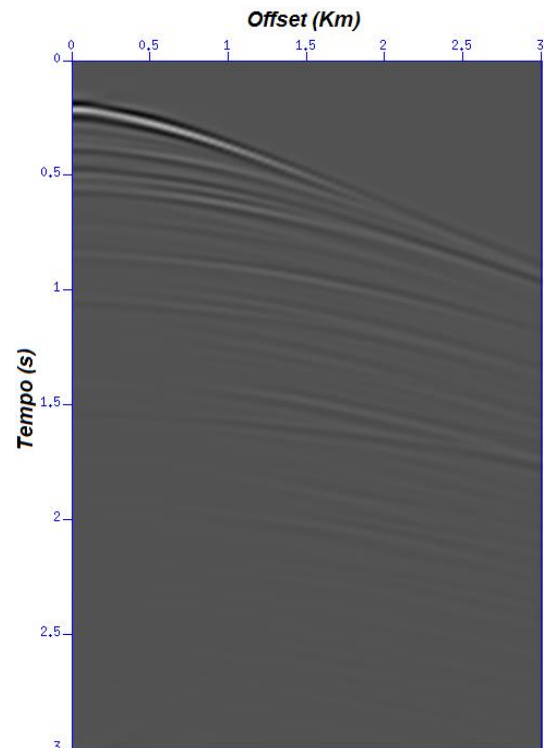
Oliveira, S. 2009. Uma implementação do método da refletividade para modelagem eficiente de dados sísmicos marítimos e de OBC. *Brazilian Journal of Geophysics*, 27(3):323-332.

Thomson, W. T., 1950, Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid medium: *Jour. Appl. Phys.*, 21, 89–93.

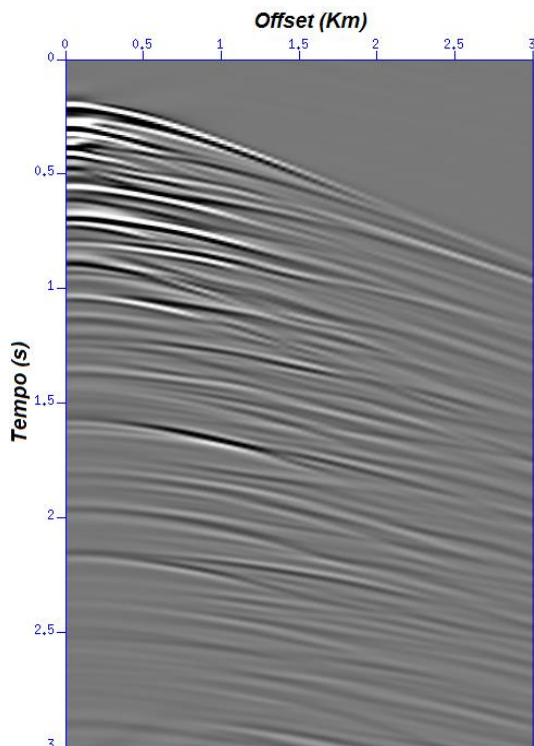
Yongwang, M., Loures, L., Margrave, G. F., 2004 Seismic Modelling with the reflectivity method. CREWS Research Report – v16



**Figura 4** – Modelagem sísmica sobre o modelo *Brine Sand* utilizando o MR sem considerar a presença de ondas múltiplas.



**Figura 6** – Modelagem sísmica sobre o modelo *Brine Sand* utilizando o MR. Considerou-se apenas eventos do tipo PP e sem a presença de ondas múltiplas.



**Figura 5** – Modelagem sísmica sobre o modelo *Brine Sand* utilizando o MR considerando a presença de ondas múltiplas.