



Deconvolução com o Modelo de Goupillaud

Marcus P. C. da Rocha e Lourenildo W. B. Leite

Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA. Belém, Pará.

Abstract

The aim of this paper is the study of the supression of the source time effect from seismic traces. The simulations of the experiment uses the Goupillaud model for seismic wave propagation and, in this case, a further apilcation would be the supression of the reverberation component to improve the higher frequency response of the filter. This problem is mathematically described as a stochastic process, non stationary, time invariant, time domain processed and frequency domain analysed. This subject is called compression of the seismic pulse, and it is accomplished here successefully by the method of Kalman.

INTRODUÇÃO

Processo estocástico não estacionário são características naturais inerentes a dados geofísicos, sendo as propriedades previstas para aplicação do presente método. A finalidade central deste trabalho é o estudo e a aplicação do método de Kalman para a obtenção de informação sobre a função refletividade completa, comparando os resultados diretos com os resultados sob a presença de um equalizador de Obrnsby. O modelo sísmico utilizado para a aplicação é como descrito por Goupillaud (1961) e por Shapiro e Hubral (1984), conveniente para representar a propagação de ondas planas verticais em um meio estratificado homogêneo e isotrópico. Uma dificuldade natural é como descrever a componente ruído presente em dados observados, sendo a simplificação mais consistente o conceito de série branca. Neste trabalho utilizamos o conceito de série não branca para os coeficientes de reflexão, para que a reverberação seja teoricamente não desprezível. Demonstramos que a componente reverberação é perdida na filtragem promovida pelo pulso fonte.

MÉTODO DE KALMAN

O problema de deconvolução em estudo é como formulado por Wiener-Kolmogorov, e definido pelas equações integrais dadas por:

$$\hat{x}(t) = \int_{t_0}^T \underline{h}(t, \tau) \underline{z}(\tau) d\tau, \quad (T \leq \tau \leq t_0), \quad \text{e} \quad \phi_{=xz}(t, \sigma) = \int_0^T \underline{h}(t, \tau) \phi_{=zz}(\tau, \sigma) d\tau, \quad (t_0 \leq \sigma \leq T). \quad (1a, 1b)$$

$\underline{z}(t)$ é a entrada conhecida ao filtro, $\hat{x}(t)$ é a saída real estimada conhecida, $\underline{h}(t, \tau)$ é a filtro tempo variante desconhecido, $\phi_{=xz}(t, \sigma)$ e $\phi_{=zz}(t, \tau)$ são as correlações estocástica teóricas, sendo, respectivamente, a função correlação cruzada entre a saída desejada, $\underline{x}(t)$, e a entrada, $\underline{z}(t)$, e a autocorrelação da entrada, $\underline{z}(t)$. A operação com $\underline{h}(t, \tau)$ sob a forma de integrais é difícil, e a solução conveniente ao problema é a transformação para equações diferenciais.

A primeira parte da conversão de Kalman e Bucy (1961) das equações (1a) e (1b) em equações diferenciais lineares e não-lineares, que passa a representar o operador na forma desejada. O princípio desta transformação é a reformulação do mesmo modelo sob a forma de equações dinâmicas de estado, escritas abaixo no caso mais geral, que é a contínua, tempo-variante e multicanal, utilizando a nomenclatura acima:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{F}(t)\underline{x}(t) + \underline{G}(t)\underline{w}(t), \quad (\text{estado}), \quad \text{e} \quad \underline{z}(t) = \underline{H}(t)\underline{x}(t) + \underline{v}(t), \quad (\text{sistema}). \quad (2a, 2b)$$

$\underline{x}(t)$ corresponde à função variável de estado, $\underline{F}(t)$, $\underline{G}(t)$ e $\underline{H}(t)$ são matrizes com elementos variáveis em t ; $\underline{w}(t)$ é o vetor de geração do estado (sinal) $\underline{x}(t)$; $\underline{z}(t)$ é a saída selecionada através da forma de $\underline{H}(t)$; $\underline{v}(t)$ é o ruído aditivo teórico. (Ogata, 1995).

Na segunda parte do desenvolvimento da solução do problema é necessário definir propriedades estocásticas gerais para os processos $\underline{w}(t)$ e $\underline{v}(t)$ envolvidos, através do valor médio, da autocorrelação e da correlação cruzada cujas as formas são:

$$E\{\underline{w}(t)\} = 0, \quad \phi_{=ww}(t, \tau) = E\{\underline{w}(t)\underline{w}^T(\tau)\} = \underline{Q}(t)\delta(t-\tau), \quad E\{\underline{v}(t)\} = 0, \quad \phi_{=vv}(t, \tau) = E\{\underline{v}(t)\underline{v}^T(\tau)\} = \underline{R}(t)\delta(t-\tau), \quad (3a, 3b)$$

$$\phi_{=wz}(t, \tau) = E\{\underline{w}(t)\underline{z}^T(\tau)\} = 0, \quad \phi_{=vw}(t, \tau) = E\{\underline{v}(t)\underline{w}^T(\tau)\} = 0. \quad (4a, 4b)$$

A partir dos modelos e das propriedades definidas acima, são obtidas as equações recursivas do filtro de Kalman na forma contínua. Na terceira parte, é necessário escrever estas equações na forma discretizada úteis para o algoritmo numérico. Estas equações estão convenientemente sumarizadas na tabela 1. (Rocha, 1998).

Tabela 1- Equações do método de Kalman nas formas contínua e discretizada.

	Contínuo	Discretizado
Modelo do Sistema	$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{F}(t)\underline{x}(t) + \underline{G}(t)\underline{w}(t)$	$\underline{x}_{k+1} = \underline{\Phi}_{=k} \underline{x}_k + \underline{w}_k$
Medida do Modelo	$\underline{z}(t) = \underline{H}(t)\underline{x}(t) + \underline{v}(t)$	$\underline{z}_{k+1} = \underline{H}_{=k} \underline{x}_k + \underline{v}_k$
Estimativa do Estado	$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = \underline{F}(t)\hat{\underline{x}}(t) + \underline{K}(t)[\underline{z}(t) - \underline{H}(t) - \hat{\underline{x}}(t)]$	$\hat{\underline{x}}_{k+1}(+) = \hat{\underline{x}}_{k+1}(-) + \underline{K}_{=k+1} [\underline{z}_{k+1} - \underline{H}_{=k+1} \hat{\underline{x}}_{k+1}(-)]$
Matriz de Covariância do Erro	$\underline{P}(t) = \underline{F}(t)\underline{P}(t) + \underline{P}(t)\underline{F}^T(t) + \underline{G}(t)\underline{Q}(t)\underline{G}^T(t) - \underline{K}(t)\underline{R}(t)\underline{K}^T(t)$	$\underline{P}_{=k+1}(+) = [\underline{I} - \underline{K}_{=k+1} \underline{H}_{=k+1}] \underline{P}_{=k+1}(-)$ $\underline{P}_{=k+1}(-) = \underline{\Phi}_{=k} \underline{P}_{=k}(+) \underline{\Phi}_{=k}^T + \underline{Q}_{=k}$
Matriz Ganho	$\underline{K}(t) = \underline{P}(t)\underline{H}^T(t)\underline{R}^{-1}(t)$	$\underline{K}_{=k+1} = \underline{P}_{=k+1}(-)\underline{H}_{=k+1}^T \underline{R}_{=k+1}^{-1}$

MODELO DE GOUPILLAUD

A formulação do modelo de Goupillaud é restrito para a propagação de ondas planas com incidência vertical, propagação 1D, afastamento-nulo. Apesar desta restrição, este modelo é fundamental para análise e tratamento de seções sísmicas de reflexão e transmissão, objetivando o estudo do efeito de reverberação e múltiplas.

O modelo geométrico representativo para uma bacia sedimentar consta de *N* camadas planas horizontais, homogêneas, isotrópicas, limitadas entre dois semi-espacos homogêneos. As camadas são numeradas do topo a base, sendo 0 o semi-espaco superior, e *K* o semi-espaco inferior. O modelo é contituído de *N* + 1 interfaces e *N* + 1 coeficientes de reflexão (ver figura 1). As espessuras das camadas são representadas por *e_j*; as velocidades de propagação compressional por *v_j*; e as densidade por *ρ_j*. Neste modelo, o tempo de trânsito em cada camada é unitário. Para simular um modelo de velocidades e espessuras quaisquer, camadas são intercaladas com reflexão=0 e transmissividade=1. A fonte é matematicamente admita como localizada imediatamente acima da interface 0.

A propagação da onda sísmica, neste caso específico, é formulada pelo método matricial clássico na forma recursiva, que é resolvida através da transformada *Z* de Laplace (TZL) (Robinson e Treitel, 1980). A função transferência correspondente ao campo refletivo obtida pela TZL é dada pela razão de 2 polinômios

$$R_n(z) = \frac{B_n(z)}{A_n(z)} = \frac{\sum_{j=1}^n b_j z^j}{\sum_{j=1}^n a_j z^j} = \sum_{j=1}^n x_j z^j \tag{5}$$

R_n(z) é a refletividade. *B_n(z)* e *A_n(z)* são polinômios dados pelas expressões:

$$B_n(z) = c_0 P_n(z) - Q_n(z) \quad \text{e} \quad A_n(z) = P_n(z) - c_0 Q_n(z) \tag{6a, 6b}$$

P_n(z) e *Q_n(z)* são chamados de polinômios característicos recursivos do problema e definidos por:

$$P_n(z) = P_{n-1}(z) - c_n z^n Q_{n-1}(z^{-1}) \quad \text{e} \quad Q_n(z) = Q_{n-1}(z) - c_n z^n P_{n-1}(z^{-1}) \tag{7a, 7b}$$

c_j representam os coeficientes de reflexão das interfaces. As condições iniciais são assim definidas; *P₀(z)* = 1, *Q₀(z)* = 0 e *A₀(z)* = 1. No domínio-*t*, a sequência temporal, ou o traço sísmico na forma uniformemente discretizada, é dada diretamente pelos coeficientes da série causal, *x_j*, obtida como resultado da divisão polinomial direta. Shapiro e Hubral (1998) apresentam uma fórmula alternativa para calcular a função refletividade completa para *n* camadas, a qual é dada por

$$R_n(z) = c_0 + \sum_{j=1}^n \frac{z^j c_j (1 - c_0^2) (1 - c_j^2) K (1 - c_{j-1}^2)}{A_j(z) A_{j-1}(z)} \tag{8}$$

Baseado na expressão acima, elaboramos um algoritmo para calcular formas da chamada função refletividade completa. A Figura 2a representa a distribuição de coeficientes de reflexão para um modelo geofísico formado de *N*=33 camadas. A Figura 2b apresenta o eixo positivo da autocorrelação da distribuição dos coeficientes de reflexão. A Figura 2c apresenta a resposta ao impulso completa, onde notamos uma atenuação desta função na direção do seu extremo. Esta função é composta de múltiplas que formam a reverberação do sistema.

Monstramos através deste resultado como a refletividade completa, calculada pelo modelo Goupillaud, pode explicar melhor os dados sísmicos registrados em levantamentos e experimentos. Estas características são convenientes ao método de Kalman, visando a deconvolução da fonte e da reverberação.

APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Os sismogramas foram obtidos através da convolução da função refletividade completa, $s(t)$, Figura 3a, com uma função de fase-mínima, $u(t)$, função Berlage, gerando um sismograma, $x(t)$, Figura 3b, tendo a ele sido acrescentado um ruído aleatório, $v(t)$. Para mostrar parte dos experimentos realizados, escolhemos apenas dois sismogramas com diferentes valores da razão sinal/ruído, (S/R), calculada pelo quociente das variâncias dado por

$$S/R = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2} . \quad (9)$$

Os experimentos realizados para levarem a este trabalho constaram de: (a) definição de uma distribuição para os coeficientes de reflexão; (b) definição de uma distribuição para a componente ruído; (c) definição dos parâmetros variáveis do algoritmo; (d) definição do pulso fonte como de fase-mínima; (e) definição dos níveis de S/N ; (f) seleção das figuras a serem mostradas.

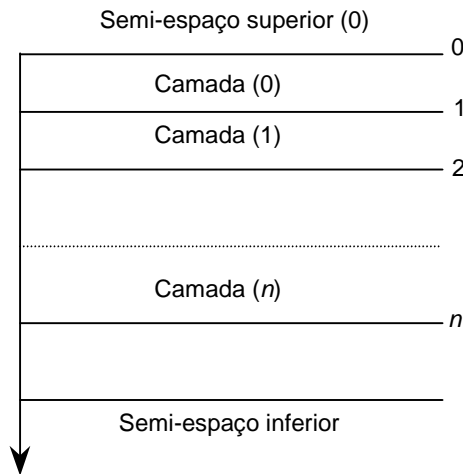


Figura 1- Ilustração do modelo geofísico.

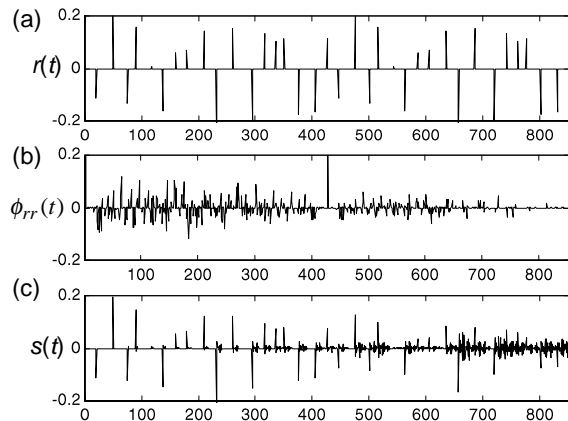


Figura 2 – (a) Distribuição coeficientes de reflexão. (b) Autocorrelação dos coeficientes de reflexão. (c) Função refletividade calculada pela equação (8).

O processo requer o conhecimento do pulso sísmico. Para a condição de não disponibilidade do pulso sísmico, este pode ser estimado através da transformada de Hilbert, considerando as condições de causalidade e fase-mínima.

As Figuras 3c e 4c mostram o resultado da deconvolução dos sismogramas 3b e 4b com as razões S/R 97,83 e 44,25, respectivamente. Na Figura 5 apresentamos o resultado da deconvolução pelo método de Kalman, após a aplicação do filtro passa baixa de Ormsby, com função equalizadora para as altas frequências. Este procedimento segue a mesma metodologia descrita no trabalho de Rocha e Leite (1999).

CONCLUSÕES

Pelos resultados obtidos, e como selecionado para apresentação, podemos concluir que o algoritmo de deconvolução não estacionária, baseado no método de Kalman, realiza uma boa compressão do pulso sísmico. Demonstramos que a componente reverberação é perdida na filtragem promovida pelo pulso fonte, e não é recuperável pelo algoritmo. Consequentemente a deconvolução projeta apenas a componente principal que é a refletividade simples (distribuição dos coeficientes de reflexão). Demostarmos também, que a saída com equalização é superior a saída sem a equalização de Ormsby. Além disso, com o aumento de ruído numa forma sistemática medido através da razão S/R , ocorre uma distorção gradativa nos resultados, o que é coerente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Crump, N. 1974. A Kalman filter approach to the deconvolution of seismic signals. *Geophys. Res.*, 39,: 1-13.
- Goupillaud P. L. 1961. An approach to inverse filtering of near-surface layer effects from seismic records. *Geophysiscs. Res.*, 26, 754-760.
- Kalman, R. E. & Bucy, R. E., 1961. New results in linear filtering and prediction theory. *Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering*, 83, 95-107.
- Robinson, E. A. & Treitel, S., 1980. *Geophysical Signal Analysis*. Engewood Cliffs. Prentice-Hall. New Jersey, USA
- Ogata, K. 1995. *Discrete-Time Control Systems*. Englewood Cliffs. Prentice-Hall. New Jersey, USA.
- Rocha, M. P. C. 1998. *Aplicação do método de Kalman a dados geofísicos*. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Geofísica. UFPA. Belém, Pará.
- Shapiro S. A. & Hubral P. 1998. *Fundamentals of Seismic Stratigraphic Filtering*. Spinger-Verlag. Alemanha.
- Rocha, M. P. C. e Leite, L. W. B. 1999. *Deconvolução de Processo Sísmico Não-Estacionários*. Submetido a SBGf.

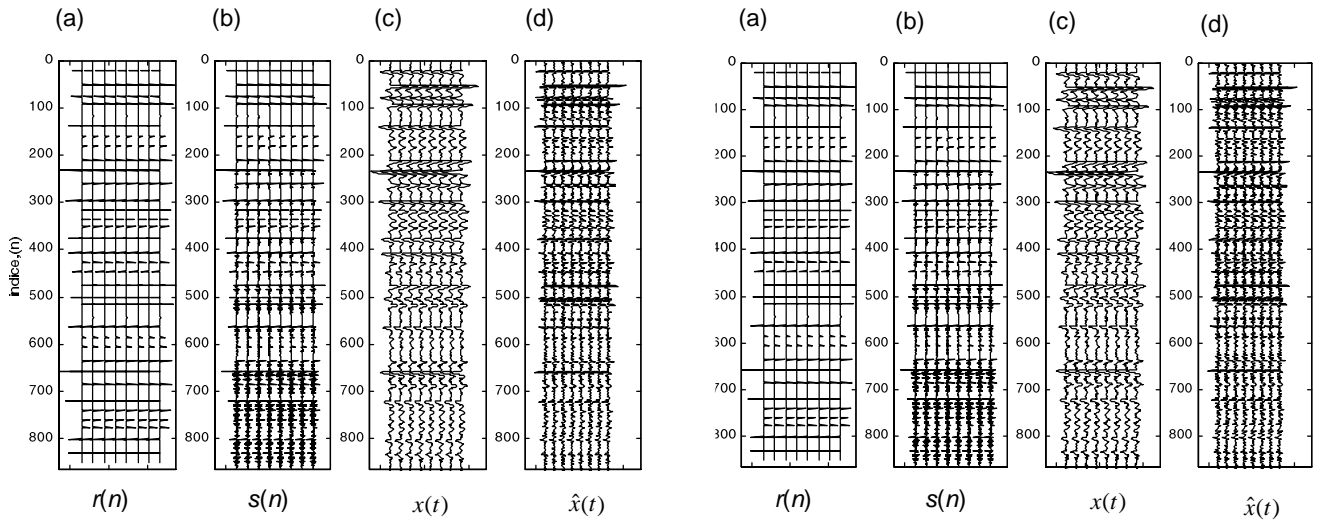


Figura 3 – (a) Distribuição dos coeficientes de reflexão sísmica, $r(n)$. (b) Função refletividade (modelo Goupillaud), $s(n)$. (c) Sismograma, $x(t)$, $S/R = 97,83$ (e) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman, $\hat{x}(t)$.

Figura 4 – (a) Distribuição dos coeficientes de reflexão sísmica, $r(n)$. (b) Função refletividade (modelo Goupillaud), $s(n)$. (c) Sismograma, $S/R = 44,25$, (d) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman, $\hat{x}(t)$.

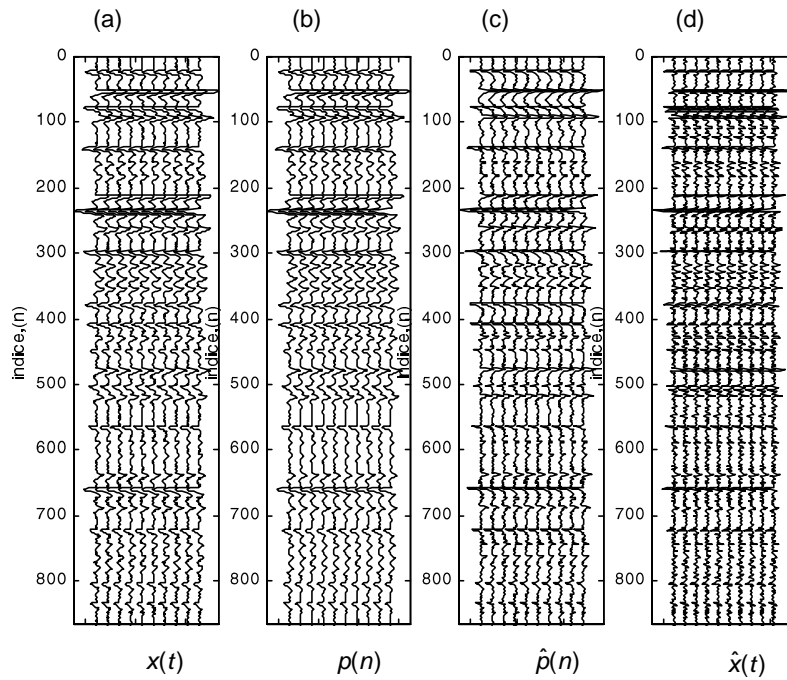


Figura 5 (a) Sismograma ruidoso, $x(t)$. (b) Sismograma ruidoso filtrado pelo filtro passa baixa de Ormsby, $p(n)$. (c) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman após a aplicação do filtro passa baixa de Ormsby, $\hat{p}(n)$. (d) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman antes da aplicação do filtro passa baixa de Ormsby, $\hat{x}(t)$. O resultado (c) é superior ao resultado (d).