



Inversão gravimétrica do relevo descontínuo de uma bacia sedimentar

Valéria Cristina Ferreira Barbosa *, João Batista Corrêa da Silva * †
e Walter Eugênio de Medeiros ‡

* Laboratório Nacional de Computação Científica

† Universidade Federal do Pará ‡ Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Abstract

We present a new stable gravity inversion method applied to the mapping of an interface separating two homogeneous media. In contrast with previous similar methods, it does not impose an overall smoothness on the estimated interface to stabilize the solution. The density contrast between the media is assumed to be known. The interpretation model for the upper medium consists of rectangular juxtaposed prisms whose thicknesses represent the depths to the interface and are the parameters to be estimated. The true interface is assumed to be flat everywhere except at faults. To incorporate this attribute into the estimated relief, we developed an iterative process where three kinds of constraints are imposed on parameters: (a) proximity between values of adjacent parameters, (b) lower and upper bounds to parameters, and (c) proximity between the values of parameters and fixed numerical values. Starting with an initial solution which presents an overall smooth relief, the method enhances initially estimated geometric features of the interface; that is, flat areas will tend to become flatter and steep areas will tend to become steeper. This is accomplished by weighting the constraints, which requires proximity between adjacent parameters. The weights are initialized with values equal to unity and are automatically updated to enhance any discrepancy between adjacent depths that have been detected at the initial solution. Constraints (b) and (c) are used both to compensate for the decrease in solution stability due to the introduction of small weights, and to reinforce flatness at the basin bottom. Constraint (b) imposes that any depth be nonnegative and smaller than an a priori known maximum depth value whereas constraint (c) imposes that all depths be closest to a value greater than the maximum depth. The trade-off between these conflicting constraints is attained with a final relief presenting flat bottom and steep borders. The method was tested with synthetic data produced by a simulated sedimentary cratonic extensional basin having a smooth floor, steep edges and known depth to the bottom. The results showed an improvement in the resolution of the relief, leading to a reliable mapping both of the sharp discontinuities at the borders and of the lateral extent of the base of the basin. The method was also applied to the Bouguer anomaly from the northern portion of Steptoe Valley, Nevada, delineating an isolated basin with a wider, flat base and more straight borders as compared with the estimate imposing overall smoothness on the relief.

INTRODUÇÃO

Na literatura de inversão, de acordo com o conhecimento dos autores, todos os métodos de interpretação de dados gravimétricos objetivando estimar o relevo do embasamento de uma bacia sedimentar são adequados ao mapeamento de bacias intracratônicas, caracterizadas por um processo de subsidência lento e uma resistência ao cisalhamento vertical, resultando em um relevo suave. Como exemplo citamos os métodos de Oldenburg (1974), Leão et al. (1996) e Barbosa et al. (1997). No entanto, estes métodos não são adequados para interpretar dados de bacias do tipo rifte interior em que os esforços distensivos geram falhamentos normais com grandes rejeitos. Com este objetivo, apresentamos um método estável para estimar as profundidades do embasamento de uma bacia sedimentar homogênea introduzindo-se o vínculo geológico que o relevo do embasamento é predominantemente suave no fundo da bacia exceto nas bordas onde ocorrem discontinuidades produzidas por falhas. Esta informação geológica qualitativa é matematicamente incorporada ao problema através da combinação dos seguintes vínculos às profundidades do embasamento: *i*) vínculo aproximado de igualdade relativa ponderada (IRP), *ii*) vínculo aproximado de igualdade absoluta (IA), e *iii*) vínculo de desigualdade estrita (DE).

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Seja g^o um conjunto de N observações gravimétricas produzidas por uma bacia sedimentar constituída de sedimentos e embasamento homogêneos, com contraste de densidade ($\Delta\rho$) entre eles conhecido. Para estimar o relevo do embasamento desta bacia, presumimos como modelo interpretativo um conjunto de M prismas verticais justapostos, tridimensionais (3-D) cujas espessuras são os parâmetros a serem estimados. O topo de cada prisma coincide com a superfície da Terra e todos os prismas têm dimensões horizontais iguais. Por simplicidade, presumimos que os dados gravimétricos foram interpolados em uma malha regular com espaçamentos dx e dy ao longo das direções x e y ,

respectivamente. Estes espaçamentos são iguais às dimensões horizontais dos prismas e as coordenadas x e y do centro de cada prisma coincidem com um ponto de observação gravimétrica.

Seja \mathbf{p} o vetor M -dimensional cujos elementos p_j são as espessuras dos prismas a serem estimadas e $\mathbf{g}(\mathbf{p})$ o vetor N -dimensional cujo i -ésimo elemento $g_i(\mathbf{p})$ é o campo gravimétrico produzido pelos M prismas no i -ésimo ponto de observação. O problema inverso não linear de estimar \mathbf{p} a partir dos dados gravimétricos pode ser formulado como um problema de minimização do funcional

$$\phi^g(\mathbf{p}) = 1/N \|\mathbf{g}(\mathbf{p}) - \mathbf{g}^o\|^2, \quad (1)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma Euclideana. O vínculo aproximado de igualdade relativa ponderada (IRP) nas espessuras é incorporado minimizando-se o funcional

$$\phi^r(\mathbf{p}) = f^r/M \|\mathbf{W} \mathbf{R} \mathbf{p}\|^2, \quad (2)$$

sendo f^r um fator de normalização, \mathbf{W} uma matriz diagonal de pesos $K \times K$ e \mathbf{R} uma matriz $K \times M$ cujas linhas contêm apenas **dois** elementos não nulos: 1 e -1. Estes elementos estão associados com cada par de parâmetros adjacentes (Medeiros e Silva, 1996). K é o número total de pares de parâmetros adjacentes. No caso particular em que \mathbf{W} é definida como a matriz identidade \mathbf{I} , de ordem K , ou seja usando-se apenas $\|\mathbf{R} \mathbf{p}\|^2$, um comportamento suave é imposto a todo o relevo estimado do embasamento. No presente método a matriz \mathbf{W} é usada para relaxar o vínculo de suavidade, ponderando a i -ésima linha da matriz \mathbf{R} pelo i -ésimo elemento w_{ii} , $\in (0,1]$, da diagonal de \mathbf{W} . Por exemplo, se $w_{ii}=1$, a suavidade entre as espessuras dos prismas adjacentes associados com o i -ésimo vínculo será a maior possível, mas ainda compatível com os dados gravimétricos; por outro lado, se $w_{ii} \approx 0$, nenhuma transição suave é imposta entre estas espessuras. Definimos o elemento w_{ii} da matriz \mathbf{W} com sendo um valor inversamente proporcional à diferença entre as estimativas das espessuras adjacentes definindo o i -ésimo vínculo, ou seja, quanto maior a diferença entre as estimativas das espessuras dos prismas adjacentes, menor será o peso assinalado à suavidade entre eles. Desta forma, estimativas de parâmetros adjacentes próximas entre si tenderão a tornar-se ainda mais próxima e vice-versa. No caso particular em que \mathbf{W} é igual a \mathbf{I} , o vínculo de suavidade máxima é imposto a todos os parâmetros adjacentes, correspondendo a um estimador muito empregado na literatura de inversão geofísica (Phillips, 1962; Constable et al., 1987; Barbosa et al., 1997). Neste trabalho, a estimativa do relevo do embasamento usando-se $\mathbf{W}=\mathbf{I}$, será referida como inversão com suavidade global (SG). Por outro lado, a interpretação usando-se pesos não uniformes será designada inversão com suavidade ponderada (SP). Portanto, no método SP, o papel da matriz \mathbf{W} é reduzir o conflito entre o vínculo da inversão SG e as reais descontinuidades existentes no relevo do embasamento. Como o problema de estimar \mathbf{p} é um problema não linear e a matriz \mathbf{W} é função do vetor \mathbf{p} , ambos \mathbf{p} e \mathbf{W} serão estimados através de um processo iterativo inicializado-se com a estimativa da inversão SG e computando-se na k -ésima iteração a matriz $\mathbf{W}_{(k)}$ como

$$\mathbf{W}_{(k)} \equiv \{w_{ii(k)}\} = e^{-f} [(p_{j(k)}^* - p_{l(k)}^*)^2 - \varepsilon_{(k)} (p_{max_j} - p_{min_j}) (p_{max_l} - p_{min_l})], \quad (3)$$

em que os subscritos j e l definem o i -ésimo par de parâmetros adjacentes, f é um escalar positivo e $\varepsilon_{(k)}$ é um fator de normalização vinculando o maior valor de $w_{ii(k)}$ a ser igual a 1. Ressaltamos, no entanto, que esta tentativa de aumentar a resolução implica o inevitável decréscimo na estabilidade da solução que será compensado através da incorporação ao problema dos vínculos DE e IA descritos abaixo.

Os vínculos desigualdades estritas (DE) nas espessuras são definidos, elemento por elemento, como $\mathbf{p}_{min} < \mathbf{p} < \mathbf{p}_{max}$, em que \mathbf{p}_{min} e \mathbf{p}_{max} são vetores M -dimensionais que definem os limites inferior e superior, respectivamente, para as espessuras dos prismas.

O vínculo aproximado de igualdade absoluta (IA) nas espessuras é incorporado minimizando-se

$$\phi^a(\mathbf{p}) = f^a/M \|\mathbf{A} \mathbf{p} - \mathbf{p}^a\|^2, \quad (4)$$

em que f^a é um fator de normalização, \mathbf{A} é uma matriz $H \times M$ ($H \leq M$) cujas linhas contêm apenas um elemento não nulo, igual ao valor 1 e \mathbf{p}^a é um vetor de referência para as espessuras, especificado a priori. A minimização $\phi^a(\mathbf{p})$, força, no sentido dos mínimos quadrados, H parâmetros a serem próximos a H valores de referência especificados a priori. Neste trabalho, o uso deste vínculo tem dois objetivos: *i*) compensar o decréscimo de estabilidade resultante do uso do vínculo IRP; e *ii*) em combinação com o vínculo DE, permitir incorporar a informação de que o fundo da bacia é suave e horizontal; para tanto é assinalado ao vetor \mathbf{p}^a um valor que intencionalmente viola o limite superior dos parâmetros, isto é $\mathbf{p}^a > \mathbf{p}_{max}$. Como nenhum parâmetro estimado pode violar o limite superior imposto a priori, a solução estimada tenderá a valores próximos de \mathbf{p}_{max} ; assim, o relevo estimado da bacia tenderá a apresentar um fundo achatado.

O problema inverso de estimar o vetor de parâmetros \mathbf{p} pode então ser formulado como

$$\text{MINIMIZE } \phi^r(\mathbf{p}) \text{ e } \phi^a(\mathbf{p}), \quad (5)$$

sujeito a:

$$\phi^g(\mathbf{p}) = \delta, \quad (6)$$

e

$$\mathbf{p}_{min} < \mathbf{p} < \mathbf{p}_{max}, \quad (7)$$

sendo δ o valor esperado para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído contido nos dados gravimétricos.

APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

A Figura 1a mostra a anomalia Bouguer (pontos) contaminada com ruído aditivo, Gaussiano, pseudo-aleatório, com média nula e desvio padrão de 0,5 mGal. Esta anomalia foi produzida por uma bacia sedimentar 2-D simulada com $\Delta\rho$ constante e igual a -0,2 g/cm³ em relação ao embasamento. Como mostram as Figuras 1b e 1c em linha contínua, a configuração da bacia sedimentar simulada apresenta bordas abruptas e fundo achatado simulando uma bacia extensional cratônica. Presumimos um modelo interpretativo consistindo de 31 prismas verticais com largura de 2 km

definidos no intervalo $x \in [-1 \text{ km}, 63 \text{ km}]$. O relevo estimado produzido pelo método SG sem os vínculos DE e IA (Figura 1b em linha tracejada) mostra bordas suavizadas da bacia, em vez de bordas abruptas, e um fundo da bacia estreito e curvado, em lugar de largo e achatado. A baixa resolução é uma consequência da informação a priori usada pela inversão SG para estabilizar a solução: uma suavização global. Em síntese, o relevo do embasamento estimado, apesar de ser substancialmente diferente do relevo verdadeiro da bacia, explica os dados gravimétricos e é consistente com a informação a priori introduzida. Na aplicação do método SP, empregamos $\rho_{min} = 0 \text{ km}$ (vetor nulo), $f = 30$ e assinalamos a todos os elementos de ρ_{max} e ρ^a os valores, respectivamente, iguais a 4,67 km e 8 km. O resultado (Figura 1c em linha tracejada) mostra uma melhoria na resolução do relevo do embasamento, possibilitando a definição das regiões do relevo caracterizadas tanto por descontinuidades quanto por baixos gradientes. A anomalia gravimétrica ajustada usando-se a inversão SP é mostrada na Figura 1a em linha contínua.

APLICAÇÃO A DADOS REAIS

A Figura 2 mostra, em linhas contínuas, a anomalia Bouguer da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, corrigida dos efeitos crustais mais profundos. Segundo Carlson e Mabey (1963), os gradientes gravimétricos são provavelmente produzidos por falhas normais de alto ângulo que apresentam grandes deslocamentos verticais entre os blocos falhados, indicando que o vale é um graben. O contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento foi presumido constante e igual a $-0,3 \text{ g/cm}^3$. Os resultados obtidos aplicando-se o método SG, sem os vínculos DE e IA, são mostrados na Figura 3, onde são evidenciados dois baixos estruturais (A e B), separados por uma região de baixo gradiente (C). O principal baixo estrutural (A) tem a topografia do fundo levemente achatada e direção norte-nordeste. Ao aplicarmos o método SP estabelecemos $\rho_{min} = 0 \text{ km}$, $f = 40$ e assinalamos ao elemento ρ_{max_j} de ρ_{max} valores iguais a 3,0 km ou 1,5 km, dependendo se o centro do j -ésimo prisma estiver mais próximo ao baixo gravimétrico A_1 ou ao baixo B_1 (Figura 2), respectivamente. Estes valores foram baseados em informações relatadas por Carlson e Mabey (1963). O j -ésimo elemento de ρ^a foi definido como $\rho^a_j = \rho_{max_j} + 1 \text{ km}$. A estimativa do relevo do embasamento é mostrada na Figura 4 e a anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 2 (linhas tracejadas). Comparando a Figura 3 com a Figura 4, notamos a melhor resolução da inversão SP na definição do relevo do embasamento no baixo estrutural A. Na Figura 4, este baixo destaca-se como uma sub-bacia isolada, possivelmente controlada tectonicamente por falhamentos com direção norte-sul que limitam um único e alongado depocentro que apresenta uma topografia do fundo visivelmente mais achatada em comparação com os resultados mostrados na Figura 3 (método SG). O aumento na resolução das bordas da sub-bacia A permitiu inferir a presença de uma falha dextral de direção noroeste-sudeste (FF' na Figura 4), mais nova que os falhamentos extensionais norte-sul que controlaram o desenvolvimento desta bacia.

CONCLUSÕES

Apresentamos um novo método de interpretação gravimétrica para o mapeamento de uma interface separando dois meios homogêneos. Este método não exige que a interface a ser mapeada seja suave ou contínua. Desta forma o método torna-se particularmente adequado ao mapeamento do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar controlada por sistemas de falhas normais. Testes usando dados sintéticos e reais mostraram que o método melhora a resolução das bordas da bacia permitindo uma clara definição dos falhamentos que controlaram a evolução da bacia. A obtenção deste aumento na resolução foi possível uma vez que introduzimos a informação a priori adicional de que a bacia tem uma topografia do fundo achatada, cuja profundidade máxima é conhecida. Esta informação geológica a priori é introduzida ao problema inverso através da combinação de vários vínculos matemáticos: *i)* o mínimo da derivada primeira ponderada dos parâmetros (vínculo aproximado de igualdade relativa ponderada); *ii)* proximidade dos parâmetros a um valor fixo (vínculo aproximado de igualdade absoluta); e *iii)* limites mínimos e máximos dos parâmetros (vínculo de desigualdade estrita). Ressaltamos que se houvesse disponibilidade de informação geológica sobre o ângulo médio de mergulho dos falhamentos, que controlam as bordas da bacia, ela poderia ser usada para determinar, adicionalmente, o contraste de densidade ou a profundidade máxima do fundo da bacia.

REFERÊNCIAS

- Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., and Medeiros, W. E., 1997. Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, 62, 1745-1757.
- Carlson, J. E. and Mabey, D. R., 1963. Gravity and aeromagnetic map of the Ely area, White Pine county, Nevada: U.S.G.S., map GP-392.
- Constable, S. C., Parker, R. L., and Constable, C. G., 1987. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, 52, 289-300.
- Leão, J. W. D., Menezes, P. T. L., Beltrão, J. F., and Silva, J. B. C., 1996. Gravity inversion of basement relief constrained by the knowledge of depth at isolated points: *Geophysics*, 61, 1702-1714.
- Medeiros, W. E., and Silva, J. B. C., 1996. Geophysical inversion using approximate equality constraints: *Geophysics*, 61, 1678-1688.
- Oldenburg, D. W., 1974. The inversion and interpretation of gravity anomalies: *Geophysics*, 39, 526-536.
- Phillips, D. L., 1962. A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind: *J.ACM*, 9, 84-97.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

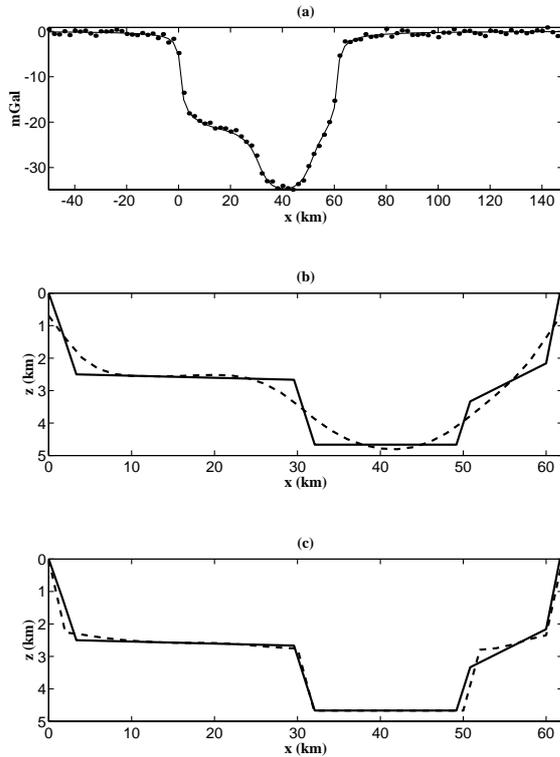


Figura 1 – Dados sintéticos 2-D de uma bacia: (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua) usando a inversão SP. Relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimados (linha tracejada) usando as inversões SG (b) e SP (c).

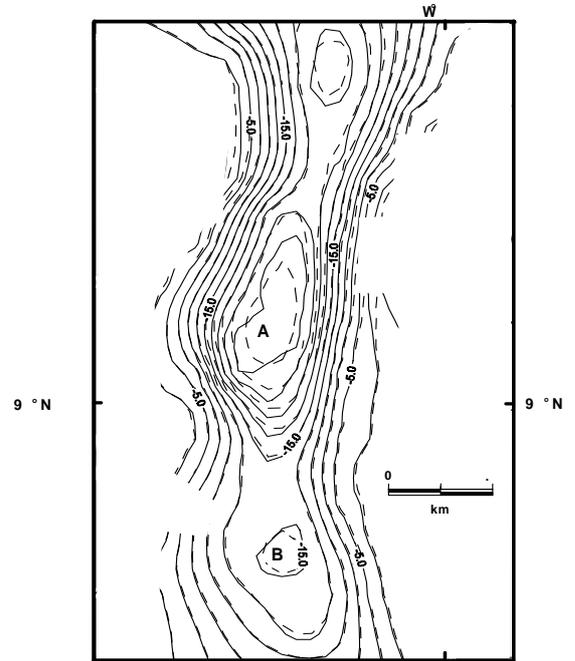


Figura 2 – Steptoe Valley Nevada. Anomalias : Bouguer residual (linhas contínuas) e ajustada (linhas tracejadas) usando a inversão SP.

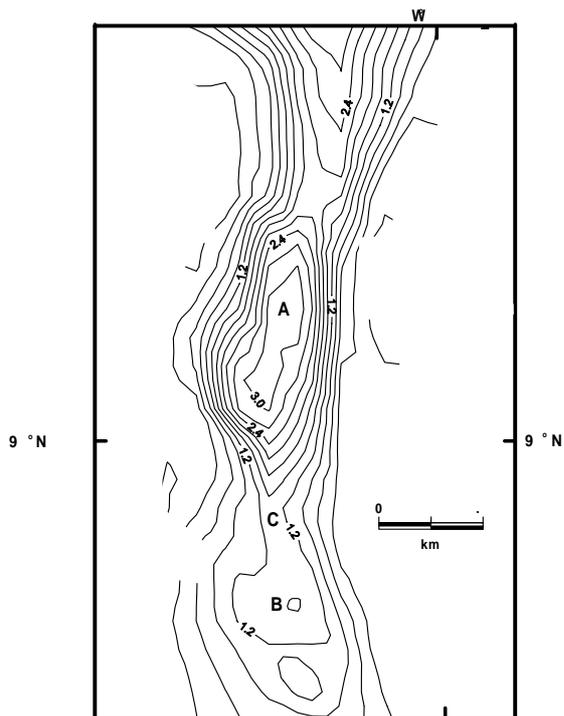


Figura 3 – Steptoe Valley Nevada. Relevo estimado usando o método de inversão SG.

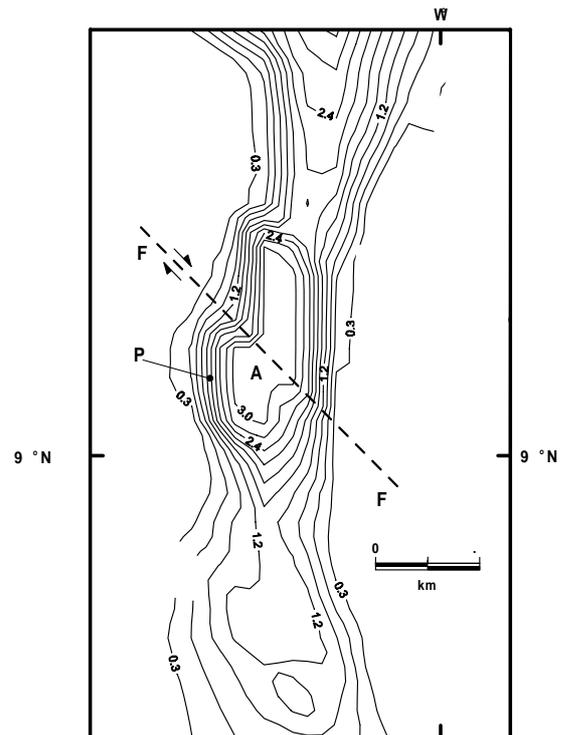


Figura 4 – Steptoe Valley Nevada. Relevo estimado usando o método de inversão SP.