SBGf40099

TRAÇADO CINEMÁTICO DE RAIOS PARA ONDAS SUPERFICIAIS PROPAGANDO-SE EM MEIOS ANISOTRÓPICOS, CONSIDERANDO O MODELO DE TERRA PLANA

Fredy Alex Villaorduña Artola [1] e João Willy Corrêa Rosa [2]

[1] Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, 70910 - Basília, DF - Brasil
[2] Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, 70910 - Basília, DF - Brasil
Fax: + (5561)347-4062, 2746651

RESUMO

Aqui, apresentamos os sistemas de equações diferenciais que permitem realizar o traçado de raios em meios anisotrópicos. Neste trabalho consideramos o caso mais simples de geometria da Terra (Terra plana). Mostramos duas formas de abordar a cinemática da propagação dos raios. A primeira, considerando a direção do vetor velocidade de grupo, que faz necessário conhecer, explicitamente, o "ângulo de anisotropia". A segunda, só usando a direção da velocidade de fase. Neste último caso, desconsidera-se o ângulo de anisotropia", mas é preciso que seja conhecida, explicitamente, a função de dispersão. Com o propósito de checar as equações, particularizamos estas para o caso mais simples de simetria, isto é, para o caso isotrópico. Obtemos que estas são equivalentes às equações usadas por Kato et al. (1993).

INTRODUÇÃO

As pesquisas na área da anisotropia sísmica tem-se intensificado notavelmente durante os últimos 30 anos. As investigações abrangem três campos. O primeiro está centralizado nos estudos das causas da anisotropia (Peselnick et al., 1974; Anderson, 1989; Christensen e Lundquist, 1982; Nicolas, 1993; Vauchez e Nicolas, 1991, etc.). O segundo está centralizado na execução da inversão dos tempos de percurso das ondas considerando modelos anisotrópicos (Ando, 1984; Ando et al., 1983; Bowman e Ando, 1987; Cara e Leveque, 1988; Leveque e Cara, 1985, etc.) e o terceiro, que é o menos desenvolvido, para o caso de ondas superficiais, concentra-se no estudo dos efeitos sísmicos da anisotropia. O estudo dos efeitos sísmicos da anisotropia envolvem a determinação da cinemática e da dinâmica da propagação dos raios e os efeitos na simulação de sismogramas sintéticos (Crampin 1970; Crampin e Taylor, 1971; Tromp e Dahlen, 1993).

Neste trabalho, apresentamos alguns dos resultados da modelagem da cinemática dos raios associados a ondas superficiais propagando-se em meios anisotrópicos.

O fato de considerarmos um modelo de Terra plana implica necessariamente que as equações cinemáticas para o traçado dos raios só poderão ser aplicadas com eficácia dentro dos limites de distâncias, na superfície da Terra, onde o efeito da curvatura da Terra pode ser desprezável. Isto acontece, segundo Aki e Richads (1979), para distâncias fonte-receptor menores que 100 km. Então, a consideração de um modelo de Terra plana será válida só no caso de percursos curtos.

Existem diferenças importantes quando consideramos os efeitos sísmicos da isotropia e da anisotropia. No primeiro caso, as equações cinemáticas podem ser resolvidas usando velocidades de fase ou de grupo indistintamente, isto devido ao fato de ambas as velocidades coincidirem em direção e em magnitude. Ambas são perpendiculares às frente de ondas. No caso da anisotropia, geralmente os vetores representando as velocidades de fase e de grupo não coincidem nem em direção nem em magnitude. Ambos os vetores definirão um ângulo cuja medida dependerá do grau de anisotropia elástica do meio.

Mostramos aqui duas maneiras de deduzir e de representar o sistema cinemático para o traçado dos raios. A primeira forma será deduzida usando a informação do ângulo formado pelos vetores velocidade de fase e velocidade de grupo, que batizamos como “ângulo de anisotropia”; neste caso, não será necessário conhecer explicitamente a função de dispersão. A segunda forma será deduzida usando só informação da velocidade de fase. Neste caso, será necessário conhecer explicitamente a função de dispersão.

TRAÇADO DE RAIOS SÍSMICOS USANDO “ÂNGULO DE ANISOTROPIA”

Para deduzir o sistema cinemático de equações diferenciais que permitem fazer o traçado dos raios será necessário conhecer a direção do vetor velocidade de grupo. Como se sabe, o sistema *Ray Tracing* é deduzido das equações canônicas da equação de Hamilton-Jacobi. No caso, a função de dispersão, no contexto da Sismologia, faz o mesmo papel que a Hamiltoniana na Mecânica Clássica. Só que o significado físico do problema é diferente para ambos os casos. Em sismologia, a função de dispersão representará uma hiper-superfície de quatro dimensões que funcionam como frentes de ondas se propagando na direção do vetor número de onda. Na mecânica clássica, a Hamiltoniana representa a energia total do sistema.

Definimos a função de dispersão como $\omega = D(k, \theta, x_i)$, onde será uma função do número de onda, do azimute e das coordenadas. Neste caso, as coordenadas são cartesianas planas são $x_i = x, y$.

Como:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \quad ; \quad \omega = -\frac{\partial \psi}{\partial t} \qquad (1)$$

A relação de dispersão pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + D(\frac{\partial \psi}{\partial x_i}, x_i) = 0 \qquad (2)$$

A equação (2) é similar à equação de Hamilton-Jacobi da Mecânica Analítica. A função de dispersão D pode ser considerada a Hamiltoniana do nosso sistema. Seguindo Landau (1976), as equações canônicas da relação (2) serão:

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \frac{\partial D(k_i, x_i)}{\partial k_i} \\ \frac{dk_i}{dy} &= -\frac{\partial (k_i, x_i)}{\partial x_i} \end{aligned} \qquad (3)$$

Introduzindo $dt = \frac{ds}{U}$, onde $U = \frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial k}\right)^2 + \left(\frac{1}{k}\frac{\partial D}{\partial \theta}\right)^2}$, no sistema acima e desenvolvendo todas as derivadas parciais e considerando o "ângulo de anisotropía: $\theta_a = tg^{-1}\left[\frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial \theta}\right]$, obtemos:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{ds} = \operatorname{sen}\left[\theta + tg^{-1}\left(\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial c}{\partial \theta}\right)\right] \\ \dfrac{dy}{ds} = \cos\left[\theta + tg^{-1}\left(\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial c}{\partial \theta}\right)\right] \\ \dfrac{1}{k}\dfrac{dk_x}{ds} = -\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial c}{\partial \theta}\right)^2 + 1}}\left(\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial c}{\partial x}\right) \\ \dfrac{1}{k}\dfrac{dk_y}{ds} = -\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial c}{\partial \theta}\right)^2 + 1}}\left(\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial c}{\partial_y}\right) \end{cases} \qquad (4)$$

O sistema (4) permite fazer o traçado dos raios. Para isto, será suficiente conhecer as variações da velocidade de fase com relação ao azimute e às coordenadas planas.

TRAÇADO DE RAIOS SEM CONSIDERAR A DIREÇÃO DO VETOR VELOCIDADE DE GRUPO

Neste caso, precisamos conhecer explicitamente a função de dispersão que vem a ser a Hamiltoniana do nosso sistema. No caso de propagação de ondas superficiais em meios anisotrópicos, o vetor número de onda será uma função da freqüência, das coordenadas e do azimute. O azimute será uma função das componentes do vetor número de onda. Assim, a Hamiltoniana pode ser escrita como:

$$H(k_i, x_i) = \frac{1}{2}\left\{k^2\left[\omega, x, y, \theta(k_x, k_y)\right] - \left(k_x^2 + k_y^2\right)\right\} = D(k_i, x_i) = 0 \qquad (5)$$

desenvolvendo todas as derivadas parciais contidas no sistema (3), obtemos:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k_x - k_y \dfrac{1}{k}\dfrac{\partial k}{\partial \theta} \\ \dfrac{dy}{dt} = k_y + k_x \dfrac{1}{k}\dfrac{\partial k}{\partial \theta} \\ \dfrac{dk_x}{dt} = k\dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \dfrac{dk_y}{dt} = k\dfrac{\partial k}{\partial y} \end{cases} \qquad (6)$$

Se o meio for isotrópico, $\dfrac{\partial k}{\partial \theta} = 0$, então:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k_x \\ \dfrac{dy}{dt} = k_y \\ \dfrac{dk_x}{dt} = k\dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \dfrac{dk_y}{dt} = k\dfrac{\partial k}{\partial y} \end{cases} \qquad (7)$$

O sistema (7) é equivalente ao sistema usado para fazer o traçado dos raios por Kato et al. (1993).

CONCLUSÕES

Foram mostrados os aspectos cinemáticos da propagação de ondas superficiais em meios anisotrópicos usando a teoria do raio para o caso onde se considera o modelo de Terra plana. Foram consideradas duas formas de apresentar o sistema de equações diferenciais que permitem fazer o traçado dos raios. Estes sistemas podem ser expressos em função das variações do vetor número de onda ou da velocidade de fase com relação às coordenadas cartesianas planas e do azimute ou em função do " ângulo de anisotropia" que está definido pelos vetores velocidade de grupo e número de onda. O primeiro é paralelo ao raio e o segundo, ortogonal às frentes de ondas.

O " ângulo de anisotropia" é um parâmetro que permite termos uma idéia do grau de anisotropia do meio. Se θ_a fôr grande, o nosso modelo será elasticamente, de baixa simetria; se fôr pequeno, estaremos no caso de alta simetria, e se fôr zero, estaremos considerando o caso isotrópico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aki, K. e P. Richards (1979) ***Quantitative seismology, theory and methods, V.1, Freeman, San Francisco.***
Anderson, D. L. (1989) ***Theory of the Earth, Blackwell Scientific Publications, Oxford.***
Ando, M. (1984) ***ScS polarization anisotropy around the Pacific Ocean, J. Phys. Earth, 32, pp. 179-196.***
Ando, M. , Y. Ishikawa e F. Yamazaki (1993) ***Shear wave polarization anisotropy in the upper mantle beneath Honshu, Japan, J. Geophys. Res., 88, 5850-5864.***
Bowman, J. R. e M. Ando (1987) Shear-wave splitting in the upper mantle wedge above the Tonga subduction zone, Geophys. J. R. astron. Soc., 88, pp. 25-41.
Cara, M. e J.J. Lévêque (1988) Anisotropy of the asthenosphere: The higher mode data of the Pacific revisited, Geophys. Res. Lett., 15, pp. 205-208.
Cerveny, V. (1997) Seismic waves in comples 3-D structures, Report 5, part 1, Department of Geophysics, Faculty of Matematics and Physics, Charles University, Prague.

Christensen, H.I. e S. Lundquist (1982) Pyroxene orientation within the upper mantle, Bull. Geol. Soc. Am., 93, pp. 279-288.
Crampin, S. (1970) The dispersion of surface wave in multilayered anisotropic media, Geophys. J.R. Astron. Soc., 21, pp. 387-402.
Crampin, S. e Taylor, D.B. (1971) The propagation of surface waves in anisotropic media, Geophys. J.R. astron. Soc., 25, pp. 71-87.
Kato, K.; K. Aki & T. T. Teng (1993) 3-D simulations of surface wave propagation in the sedimentary Basin Japan - Part 1 - Aplication of surfase wave gaussian beam methods, Bull. Seismol. Soc. Am., 83, pp. 1676-1999.
Landau, L. (1978) Física teórica (Mecânica), Editora Mir, Moscou.
Lévêque, J.J. e M. Cara (1985) Inversion of multimode surface wave data: evidence for sub-lithospheric anisotropy, Geophys. J.R. astron. Soc., 83, pp. 753-773.
Peselnick, L., A. e P. R. Stevenson (1974) Velocity anisotropy in a mantle peridotite from Ivrea zone: Application to upper mantle anisotropy, J. Geophys. Res., 79, pp. 1175-1182.
Nicolas, A. (1993) Why fast polarization directions of SKS seismic waves are parallel to montain belts?, Phys. Earth Planet. Int., 78, pp. 337-342.
Tromp, J. e F. A. Dahlen (1993) Surface wave propagation in a slowly varying anisotropic waveguide, Geophys. J. Int., 113, pp. 339.
Vauchez, A. e A. Nicolas (1991) Mountain building: strike-parallel and mantle anisotropy, Tectonophysics, 185, pp. 183-191.