



Inversão gravimétrica do relevo não suave de uma bacia sedimentar com variação do contraste de densidade

Valéria Cristina Ferreira Barbosa *, João Batista Corrêa da Silva * †
e Walter Eugênio de Medeiros ‡

* Laboratório Nacional de Computação Científica

† Universidade Federal do Pará ‡ Universidade Federal do Rio Grande do Norte

ABSTRACT

We present a new stable method for interpreting the basement relief of a sedimentary basin which delineates sharp discontinuities in the basement relief and incorporates any law known a priori for the spatial variation of the density contrast. The subsurface region containing the basin is discretized into a grid of juxtaposed elementary prisms whose density contrasts are the parameters to be estimated. It is imposed that any vertical line intersect the basement relief only once and that the mass deficiency be concentrated near the Earth's surface, subject to the observed gravity anomaly being fitted within the experimental errors. In addition, upper and lower bounds on the density contrast of each prism are introduced a priori (one of the bounds being zero) and the method assigns to each elementary prism a density contrast which is close to either bound. The basement relief is, therefore, delineated by the contact between the prisms with null and nonnull estimated density contrasts, the latter occupying the upper part of the discretized region. Thus, the method is stabilized by introducing constraints favoring solutions having the attributes (shared by most sedimentary basins) of being an isolated compact source with lateral borders dipping either vertically or toward the basin center and having horizontal dimensions much greater than its largest vertical dimension. Arbitrary laws of spatial variations of the density contrast, if known a priori, may be incorporated to the problem by assigning suitable values to the nonnull bound of each prism. The proposed method differs from previous stable methods by using no smoothness constraint on the interface to be estimated. As a result, it may be applied not only to intracratonic sag basins where the basement relief is essentially smooth, but also to rift basins whose basements present discontinuities caused by faults. The method's utility in mapping such basements were demonstrated in tests using synthetic data produced by simulated rift basins. The method mapped with good precision a sequence of step faults which are close to each other and present small vertical slips, a feature particularly difficult to detect from gravity data only. The method was also able to map isolated discontinuities with large vertical throw. The method was applied to the gravity data from Recôncavo Basin, Brazil. The results showed close agreement with known geological structures of the basin. It also demonstrated the method's ability to map a sequence of alternating terraces and structural lows, which could not be detected just from the inspection of the gravity anomaly.

INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos na interpretação de dados gravimétricos de uma bacia sedimentar é mapear a interface sedimento-embasamento. Infelizmente, este problema é matematicamente mal-posto devido à instabilidade das soluções. Sob a hipótese que o pacote sedimentar é homogêneo, uma difundida estratégia de estabilização é introduzir um grau de suavidade ao relevo estimado do embasamento (Bott, 1960; Oldenburg, 1974; Leão et al., 1996; Barbosa et al., 1997). Nos últimos anos, surgiram generalizações dos métodos de Bott (1960) e Oldenburg (1974) no sentido de incorporar informação sobre variação do contraste de densidade com a profundidade. No entanto, a maioria destes métodos dispensa maior atenção ao problema matemático de aproximar uma conhecida variação discreta da densidade por uma função contínua, dispensando menos atenção na estabilidade da solução obtida. O objetivo deste trabalho é apresentar um novo método de inversão estável para o mapeamento do relevo do embasamentos que incorpora informação a priori sobre a variação do contraste de densidade com a profundidade. A estratégia para estabilização do nosso problema inverso favorece estimar soluções tendo como atributo a característica de ser um corpo anômalo isolado com bordas abruptas mergulhando verticalmente ou em direção ao centro de massa da fonte anômala e tendo dimensões horizontais muito maiores que sua dimensão vertical.

METODOLOGIA

Seja g^o um conjunto de N observações gravimétricas produzidas por uma bacia sedimentar com sedimentos heterogêneos e um embasamento homogêneo. Para estimar a distribuição do contraste de densidade dentro da bacia, uma região finita R envolvendo a bacia é dividida em M prismas elementares retangulares bidimensionais justapostos cujas dimensões do j -ésimo prisma a_j e h_j ao longo das direções x e z , respectivamente, são conhecidas. O contraste de densidade de cada prisma é constante, podendo haver, no entanto, variação deste contraste entre os prismas. O problema inverso de estimar p usando apenas g^o pode ser formulado como um problema de minimização do funcional

$$\phi^g(\mathbf{p}) = 1/N \|\mathbf{g}(\mathbf{p}) - \mathbf{g}^o\|^2, \quad (1)$$

sendo $\|\cdot\|$ a norma Euclideana e $\mathbf{g}(\mathbf{p})$ o vetor N -dimensional contendo a anomalia gravimétrica ajustada e definido por.

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{A} \mathbf{p}, \quad (2)$$

em que $\mathbf{A} \equiv \{a_{ij}\}$ é a matriz $N \times M$ das funções de Green cujo elemento a_{ij} é a contribuição do j -ésimo prisma, com contraste de densidade unitário, à i -ésima observação. Estimar o vetor \mathbf{p}^* minimizando-se $\phi^g(\mathbf{p})$ é um problema matematicamente mal-posto, caracterizado por soluções não únicas e instáveis. Para transformar este problema mal-posto em um problema bem-posto, introduziremos as seguintes informações adicionais: *i*) qualquer linha vertical intercepta o relevo do embasamento apenas uma única vez; *ii*) a fonte anômala está concentrada em torno da superfície média do terreno, e *iii*) a fonte anômala pode ser representada por uma distribuição dos contrastes de densidade dos prismas elementares, tal que a estimativa do contraste de cada prisma é forçada a assumir um valor próximo a um limite inferior ou superior, ambos especificados a priori para cada prisma. Estas informações introduzidas incorporam, indiretamente, o significativo vínculo geológico que a bacia é uma fonte isolada e compacta com bordas com mergulhos verticais ou em direção ao centro da bacia e tendo suas dimensões horizontais muito maiores que sua dimensão vertical. O problema vinculado descrito acima é solucionado através do seguinte método iterativo. Inicializa-se com uma aproximação inicial $\mathbf{p}_{(0)}$ muito próxima ao vetor nulo. Então procuramos por uma perturbação $\Delta \mathbf{p}_{(0)}$, que deve afetar principalmente os parâmetros próximos à superfície da Terra e explicar uma fração da anomalia gravimétrica. Esta perturbação é adicionada à aproximação $\mathbf{p}_{(0)}$, levando à aproximação $\mathbf{p}_{(1)}$. A anomalia produzida pela aproximação corrente é removida das observações \mathbf{g}^o , produzindo uma anomalia residual que é agora usada no cálculo da nova perturbação que deverá explicar parcialmente a anomalia residual e afetar principalmente os parâmetros próximos à superfície da Terra. Ao longo das iterações, cada elemento do vetor de parâmetros \mathbf{p} é forçado a assumir um valor próximo a um limite inferior ou superior (especificados a priori para cada prisma elementar). Deste modo, a solução final apresentará a maior parte da deficiência de massas concentrada de modo compacto, próxima à superfície da Terra e se distanciará da solução nula por uma quantidade necessária para explicar a anomalia observada. Adicionalmente, a solução final apresentará as bordas laterais mergulhando verticalmente ou em direção ao centro de massa da fonte anômala. Isto ocorre porque a anomalia residual decresce a cada iteração e, em todas as iterações, o método tende a concentrar os contrastes de densidade anômalos tão próximo quanto possível da superfície da Terra, desta forma o número de prismas elementares tendo contrastes de densidade não nulos e que estão localizados em uma dada linha horizontal será menor que o número de prismas localizados imediatamente abaixo. Matematicamente este método é implementado estimando-se uma perturbação $\Delta \mathbf{p}_{(k)}$, na k -ésima iteração, que minimiza o funcional

$$\phi^\Delta(\mathbf{p}) = 1/N \|\mathbf{W}_{e(k)}^{1/2} [\mathbf{g}^o - \mathbf{A} \mathbf{p}_{(k)} - \mathbf{A} (\Delta \mathbf{p}_{(k)})]\|^2 + \lambda(\delta) 1/M \|\mathbf{W}_{p(k)}^{1/2} \Delta \mathbf{p}_{(k)}\|^2, \quad (3)$$

sujeito a:

$$\mathbf{p}_{min} < \mathbf{p} < \mathbf{p}_{max}, \quad (4)$$

em que os vínculos de desigualdades são definidos, elemento por elemento, sendo \mathbf{p}_{min} e \mathbf{p}_{max} vetores M -dimensionais que definem os limites inferior e superior, respectivamente, para os contrastes de densidade dos prismas. $\mathbf{W}_{p(k)}$ é uma matriz diagonal de peso definida positiva que incorpora a informação a priori que a deficiência de massa anômala está concentrada próxima à superfície da Terra. Matematicamente, este vínculo geológico pode ser incorporado ao problema inverso minimizando-se o momento de inércia das fontes anômalas em relação ao eixo x (Guillen e Menichetti, 1984). Então o j -ésimo elemento de $\mathbf{W}_{p(k)}$ é

$$w_{p_{jj}(k)} = [v_j ((h_j^2/12) + z_j^2)] / [|p_{j(k)}| + \varepsilon] \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (5)$$

em que v_j é a área do j -ésimo prisma elementar, h_j é a dimensão do prisma elementar na direção z , z_j é a coordenada em z do centro do j -ésimo prisma, p_j é o j -ésimo elemento do vetor \mathbf{p} e ε é um número positivo suficientemente pequeno cuja ordem de grandeza corresponde à precisão numérica do computador.

A matriz $\mathbf{W}_{e(k)}$ é uma matriz diagonal de peso definida positiva cujo i -ésimo elemento é dado por (Last e Kubik, 1983)

$$w_{e_{ii}(k)} = \sigma^2 \text{diag} \left\{ \mathbf{A} \mathbf{W}_{p(k)}^{-1} \mathbf{A}^T \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

em que σ é uma estimativa do desvio padrão do ruído contido nos dados e o superscrito T denota transposição. O parâmetro $\lambda(\delta)$ é um multiplicador de Lagrange (escalar não negativo) e δ o valor esperado para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído contido nos dados gravimétricos. O valor de $\lambda(\delta)$ é selecionado de modo a produzir uma solução compacta que leva a um ajuste dos dados gravimétricos observados, compatível com a presença de um nível de ruído. Obtemos uma aproximação para a estimativa $\Delta \mathbf{p}_{(k)}$ (o símbolo “*” denota estimativa) em duas etapas. A primeira consiste em resolver o problema inverso vinculado (definido pela equação (3) e inequação (4)) desprezando-se a dependência das matrizes \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_e em relação ao vetor \mathbf{p} . A segunda etapa consiste em forçar a fonte anômala ser compacta. Desta forma, $p_{j(k+1)}^*$ é tentativamente congelado no limite superior ou inferior (\mathbf{p}_{max} ou \mathbf{p}_{min}) assinalando-se um valor muito grande (da ordem de $1/\varepsilon$) ao j -ésimo elemento da matriz $\mathbf{W}_{p(k+1)}$ quando $p_{j(k)}^*$ for maior que $p_{maxj} - v$ ou menor que $p_{minj} + v$ (em que v é um escalar positivo pequeno). Este método é inicializando ($k=0$) estabelecendo-se: \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_e igual a matriz identidade, $\mathbf{p}_{max} = \mathbf{o}$ (vetor nulo) e elementos dos vetores \mathbf{p}_{min} e $\mathbf{p}_{(0)}$ (aproximação inicial) valores que satisfazem ao vínculo de desigualdade. Sugerimos usar $p_{j(0)} = p_{minj} / 100$, $j = 1, 2, \dots, M$.

APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

A Figura 1a mostra no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 40 \text{ km}]$, 41 observações (pontos) equiespaçadas da anomalia Bouguer contaminada por ruído pseudo-aleatório, aditivo, Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,5 mGal. Esta anomalia foi produzida por uma bacia sedimentar 2-D simulada com contraste de densidade uniforme de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ relativo a um embasamento cristalino cujo relevo é mostrado na Figura 1b em linha contínua. Este modelo simula um arcabouço caracterizado por um expressivo baixo assimétrico controlado por falhamentos normais e que na porção mais profunda ($z > 4 \text{ km}$) é limitado, lateralmente, por falhas normais sintéticas cujo ângulo de mergulho é igual a 48° e o

rejeito é aproximadamente 2,25 km. No intervalo $z \in [0 \text{ km}, 4 \text{ km}]$, dois diferentes padrões de falhamentos estão presentes. Entre $x \in [36 \text{ km}, 37 \text{ km}]$, o embasamento é controlado por uma falha sintética com ângulo de mergulho de 70° e rejeito de 4 km, definindo uma borda da bacia extremamente abrupta. Por outro lado, o padrão, no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 20 \text{ km}]$, é uma seqüência complexa de falhas sintéticas e antitéticas com rejeitos pequenos (menores que 1 km), produzindo um relevo muito mais suave (gradiente médio de aproximadamente 11°) quando comparado a outra borda. Na aplicação do método apresentado discretizamos a região da subsuperfície limitada pelo intervalo $x \in [0 \text{ km}, 40 \text{ km}]$ e $z \in [0 \text{ km}, 7 \text{ km}]$ em prismas elementares retangulares 2-D justapostos com dimensões iguais a 0,5 km ao longo das direções x e z . Estabelecemos $\lambda(\delta) = 0,5$, $p_{max} = 0$ e assinalamos a todos os elementos de p_{min} o valor $-0,2 \text{ g/cm}^3$. Os resultados são mostrados na Figura 1b, em que o contraste de densidade de cada prisma está representado em porcentagens do contraste de densidade presumido ($-0,2 \text{ g/cm}^3$). A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 1a em linha contínua. A Figura 1b mostra a excelente performance do método no mapeamento tanto da borda abrupta como da borda mais suave. Particularmente na borda mais suave da bacia, o método produz uma boa definição da seqüência de pequenas descontinuidades, que é uma feição muito difícil de ser detectada usando-se métodos inversos estabilizados com vínculo de suavidade (mínimo da primeira derivada dos parâmetros).

APLICAÇÃO A DADOS REAIS

A Figura 2 mostra o mapa da anomalia Bouguer da Bacia do Recôncavo, produzida pelo relevo do embasamento cristalino (Leão et al., 1996). A Bacia do Recôncavo é um dos grabens pertencentes ao sistema de rifte intra-continental abortado denominado Recôncavo-Tucano-Jatobá. Estruturalmente, esta bacia é controlada por um sistema de falhas normais que segmentou o seu embasamento em sub-bacias. As falhas normais apresentam altos ângulos de mergulho que segundo Milani e Davison (1988), na sub-bacia oeste, estão no entorno de 60° . A Figura 3a mostra a anomalia Bouguer (pontos) ao longo do perfil AA' (veja localização na Figura 2) que foi digitalizada diretamente a partir do mapa de contorno da Figura 2 em intervalos regulares de 1 km produzindo um total de 50 observações. O perfil gravimétrico foi subdividido em 4 janelas de dados, estando cada uma delas associada a uma janela de fontes que consiste em uma região da subsuperfície limitada verticalmente ao intervalo $z \in [0 \text{ km}, 8 \text{ km}]$ e horizontalmente ao intervalo definido pela correspondente janela de dados. Estas janelas de fontes (regiões da subsuperfície) foram discretizadas em prismas retangulares 2-D justapostos com dimensões iguais a 0,5 km ao longo das direções x e z . Os limites de cada janela de dados e os correspondentes $\lambda(\delta)$ empregados são: (1) $x \in [0 \text{ km}, 20 \text{ km}]$, $\lambda(\delta) = 0,2$; (2) $x \in [5 \text{ km}, 30 \text{ km}]$, $\lambda(\delta) = 0,3$; (3) $x \in [20 \text{ km}, 35 \text{ km}]$, $\lambda(\delta) = 0,1$ e (4) $x \in [25 \text{ km}, 49 \text{ km}]$, $\lambda(\delta) = 0,8$. Para evitar efeitos de borda impomos uma superposição entre as janelas de dados adjacentes. Após o processamento de todas as janelas de dados, partes superpostas das janelas de fontes e de dados são eliminadas. Presumimos um contraste de densidade constante de $-0,26 \text{ g/cm}^3$ entre os sedimentos e o embasamento. Portanto, estabelecemos, para todas as janelas de dados, $p_{max} = 0$ e assinalamos a todos os elementos de p_{min} o valor $-0,26 \text{ g/cm}^3$. Os resultados obtidos pelo presente método são mostrados na Figura 3b, em que o contraste de densidade de cada prisma está representado em porcentagens do contraste de densidade presumido. Notamos a presença de três importantes feições geológicas. A primeira é um baixo estrutural na porção noroeste [coincidindo com o conhecido baixo estrutural de Alagoinhas (AL)] mostrando bordas abruptas e uma topografia do fundo achatada e extensa, cuja máxima profundidade atinge 7 km. Destacamos a existência de uma assimetria entre os gradientes dos planos de falhas que controlam as duas bordas deste baixo. Os gradientes nas bordas a noroeste e a sudeste são, respectivamente, 42° e 23° . A segunda feição geológica é um baixo, na porção sudeste do perfil no entorno da coordenada $x = 39 \text{ km}$, que coincide com o conhecido baixo estrutural de Miranga (MI). A terceira feição consiste de dois terraços inferidos pela presença de áreas de baixo gradiente separando um estreito e pequeno baixo estrutural próximo à coordenada $x = 27 \text{ km}$. O primeiro terraço (Q) localiza-se no intervalo $x \in [18 \text{ km}, 25 \text{ km}]$ coincidindo com uma conhecida feição denominada Plataforma de Quiricó. O segundo terraço (MA) está localizado entre $x \in [32 \text{ km}, 36 \text{ km}]$ podendo ser correlacionado com o conhecido Patamar de Mata-Araçás. Por outro lado, o baixo estrutural próximo à coordenada $x = 27,5 \text{ km}$ não está correlacionado com qualquer feição geológica. Com o objetivo de fazer uma análise comparativa, mostramos na Figura 4b (em linha tracejada) o resultado da inversão usando o método de Barbosa et al. (1997) (adaptado para a inversão 2-D) que consiste na minimização da primeira derivada dos parâmetros, favorecendo, portanto, soluções exibindo uma suavidade global do relevo do embasamento. Note nas Figura 3a e 4a que as anomalias gravimétricas ajustadas (linhas contínuas) são igualmente aceitáveis, logo os correspondentes relevos estimados podem ser considerados soluções alternativas. Note que na delineação do baixo estrutural de Alagoinhas ($x \in [5 \text{ km}, 20 \text{ km}]$) o grau de suavidade do relevo estimado é mais alto na Figura 4b do que na Figura 3b. Como a bacia do Recôncavo é um rifte abortado, onde falhamentos com altos ângulos de mergulho são esperados, a solução suavizada mostrada na Figura 4b é, do ponto de vista geológico, considerada menos compatível que a solução mostrada na Figura 3b. Como a bacia do Recôncavo é assimétrica com gradiente médio da borda sudeste menor, pequenas descontinuidades e seqüências alternadas de terraços e baixos estruturais próximos entre si são esperados. Logo, as feições estruturais na borda sudeste (Figura 3b) são significantes geologicamente. Note que estas feições não são delineadas pelo método de Barbosa et al. (1997) (Figura 4b).

CONCLUSÕES

Apresentamos um novo método estável de inversão para mapear o relevo do embasamento de uma bacia sedimentar. A solução é estabilizada presumindo-se que a deficiência de massa está concentrada em torno de um eixo coincidente com a superfície média da Terra. Este método não impõe o vínculo de suavidade ao relevo a ser mapeado, sendo adequado à interpretação de bacias do tipo rifte cujos relevos são controlados por falhamentos. Os testes com dados sintéticos e reais mostraram que o método estima com excelente resolução relevos controlados por falhas com pequenos rejeitos e relevos caracterizados por uma seqüência alternada de terraços e baixos estruturais. Ilustramos, nos teste apresentados, casos em que o contraste de densidade é constante, no entanto, ressaltamos que informações

sobre a variação do contraste de densidade podem ser incorporadas necessitando-se apenas o conhecimento, em pontos discretos, dos valores da distribuição espacial deste contraste.

REFERÊNCIAS

- Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., and Medeiros, W. E., 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, 62, 1745-1757.
- Bott, M. H. P., 1960, The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 3, 63-67.
- Guillen, A., and Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, 49, 1354-1360.
- Last, B. J., and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, 48, 713-721.
- Leão, J. W. D., Menezes, P. T. L., Beltrão, J. F., and Silva, J. B. C., 1996, Gravity inversion of basement relief constrained by the knowledge of depth at isolated points: *Geophysics*, 61, 1702-1714.
- Milani, E. J., and Davison I., 1988, Basement control and transfer tectonics in the Recôncavo-Tucano-Jatobá rift, Northeast Brazil: *Tectonophysics*, 154, 41-70.
- Oldenburg, D. W., 1974, The inversion and interpretation of gravity anomalies: *Geophysics*, 39, 526-536.

ACKNOWLEDGMENTS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

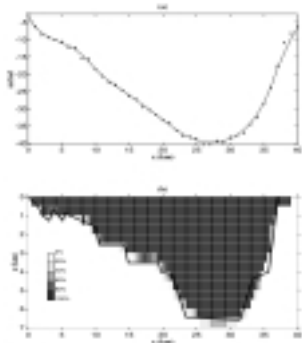


Figura 1 – **Dados sintéticos**: (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua); (b) Relevo do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e o resultado do presente método inverso, em porcentagem do contraste de densidade verdadeiro ($-0,2 \text{ g/cm}^3$).

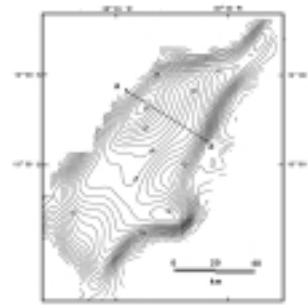


Figura 2 – **Bacia do Recôncavo**. Anomalia Bouguer devida ao relevo do embasamento.

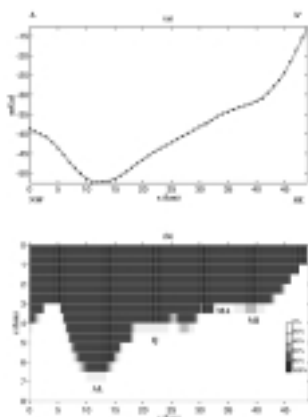


Figura 3 – **Bacia do Recôncavo**: (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua); (b) Relevo do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado pelo presente método inverso, em porcentagem do contraste de densidade presumido ($-0,26 \text{ g/cm}^3$).

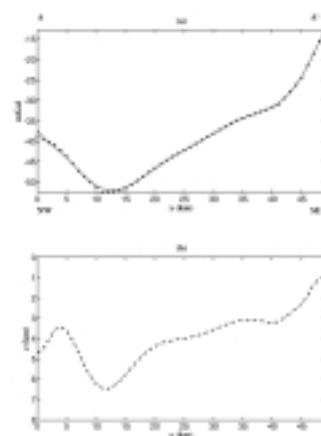


Figura 4 – **Bacia do Recôncavo**: (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua); (b) Relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando o vínculo de suavidade (Barbosa et al., 1997).