SBGF114

Modelagem Gravimétrica de Cavidades

Maria Cristina Gomes Sanches
CPGG/UFBA
Lurimar Smera Batista
UNIT/CPGG/UFBA

Abstract

An analytical expression for the gravitational attraction of a homogeneous polyedral body applying the line integral around its boundary is present here. That effect is calculated by transforming a surface integral into a sum of line integrals using the Stoke's theorem. The purpose of this work is to illustrate the flexibility of the method for modeling cavities and its application for terrain corrections. The developed theory was applied in the gravimetrical modeling of a shallow karst cavity, contends air, located in the Chapada Diamantina, Bahia, proving the efficiency of the method in this type of problem. The advantage of this numerical methodology must it flexibility of smoothing of a polyhedron to the karst body. The results of the modeling will be used in the terrain correction of the data of the effected gravimetrical survey in the area.

INTRODUÇÃO

O método gravimétrico tem sido usado desde o início deste século para detectar distorções no campo gravitacional da terra devido a diferentes distribuições de densidade em subsuperfície. Barnet (1976), Götze e Lahmeyer (1988) e Holstein e Ketteridge (1996) formularam soluções para anomalias gravimétricas causadas por corpos homogêneos, tridimensionais e de forma arbitrária por um poliedro.

O campo gravitacional devido a um corpo anômalo pode ser expresso em termos das linhas de contorno que delimitam o corpo em estudo. Para um corpo anômalo de forma poliédrica (ex. cavidades cársticas) o campo gravitacional pode ser expresso por um somatório de integrais aplicadas sobre um número finito de linhas de contorno.

Nos levantamentos gravimétricos em regiões que contém estruturas com ausência de massa, observam-se anomalias que interferem nos dados de campo. Portanto, é necessário aplicar a correção de terreno aos dados afim de anular a contribuição gravimétrica das estruturas anômalas.

Neste trabalho é apresentada a modelagem gravimétrica de uma cavidade superficial contendo ar, utilizando a metodologia da solução analítica do campo gravimétrico por integrais de linha. A importância do resultado obtido com esta modelagem é a sua utilização na correção topográfica dos dados de levantamentos gravimétricos em regiões que contém estruturas com ausência de massa.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O potencial gravitacional de um corpo homogêneo de volume v na direção z é dado por:

$$g_z = G\,\rho \int_v \nabla \frac{1}{\vec{r}} dv \tag{1}$$

Subdividindo o corpo em elementos de geometria regular, conforme Figura 1, o valor de g_z pode ser calculado como segue:

$$g_z = G\rho \sum_{i=1}^{k} \vec{n_i} \int_{s_i} \frac{ds}{\vec{r}}. \tag{2}$$

$$g_z = G\rho \sum_{i=1}^{k} \vec{n_i} \cdot I_i. \tag{3}$$

Onde k é o número de elementos e $\vec{n}_i$ é o versor normal a cada superfície do corpo . Usando o teorema de Stokes, tem-se:

$$\begin{aligned} I_i &= \int_{s_i} \frac{ds}{\vec{r}} = \oint_{\partial s_i} \nabla \times \vec{F} \cdot \vec{n}\, ds \\ &= \oint_{l_i} \vec{F_i} \times dl. \end{aligned} \tag{4}$$

$\vec{F}$ é uma função vetorial que satisfaz a igualdade acima, ou seja:

$$\vec{F} = \vec{n}_i \times \left(\frac{\vec{R}_\gamma}{R-\gamma}\right) \cdot \frac{(r_j - v_i)}{R_j}, \tag{5}$$

onde: j é o número de vértices; i é cada segmento que discretiza o corpo; v_i é a distância entre o ponto de observação, P, e sua projeção no plano que contém a face, P_i; r_j é o módulo do vetor posição do ponto P em relação a um dos lados, R_j é o módulo do vetor posição do ponto de P_i em relação a um dos lados, conforme Figura 2. Então:

$$I_i = \int_{s_i} \frac{ds}{\vec{r}} = \vec{n}_i \oint_{\partial s_i} \frac{r \times dl}{r + v_i}. \tag{6}$$

cuja solução é:

$$I_i = \left[h_i \log\left(\frac{r+l}{r_0}\right) - v_i \tan^{-1}\left(\frac{l\, h_i}{r_0 + r v_i}\right)\right]_{l_1}^{l_2}. \tag{7}$$

Onde: h_i é a distância entre P_i e o contorno considerado; l é a magnitude do segmento considerado; r_0 é o menor módulo do vetor posição do ponto P em relação a um dos lados; e I_i é resolvida para cada segmento i.

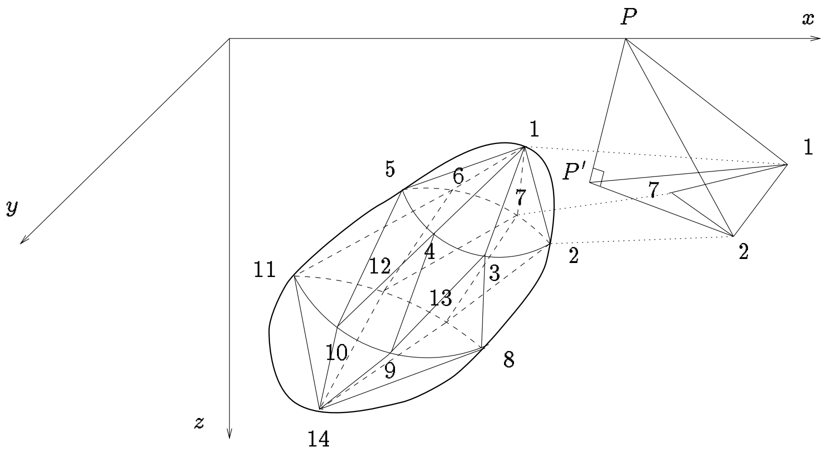

Figura 1: Corpo subdividido em elementos de geometria triangular cujos contornos representam os caminhos de integração.

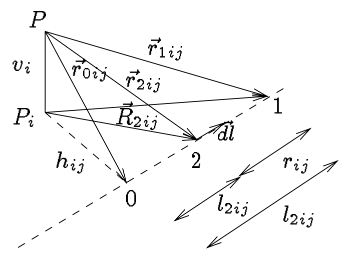

Figura 2: Detalhamento dos elementos geométricos que definem cada contorno do corpo discretizado.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Em um levantamento gravimétrico realizado na região da Chapada Diamantina, no povoado de Santa Rita, próximo à cidade de Iraquara, mais precisamente nas coordenadas geográficas $12,34^0$ W de latitude e $41,60^0$ S de longitude (Figura 3), em uma área de $100m \times 300m$, foi detectada a presença de uma cavidade calcária superficial cujo efeito gravitacional interferiu nas medidas de campo. Portanto, faz-se necessário aplicar a correção de terreno aos dados afim de anular a contribuição gravimétrica da cavidade anômala.
A área foi dividida em onze linhas com separação de $10m$ e estações com $5m$. A cavidade está localizada ao centro-sul da área levantada, entre as estações $1200E$ e $1235E$ e linhas $1540N$ e $1590N$. A base da cavidade encontra-se a uma

profundidade de vinte metros em relação à cota $696,00m$, conforme Figura 4-a. O contraste de densidade entre o meio e a cavidade foi estimado em $-2,70g/cm^3$.
Para realizar a modelagem, aproximou-se a cavidade por um poliedro constituído de dois laços pentagonais, um coincidindo com o topo $(696,00m)$ e o outro na cota $686,00m$, conforme Figura 4-b.
O efeito gravitacional da anomalia é observado sobre toda a área do levantamento (Figura 5). A forma da curva obtida assemelha-se à disposição topográfica da cavidade cárstica. O valor máximo absoluto do campo gravitacional, $690,87\mu Gal$, localiza-se no centro da base da cavidade. O valor mínimo de $0,08\mu Gal$ é observado no ponto de coordenadas $(1350,1640)$.

CONCLUSÃO

O método de modelagem analítica por integração de linha é aplicado a qualquer corpo homogêneo tridimensional que possa ser aproximado a uma forma poliédrica e cujas coordenadas de topo e base sejam conhecidas. A aproximação de um corpo por uma forma poliédrica é vantajosa aos modelos diretos devido a maior flexibilidade de ajuste do poliedro ao corpo real. Além disso, a originalidade deste trabalho consistiu na aplicação da integral de linha nos contornos de uma cavidade a fim de determinar o seu efeito gravitacional em qualquer ponto da área levantada.
Os dados obtidos pela modelagem da cavidade calcária é uma boa aproximação do resultado real e serão utilizados na correção topográfica do levantamento gravimétrico. Portanto o método analítico de integrais de linhas pode ser aplicado para calcular a atração gravitacional de qualquer corpo uniforme.

REFERÊNCIAS

BARNETT, C. T., 1976, Theoretical modeling of the magnetic and gravitacional of an arbitrarily shaped three-dimensional body: Geophysics, **41**, p. 1353-1364.

GÖTZE, H. J., and LAHMEYER, B., 1988, Application of three-dimensional interactive modeling in gravity and magnetics: Geophysics, **53**, p. 1096-1108.

HOLSTEIN, H., and KETTERIDGE, B., 1996, Gravimetric analysis of uniform poliedra: Geophysics, **61**, p. 357-364.

AGRADECIMENTOS

Somos gratos ao CNPQ pelo apoio financeiro e ao Prof. Dr. Edson Sampaio pela orientação e incentivo.

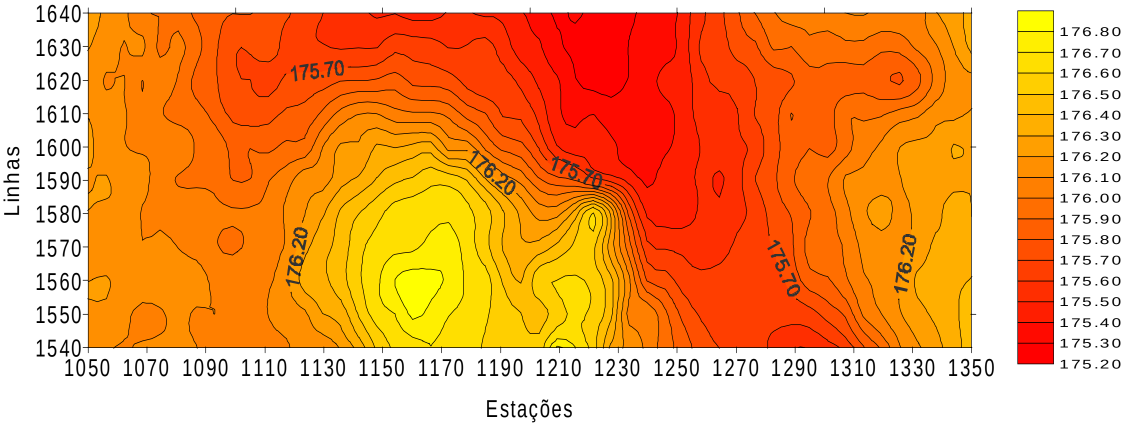

Figura 3: Contorno gravimétrico dos dados observados localizado entre as estações 1050E e 1350E e as linhas 1540N e 1640N.

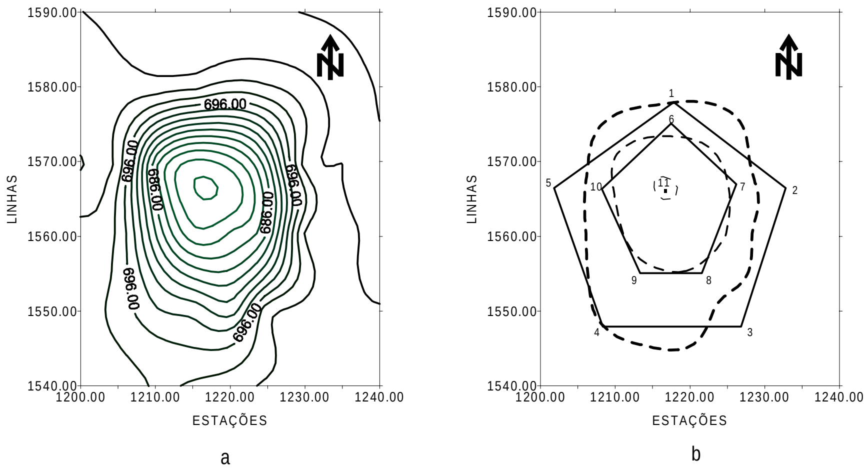

Figura 4: (a) Contorno topográfico da cavidade calcária localizado entre as estações 1200E e 1235E e linhas 1540N e 1590N; (b) Aproximação poliédrica da cavidade calcária.

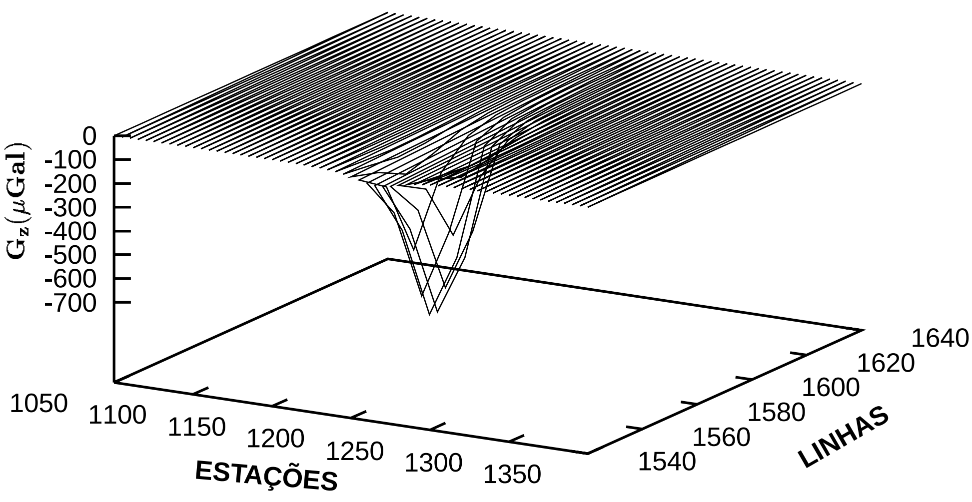

Figura 5: Campo gravitacional da cavidade calcária sobre a área levantada.