



Deconvolução com Modelos Anelásticos

Marcus P. C. da Rocha e Lourenildo W. B. Leite

Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA. Belém, Pará.

Abstract

The aim of this work is an evaluation on a non stationary seismic stochastic process, built up from a model of horizontal homogeneous layered media with frequency independent quality factor Q . The results is a time-variant efficient operator, where it is not necessary the analysis of autocorrelation and crosscorrelation functions. We demonstrate how the operation is enhanced by an equalizer filter for the higher frequency range.

INTRODUÇÃO

Uma feição básica associada ao fenômeno de propagação da ondas elásticas em materiais reais da natureza é a absorção intrínseca da energia, o que resulta na mudança na forma do sinal transiente. São dois os formalismos de estudo do pulso sísmico em propagação e em ambos os casos se avalia o espalhamento do pulso e a dispersão. O primeiro formalismo admite um meio viscoelástico (Ricker, 1977). O segundo formalismo admite um meio onde o fator de qualidade Q é constante ou quase constante (Futterman, 1962).

Consideramos neste trabalho a aplicação do método de deconvolução ao impulso de Kalman para o caso de pulso tempo-variante, admitindo o modelo de atenuação intrínseca não-causal, que resulta em dispersão do impulso-fonte. Demonstramos a necessidade de aplicar um filtro passa-baixa de Ormsby para equalização nas altas frequências, uma vez que a deconvolução utilizada amplifica o espectro diferencialmente. Este trabalho está dividido em 2 partes; a primeira é a descrição do modelo convolucional para um pulso tempo-variante, e a segunda é a utilização deste modelo na deconvolução não-estacionária para processos estocástico monocanais.

PROPAGAÇÃO DA ONDA PLANA EM MEIO ANELÁSTICO

Uma onda plana é representada segundo a solução de D'Alembert na forma $\delta(1 - x/c)$, onde a velocidade de propagação é c , a direção é x , o meio é homogêneo, isotrópico e perfeitamente elástico. Para um meio anelástico, a onda sofre atenuação e conseqüente espalhamento no sentido de não causalidade. (Aki e Richards, 1980). O decaimento espacial da amplitude, $A = A(x)$, é expresso pela equação

$$A(x) = A_0 \exp\left[\frac{-\omega x}{2cQ}\right], \quad (1)$$

onde Q é o fator de qualidade específico, A_0 é a amplitude de referência e ω é a frequência circular.

A transformada de Fourier direta para o impulso em propagação é dada por

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - x/c) e^{-i\omega t} dt = \exp\left[\frac{i\omega x}{c}\right]. \quad (2)$$

Escrevendo a equação do fator de decaimento, $\alpha(\omega)$, na forma

$$\exp[-\alpha(\omega)x], \quad \text{onde} \quad \alpha(\omega) = \omega/2cQ, \quad (3a, 3b)$$

a transformada de Fourier inversa do pulso atenuante é dada por

$$p(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{-|\omega|x}{2cQ}\right] \exp\left[i\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right] d\omega. \quad (4)$$

Experimentos realizados para medir a atenuação em sólidos demonstram que o fator de atenuação específico Q é aproximadamente constante para uma faixa de frequência 0,001 - 100 Hz predominante nos dados sísmicos. Neste estudo Q é considerado constante, e sob esta condição específica a solução da integral (4) é dada por

$$p(x, t) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\frac{x}{2cQ}}{\left(\frac{x}{2cQ}\right)^2 + \left(\frac{x}{c} - t\right)^2} \right]. \quad (5)$$

As propriedades de $p(x,t)$ são: (a) $x \rightarrow 0, p(x,t) \rightarrow \infty$. (b) $x \rightarrow \infty, p(x,t) \rightarrow 0$. Na Figura 1 plotamos $p(x,t)$ admitindo $Q = 60$ para diversos valores fixos de x e t -variante ilustrando o desvio da causalidade, e onde para $x/c = t$ alcança o valor máximo da curva. Na Figura 2 plotamos o comportamento do espectro de amplitude de $p(x,t)$ para diversos valores de x ilustrando o correspondente efeito no domínio espectral que é atenuação a partir das altas frequências.

REGÊNCIA DO PROCESSO NÃO ESTACIONÁRIO

A não estacionariedade é representada pelas integrais do primeiro tipo Wiener-Booton. A descrição conveniente é a forma matricial que generaliza o problema ao multidimensional sendo dada por:

$$\hat{x}(t) = \int_{t_0}^T \underline{h}(t, \tau) \underline{z}(\tau) d\tau, \quad (T \leq \tau \leq t_0), \quad \text{e} \quad \phi_{xz}(t, \sigma) = \int_{t_0}^T \underline{h}(t, \tau) \phi_{zz}(\tau, \sigma) d\tau, \quad (t_0 \leq \sigma \leq T). \quad (6a, 6b)$$

$\underline{z}(t)$ é a entrada ao filtro; $\hat{x}(t)$ é a saída real; $\underline{h}(t, \tau)$ é a filtro tempo-variante que deve satisfazer a equação (6b) onde $\phi_{xz}(t, \sigma)$ e $\phi_{zz}(t, \tau)$ são as correlações estocásticas teóricas, respectivamente, a função correlação cruzada entre a saída desejada, $\underline{x}(t)$, e a entrada, $\underline{z}(t)$, e a autocorrelação da entrada, $\underline{z}(t)$. Kalman & Bucy (1961) converteram as equações (6) para equações diferenciais lineares e não-lineares adaptáveis à solução do problema na forma numérica. A equação (6b) carrega as dificuldades inerentes à solução da equação integral do primeiro tipo. A solução do problema foi decrita por Rocha (1998).

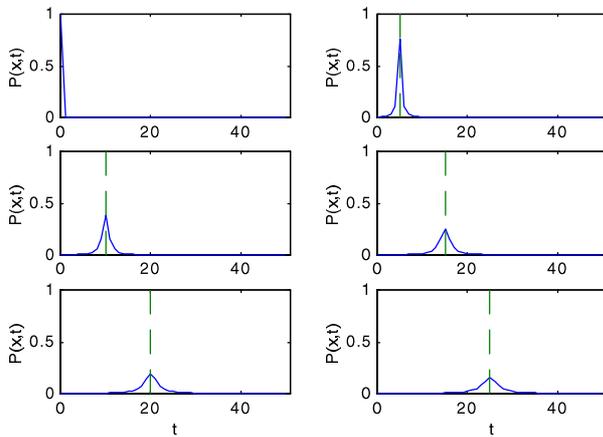


Figura 1 - Variação da forma do pulso $p(x,t)$ para valores de x , e $Q = 60$. Para $x \rightarrow \infty, p(x,t) \rightarrow 0$. $t = x/c$ é a posição do máximo valor da curva, que tem a forma simétrica par, claramente não-causal, mostrando espalhamento para c constante.

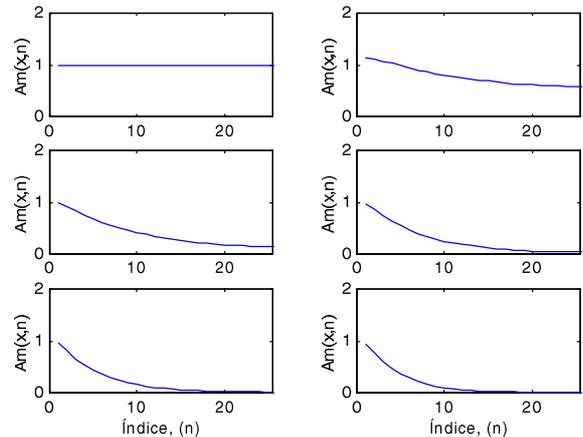


Figura 2 - Variação do espectro de amplitude de $p(x,t)$ para valores de x correspondentes à figura 1.

ESPALHAMENTO DO PULSO TEMPO-VARIANTE

Este modelo é baseado no princípio da convolução, onde o meio é representado pela função refletividade simples aleatória, $s(t)$, que por convolução com o pulso-fonte tempo-variante, $u(x,t)$, gera um resposta transiente, $x(t)$, sendo a ela adicionado um ruído aleatório, $v(t)$. Clarke (1968). A figura 3a mostra a função Berlage dada por (Aldridge, 1990)

$$u(t) = Ad(t)t^n e^{-\gamma t} \cos(2\pi f_0 t + \phi_0). \quad (14)$$

onde $n = 1, f_0 = 32,5, \phi_0 = 30, A = 1$ e $d(t)$ é a função degrau-simples, e a fugura 3b é o seu espectro de amplitude. O pulso-fonte tempo-variante é dado como a convolução de $p(x,t)$ com uma função temporal, $u(t)$, segundo a expressão

$$u(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau,t) p(x,t-\tau) d\tau. \quad (13)$$

A Figura 4 ilustra o resultado desta convolução, mostrando a deformação do pulso-fonte para diferentes posições x , com suas variações temporais. As equações que representam o modelo do traço sísmico são:

$$x(t) = s(t) * u(x,t) \quad \text{e} \quad z(t) = s(t) * u(x,t) + v(t) . \quad (14a, 14b)$$

Este modelo normalizado satisfaz o teorema de decomposição de Wold, com a nomenclatura e definições utilizada nas equações (6). O efeito da função transferência do sismógrafo não é levado em consideração, admitido de princípio como conhecido, além disso é desprezado a correção do efeito da superfície livre sobre o deslocamento do solo. A resposta transiente, ou o sismograma, é obtido pela convolução do pulso-fonte tempo-variante, $u(x,t)$, com a refletividade simples, $s(t)$. O método de deconvolução não estacionária como aplicado no presente modelo foi descrito por Rocha e Leite (1999).

Figura 3 - (a) Função Berlage, $u(t)$. (b) Espectro de amplitude da função Berlage. A dificuldade deste espectro é ainda na frequência zero, onde $A(0) \neq 0$.

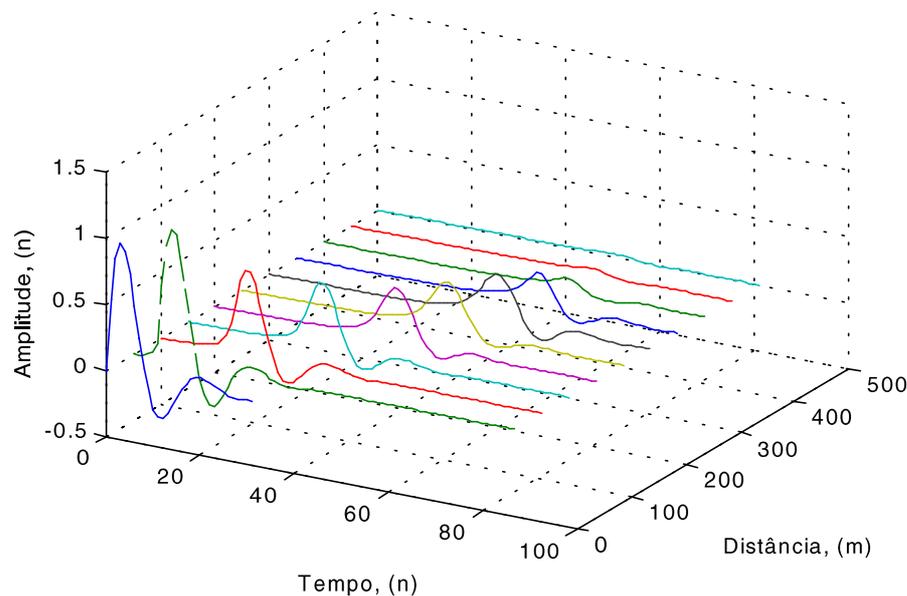
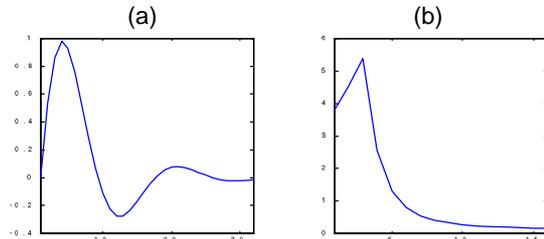


Figura 4 – Gráfico tempo-distância ilustrando o efeito da atenuação intrínseca sobre o pulso-fonte (Berlage) para várias distancias de propagação e variação temporal, demonstrado através do espalhamento do sinal, onde $c \neq c(\omega)$ para condição de não dispersão.

APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS

Foram realizados diversos experimentos onde os sismogramas sintéticos foram calculados pela convolução do pulso-fonte tempo-variante com a refletividade simples. Para testar a estabilidade do método para este modelo foram acrescentados a estes sismogramas ruídos do tipo série branca, com razão sinal/ruído distintas, calculada através da razão das variâncias.

Na Figura 5c e 6c apresentamos o resultado da deconvolução não estacionária para os sismogramas 5b e 6b, com as respectivas razões $S/R = 26,25$ e $S/R = 8,77$. Em todos os experimentos a compressão do pulso-fonte é alcançada. Nas Figuras 7 e 8 apresentamos alguns resultados obtidos com o filtro ótimo em processos não-estacionários.

CONCLUSÕES

O método de deconvolução não-estacionário tem como característica a amplificação das altas frequências. Por isto, aplicamos o filtro passa-baixa equalizador de Ormsby com a finalidade de melhorar a resolução da saída. Demonstramos aqui a aplicabilidade e versatilidade do método de Kalman para o modelo tempo-variante. Concluímos também sobre a importância da equalização como parte do procedimento com o presente método. Uma próxima dificuldade a acrescentar é admitir $Q = Q$ e $c = c(\omega)$ para resolver a não causalidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aldridge, D. F. 1990. *The Berlage wavelet*. *Geophysics*, 55; 1508-1511.

Aki, K. e Richards, P. G. 1980. *Quantitative Seismology*. W.H. Freeman and Company. San Francisco, USA.
 Booton, R. C. 1952. An optimization theory for time-varying linear systems with nonstationary statistical inputs. *Geophysics*, 40; 977-981.
 Clarke, G. C. 1968. Time-varying deconvolution filters. *Geophysics*, 06: 936-944.
 Futterman, W. 1962. Dispersive body waves. *Journal of Geophysical Research*, 67; 5279-5291.
 Kalman, R. E., & Bucy, R. E., 1961. New results in linear filtering and prediction theory. *Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering*, 83; 95-107.
 Leite, L. W. B. 1998. *Introdução a Análise Espectral em Geofísica*. FADESP. Belém, Pará.
 Ricker, N. N. 1977. *Transient Waves in Visco-elastic Media*. Elsevier Book Co. New York, USA.
 Rocha, M. P. C. e Leite, L. W. B. (1999). *Deconvolução de processos sísmicos não-estacionário*. Submetido a revista da SBGf em 1999.
 Rocha, M. P. C. 1998. *Aplicação do Método de Kalman a Dados Geofísicos*. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Geofísica da UFPa. Belém, Pará.

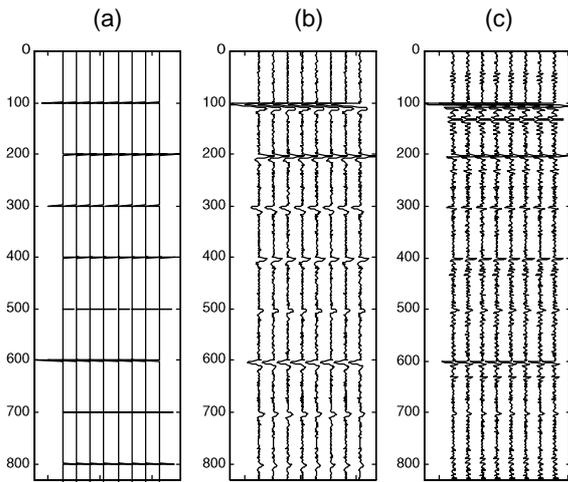


Figura 5 – (a) Função refletividade simples. (b) Sismograma com pulso tempo-variante e $S/R = 26,25$. (d) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman. Observamos que a compressão do pulso fonte é alcançada.

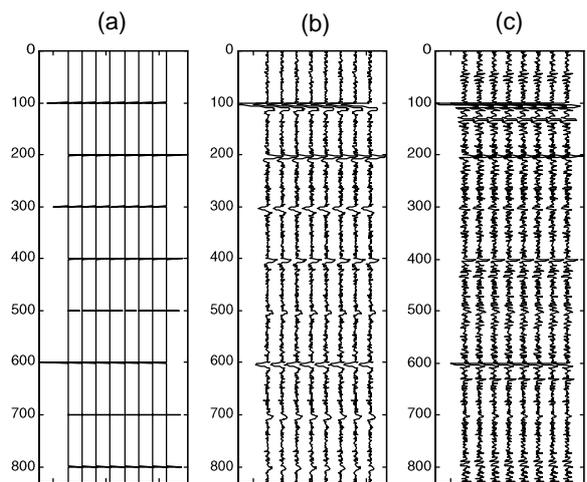


Figura 6 – (a) Função refletividade simples. (b) Sismograma com pulso tempo-variante e $S/R = 8,77$. (d) Sismograma deconvolvido pelo método de Kalman. Mesmo diminuindo a razão S/R ocorre a compressão do pulso fonte.

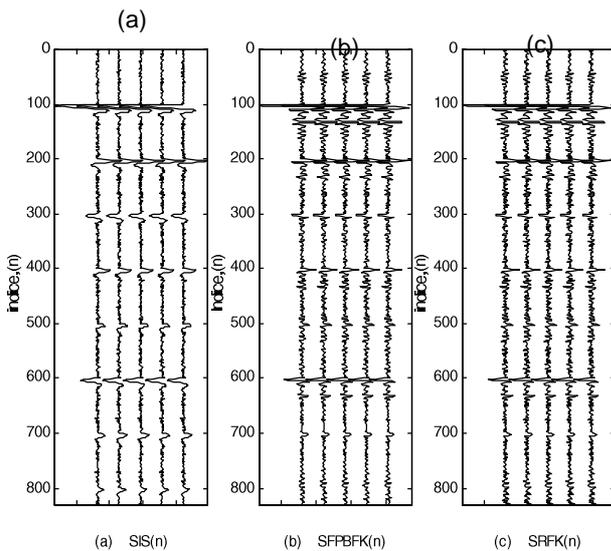


Figura 7 – (a) Sismograma com pulso tempo-variante e $S/R = 26,25$. (b) Sismograma deconvolvido após a aplicação do filtro passa-baixa de Ormsby. (c) Sismograma deconvolvido antes do filtro passa-baixa de Ormsby. Com a equalização conseguimos diminuir as altas frequências.

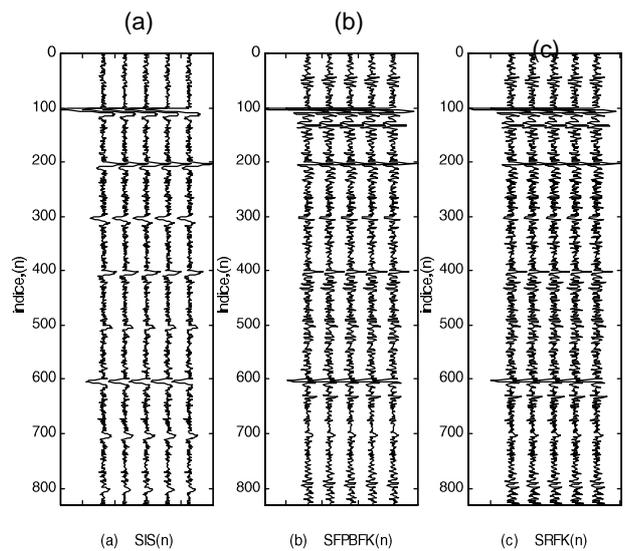


Figura 8 – (a) Sismograma com pulso tempo-variante e $S/R = 8,77$. (b) Sismograma deconvolvido após a aplicação do filtro passa-baixa de Ormsby. (c) Sismograma deconvolvido antes do filtro passa-baixa de Ormsby.