



Equalização e Deconvolução de Dados Sísmicos

Marcus P. C. da Rocha e Lourenildo W. B. Leite

Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA. Belém, Pará.

Abstract

This paper deals with obtaining the reflectivity white series as a stochastic process using the method of Kalman; this means, deconvolution of non stationary processes. The method of Kalman is considered as another technique in the time domain, supplementary to the theory of Wiener. The deduction of the filter coefficients highlights the relationship between the Kalman and Wiener filters. The mathematics are based on the representation of the system by state variables and random process models. All this representations seek the transformation of integral equations of Wiener-Kolmogorov type in linear and non-linear differential equations adapted to numerical calculation. We developed a methodology capable of estimating the initial information in the process, motivated in that the geological noise, the local noise, the simple reflectivity function and the source function are not known. The valorization and the importance of the filter of Kalman, as well as the essence of its concepts, are fundamental to the geophysical data.

INTRODUÇÃO

O objetivo do processamento da seção sísmica de reflexão é permitir a interpretação dos dados registrados. A representação detalhada do sinal sísmico requer um modelo relativamente complicado, e o processamento usa de um conjunto de técnicas baseadas em propriedades estocásticas da informação.

Processos estocásticos não-estacionários são as características básicas de dados geofísicos, necessárias para aplicação do presente método. Dados de campos dinâmicos (sísmicos e eletromagnéticos) e de campos potenciais (gravimétricos e magnéticos) são exemplos de dados geofísicos com estas características.

A finalidade central deste trabalho é o estudo e a aplicação do método de Kalman para obtenção da informação sobre a função refletividade simples, para um modelo elástico perfeito, fazendo uso da propriedade de que eles representam realizações de um processo estocástico não-estacionário. Uma dificuldade que aparece é como descrever a componente ruído presente em dados observados, e a simplificação mais consistente é o conceito de série branca. Demonstramos a validade do uso do método de equalização e propomos o filtro simples passa-baixa de Ormsby.

A técnica de Kalman é considerada como uma outra visão de processamento no domínio do tempo, suplementar a teoria de Wiener. A valorização e a importância do filtro de Kalman vem da sua aplicabilidade e versatilidade, bem como da essência de sua conceituação, fundamental aos processos geofísicos. O problema é definido em duas etapas; a primeira consta da geração do sinal; e a segunda da sua avaliação

MODELO CONVOLUCIONAL SIMPLES

Este modelo é baseado no convolucional simples (Silva & Robinson, 1979), onde o meio geológico é representado pela função refletividade aleatória $s(t)$, que por convolução com sinal-fonte do tipo Berlage, $u(t)$, determinístico, gera a mensagem $x(t)$, e a ela adicionamos um ruído aleatório, $v(t)$.

A estrutura do modelo simples conveniente para representar a função refletividade, $s(t)$, é o Poisson-Gaussiano, descrito pelas seguintes propriedades:

- A subsuperfície é relativamente horizontal, perfeitamente elástica e formada por camadas homogêneas e isotrópicas.
- A diferença da impedância acústica nas interfaces entre as camadas é tal que os coeficientes de reflexão correspondentes são não-correlacionáveis, média zero, e as amplitudes tem distribuição Gaussiana.
- Estes coeficientes de reflexão são suficientemente pequenos, de modo que reflexões múltiplas e efeitos de transmissão podem ser ignorados.

Obviamente, estas considerações não são totalmente válidas; entretanto, elas são relativamente fortes e não são incomuns na geofísica. (Silva e Robinson, 1979).

As equações que representam o modelo do traço sísmico são:

$$x(t) = s(t) * u(t) \quad \text{e} \quad z(t) = s(t) * u(t) + v(t) \quad (1a,1b)$$

Este modelo normalizado satisfaz claramente o teorema da decomposição de Wold. Com base neste teorema, a componente ruído $v(t)$ pode ser escrita como

$$v(t) = s(t) * \mu(t) + \eta(t) \quad (2)$$

onde $\mu(t)$ representa uma componente de ruído geológico relacionado a distribuição de $s(t)$, e $\eta(t)$ é o ruído aditivo considerado como relacionado ao sistema de medidas, a outros feitos locais e externos.

Este modelo tem como pressuposto fundamental a condição de que a distribuição dos coeficientes de refletividade é puramente aleatória (série branca), onde os efeitos da reverberação são cancelados.

EQUAÇÃO INTEGRAL WIENER-BOOTON

As generalidades do problema quanto a não-estacionariedade e janela dos dados, não satisfazem a integral Wiener-Hopf, (Wiener, 1949); por isto, ela é reescrita na forma de média móvel segundo a teoria de Wiener-Kolmogorov. As integrais do tipo Booton, com $h(t, \tau)$ tempo-variante, na forma matricial que rege o problema são:

$$\hat{\underline{x}}(t) = \int_{t_0}^T \underline{h}(t, \tau) \underline{z}(\tau) d\tau, \quad T \leq \tau \leq t_0, \quad \text{e} \quad \underline{\phi}_{\underline{xz}}(t, \sigma) = \int_{t_0}^T \underline{h}(t, \tau) \underline{\phi}_{\underline{zz}}(\tau, \sigma) d\tau, \quad t_0 \leq \sigma \leq T. \quad (5a, 5b)$$

A equação 5b é difícil de ser resolvida nesta forma, por outro lado ela é útil no tratamento de processos aleatórios multidimensionais e não-estacionários, e inclui observações finitas e estimativa tempo-variante (Booton, 1952). Kalman & Bucy (1961) converteram a equação 6b para equações diferenciais adaptáveis à solução do problema na forma numérica. Aqui o filtro ótimo é completamente especificado e sintetizado com a solução das equações diferenciais ordinárias lineares e não-lineares. A equação 6b carrega as dificuldades inerentes a equação integral do primeiro tipo.

RESUMO DAS EQUAÇÕES RECURSIVAS

A aplicação do método de Kalman em um sismograma com ruído $z(t)$, consiste de uma sequência de operações ponto-a-ponto, (Rocha, 1998). Esta sequência é descrita a seguir em 6 etapas.

(a) Iniciamos definindo as condições de partida:

$$P(0) = P_0, \quad \hat{\underline{x}}(0) = \underline{x}_0. \quad (6) \quad \hat{\underline{x}}^-(k) = \hat{\underline{x}}^+(k) + \underline{K}(k)[\underline{z}^-(k) - \underline{z}^+(k)], \quad (9)$$

(b) Cálculo da matriz $P^+(k)$ definida como

$$\underline{P}^+(k) = \underline{\Phi}(k, k-1) \underline{P}^-(k-1) \underline{\Phi}^T(k, k-1) + \underline{Q}(k-1). \quad (7) \quad \text{onde} \quad \hat{\underline{x}}^+(k) = \underline{\Phi}(k, k-1) \hat{\underline{x}}^-(k-1), \text{ e } \underline{z}^+(k) = \underline{H}(k) \underline{x}^+(k) \quad (10)$$

(c) Cálculo da matriz ganho $K(k)$

$$\underline{K}(k) = \underline{P}^+(k) \underline{H}^T(k) \left\{ \underline{H}(k) \underline{P}^+(k) \underline{H}^T(k) + \underline{R}(k) \right\}^{-1}. \quad (8) \quad \text{(e) Cálculo da matriz } \underline{P}^-(k) \text{ por} \quad \underline{P}^-(k) = \underline{P}^+(k) - \underline{K}(k) \underline{H}(k) \underline{P}^+(k). \quad (11)$$

(d) Cálculo da estimativa do vetor de estado

(f) Cálculo para uma nova amostra, $k+1$, e retorno ao segundo estágio.

Na próxima seção descrevemos o modelo no qual é aplicado o método de Kalman.

ESTRUTURA DA DECONVOLUÇÃO

Com as equações e o fluxograma definidos, passamos a identificar as variáveis compatíveis com o modelo de deconvolução sísmica não-estacionária, para o modelo em análise, através das 6 etapas descritas a seguir.

(a) Definição do pulso sísmico representado por $H_{ji}(k) = u_j(k, k-1)$. (b) Definição do vetor de estado como sendo a função refletividade na forma

$$\underline{x}(k) = [s(k) \quad s(k-1) \quad \dots \quad s(k-L+1)], \quad (12)$$

onde o valor inicial é definido como um vetor nulo. (c) Para completar as equações do sistema sísmico dinâmico é necessário estabelecer o processo recursivo de geração do vetor de estado. Admitindo a forma de Crump (1974), temos

$$s(k) = \sum_{i=1}^L b_i(k-1) s(k-1) + w(k-1), \quad (13)$$

onde $w(k)$ é um processo estocástico branco. Esta equação projeta os coeficientes de refletividade através de uma soma ponderada dos L coeficientes anteriores. Assim sendo, é necessário definir os coeficientes $b_i(k)$ através de algoritmos próprios, sendo este o caso no processo recursivo. Com isto, podemos escrever o modelo de variáveis de estado como

$$\underline{x}(k) = \underline{\Phi}(k, k-1) \underline{x}(k-1) + \underline{g} w(k-1). \quad (14)$$

(d) A matriz de covariância $\underline{P}(k)$ é definida como uma matriz identidade para iniciar o processo. (e) A matriz diagonal

$\underline{R}(k)$ representa a variância do ruído associado com o traço sísmico. (f) A matriz diagonal $\underline{Q}(k) = E\{w^2(k)\}$ representa a variância da componente aleatória associada com cada coeficiente de reflexão.

Para definir algumas variáveis, citadas nas etapas (a), (b), (c), (d), (e) e (f) acima, é necessário descrever algumas características do modelo, com por exemplo, o ruído geológico, o ruído local, a função refletividade e o sinal fonte. O não conhecimento destas características levou-nos a determinar técnicas para estima-las a partir do sismograma. Estas técnicas são descritas a seguir.

O sinal-fonte é estimado a partir da autocorrelação do sismograma utilizando a transformada de Hilbert. A variância teórica do ruído geológico e local, $E\{w^2(k)\}$, é relacionado com a variância do sismograma com ruído. A variável $b(k)$

é definida a partir de uma sequência de experimentos realizado pelo geofísico, possibilitando, através do monitor, a escolha do melhor valor desta variável.

APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS

Os sismogramas sintéticos foram obtidos a partir da convolução da função meio (refletividade com ruído geológico, Figura 1.a, $s(t)$), com uma função, $u(t)$, de fase mínima, Figura 1.b, gerando um sismograma, $x(t)$, tendo a ele sido acrescentado um ruído aleatório, $v(t)$.

Foram realizados diversos experimentos variando; a razão sinal/ruído e a distribuição dos coeficientes de reflexão. Para esta apresentação escolhemos três sismogramas variando apenas a razão sinal/ruído, (S/R), para analisarmos o comportamento do método na presença de ruído variável. A razão S/R foi calculada pela expressão:

$$S/R = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}. \quad (15)$$

Como o processo requer o conhecimento do pulso-sísmico, foram montados dois exemplos: o primeiro considerando o sinal-fonte real; o segundo considerando o sinal-fonte estimado baseado na transformada de Hilbert.

As Figuras 1 mostram os resultados da deconvolução para o caso do pulso-fonte real, e as Figuras 2 para o caso da fonte estimada pela transformada de Hilbert (TH). Observamos em todos os resultados que o filtro de deconvolução comporta-se muito bem, porém, havendo uma perda da resolução dos resultados quando a presença de ruído no sismograma aumenta, o que é coerente.

Na Figura 3 temos os espectros de amplitudes do sinal de entrada, da saída e da função transferência, referentes ao sismograma com a $S/R=99,86$. Observamos que o filtro de deconvolução de Kalman comporta-se como um filtro seletivo, apresentando uma suavização nas baixas frequências e uma amplificação nas altas frequências. A partir destas observações, aplicamos o filtro passa baixa de Ormsby (PBO), (Leite, 1998) definido pela expressão

$$H_{PBO}(t) = 2f_c \operatorname{sen} c(2f_c t) \operatorname{sen} c(\Delta f t), \quad (16)$$

onde f_c é a frequência de corte, antes do filtro de Kalman, com a finalidade de atenuar as altas frequências, funcionando como um equalizador. Com isto, conseguimos melhorar a resolução dos dados de saída do filtro, como pode ser visto na Figura 4.

APLICAÇÃO EM DADOS REAIS

O dado real utilizado neste trabalho foi retirado do trabalho de Buhl et al (1974). Na Figura 6 apresentamos os resultados obtidos utilizando o método de deconvolução descrito neste trabalho. Podemos notar que, após a deconvolução, houve uma melhora na resolução dos dados, possibilitando identificar interfaces.

CONCLUSÕES

A versatilidade do método está relacionada às generalizações do problema quanto a não-estacionariedade na janela dos dados, por esta propriedade não satisfazer a integral da convolução. O problema é então reescrito na forma de média móvel segundo a integral de Wiener-Booton, a integral é difícil de ser resolvida nesta forma. Entretanto, temos a forte conversão de Kalman, onde a equação integral do primeiro tipo é transformada para equações diferenciais ordinárias lineares e não-lineares, baseado na representação do sistema por variáveis de estado, com premissas de processos estocásticos.

O FK sobre dados sintéticos consegue responder como desejado, permitindo aumentar a resolução de dados observados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Booton, R. C., 1952. *An optimization theory for time-varying linear systems with nonstationary statistical inputs*. *Geophys*, 40; 977-981.
- Buhl P. ; Stopha, P. L. & Bryan, G. M. 1974. *The application of homomorphic deconvolution to shallow-water marine seismology – Part II: Real Data*. *Geophys*, 39(4): 417-420.
- Crump, N. 1974. *A Kalman filter approach to the deconvolution of seismic signals*. *Geophys*, 39(1): 1-13.
- Kalman, R. E., & Bucy, R. E., 1961. *New results in linear filtering and prediction theory*. *Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering*, 83; 95-107.
- Rocha, M. P. C. 1998. *Aplicação do método de Kalman a dados geofísicos*. *Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Geofísica, UFPa*.
- Leite, L. W. B. 1998. *Introdução a Análise Espectral em Geofísica*. *FADESP, Belém, Pará*.
- Silva, M. T. & Robinson, E. A. 1979. *Deconvolution of Geophysical Time Series in the Exploration for Oil and Natural Gas*. *Elsevier Scientific, Amsterdam, Holanda*.
- Wiener, N. 1949. *Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series*. *John Wiley and Sons, New York, USA*.

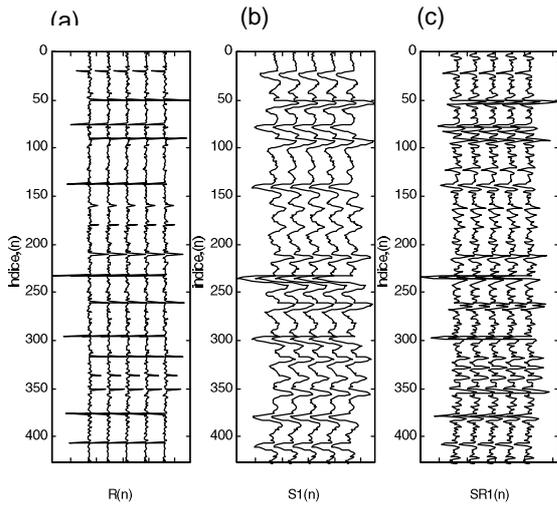


Figura 1 - (a) Função refletividade simples. (b) Sismograma ruidoso, $S/N = 99,75$. (c) Sismograma deconvolvido.

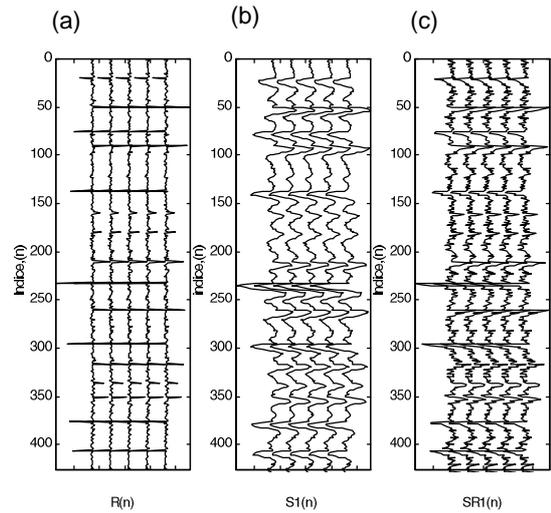


Figura 2 - (a) Função refletividade simples. (b) Sismograma ruidoso, $S/N = 44,65$. (c) Sismograma deconvolvido.

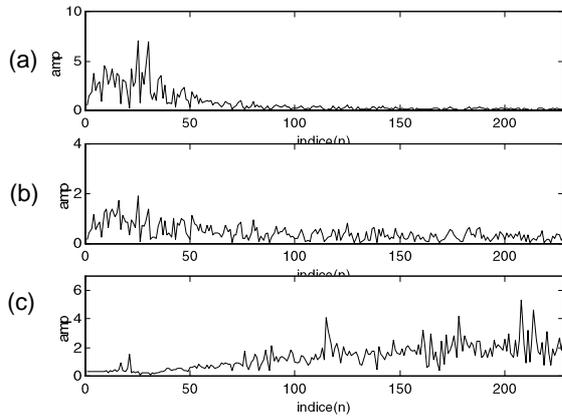


Figura 3 - (a) Espectro de potência da entrada. (b) Espectro de potência da saída. (c) Espectro de potência da função transferência.

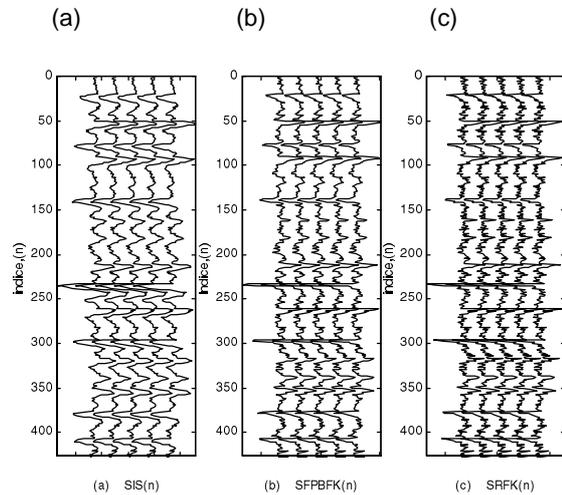


Figura 4 - (a) Sismograma ruidoso. (b) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman após o passa baixa. (c) Sismograma deconvolvido.

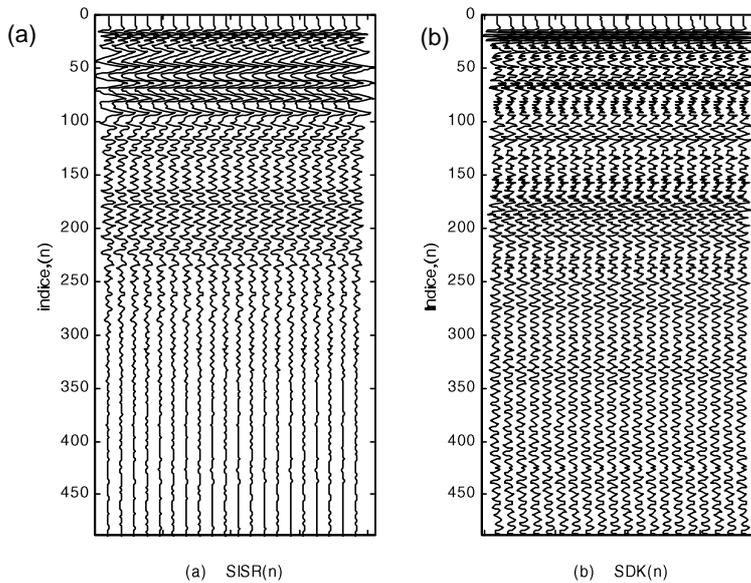


Figura 5 - (a) Perfil real. (b) Perfil real deconvolvido pelo método de Kalman.