

# Efeito de Janelas sobre o Filtro de Deconvolução ao Impulso

Fábio J. C. Alves e Lourenildo W. B. Leite

Curso de Pós-graduação em Geofísica, UFPa. Belém, Pará.

## ABSTRACT

The aim of the present paper is the study of the effect of window tapers on autocorrelation function,  $\phi_{gg}(\cdot)$ , of seismic traces in the design of the important Wiener optimum impulse response filter. Systematic application of window class tapers and truncations, permitted to demonstrate that the resolution of the filter depends on the window type and on the window length. As a simple and convenient result, we found that the exponential taper with decaying coefficient  $\beta = 30$  is one of the best values to start experimenting on processing, with the operator length 2-3 times source pulse length. Due to the non simplicity of the functions involved, the only way to obtain results is through numerical algorithms.

## INTRODUÇÃO

A função autocorrelação estocástica do traço sísmico tem uma participação importante em prover informações espectral sobre o pulso-fonte gerador, necessário ao processamento otimizado. Estas funções aparecem na formulação dos filtros na forma de espectância, e portanto dependente da função densidade de distribuição da variável aleatória  $G$  que representa o fenômeno e  $g(t)$  um evento.

A técnica utilizada para estimar as autocorrelações é de médias temporais, e considera que a estrutura estatística dos dados é feita artificialmente como estacionária na janela utilizada para calcular o operador de deconvolução tempo-invariante, que obedece a equação integral Wiener-Hopf. No entanto, o fenômeno sísmico sendo claramente não-estacionário, existem métodos baseados em conceitos tempo-variante, em janelas de deslocamento, que obedece a equação integral Wiener-Booton. (Rocha e Leite, 1999).

O presente trabalho admite a estacionariedade, e se propõe ao estudo do efeito de janelas sobre as funções autocorrelações estocásticas,  $\phi_{gg}(\cdot)$ , estimadas a partir de dados observados, com o objetivo de melhorar a resolução do filtro Wiener de deconvolução ao impulso. A autocorrelação é caracterizada pela presença de ondulações ao longo da abscissa de deslocamento, o que resulta em flutuações ao longo do operador e, conseqüentemente, a deconvolução não retrata a solução desejada, o que prejudica a interpretação da seção. Para melhorar a resolução do filtro estudado, propomos a aplicação sistemática de janelas especiais diretamente sobre a autocorrelação do traço observado, reduzindo gradativamente as ondulações existentes nesta função de autocorrelação, analisando a saída do filtro, e medindo o resultado através da forma visual. A análise é inteiramente realizado no domínio do tempo.

A definição da componente desejada no desenho do filtro de Wiener resulta em operadores com finalidades distintas. No presente caso, a componente desejada é a função refletividade simples (considerada com uma série branca). De princípio, este filtro comprime os eventos sísmicos a impulsos, gera a estimativa da refletividade simples e recupera a forma do pulso-fonte. (Robinson e Treitel, 1980).

## FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Os coeficientes do filtro de Wiener são obtidos a partir da minimização da variância dos desvios entre as funções  $z_k$  (sinal desejado) e  $y_k$  (saída real). A função objeto é dada por

$$e(h_j) = E\{(z_k - y_k)^2\}, \quad (k=0,1,\dots,P-1), \quad (1)$$

para ser minimizada em função dos coeficientes  $h_j$ . Os processos  $y_k$  e  $z_k$  são considerados realizações estocásticas estacionárias. A saída real do filtro,  $y_k$ , é dada pela convolução linear da entrada,  $g_j$ , com os coeficientes do filtro,  $h_j$ ,

$$y_k = \sum_{i=0}^{N-1} h_i g_{k-i}, \quad (k=0,1,\dots,P-1). \quad (2)$$

$N$  é o número de coeficientes do filtro,  $P$  é o número de pontos do traço observado. A entrada  $g_j$  é regida pelo modelo convolucional simples, com ruído do tipo aditivo,  $v_k$ , dada por

$$g_k = \sum_{i=0}^{M-1} w_i r_{k-i} + v_k, \quad (k=0,1,\dots,Q-1, Q=M+R-1), \quad (3)$$

onde  $w_i$  é o pulso-fonte, e  $r_i$  é a distribuição dos coeficientes de reflexão (função refletividade simples), com respectivos comprimentos  $M$  e  $R$ . A minimização da função objeto leva às equações normais, especificamente

denominadas de Wiener-Hopf, dadas por (Robinson, 1967)

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j), \quad (j = 0, 1, \dots, N-1). \quad (4)$$

A solução matricial desta equação resulta nos coeficientes  $h_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ).  $\phi_{gg}(\cdot)$  representa a autocorrelação estocástica unilateral teórica da entrada, cuja estimativa é calculada pela expressão

$$\hat{\phi}_{gg}(k) = \frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1-|k|} g_i g_{i-k}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, Q-1), \quad (5)$$

onde  $Q$  é o comprimento de  $g_i$ .  $\phi_{zg}(\cdot)$  é a correlação cruzada estocástica unilateral teórica entre o sinal desejado e o sinal observado, cuja estimativa é dada por

$$\hat{\phi}_{zg}(k) = \frac{1}{S} \sum_{i=0}^{S-1-|k|} z_i g_{i-k}, \quad [|k| < S; S = \min(R, Q)], \quad (i = 0, 1, 2, \dots, R-1), \quad (6)$$

onde  $R$  é o comprimento de  $z_i$ . (Box e Jenkins, 1976).

O filtro de deconvolução ao impulso é obtido fazendo  $z_i = r_i$ , sendo que a distribuição dos coeficientes de reflexão (refletividade simples) é considerada uma série branca. A correlação cruzada das componentes desejado e observado toma a seguinte forma

$$\phi_{zg}(j) = \begin{cases} g_0, & \text{(constante), } j = 0 \\ 0, & j \neq 0 \end{cases}. \quad (7)$$

O filtro de deconvolução ao impulso é obtido através do sistema

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i \bar{\phi}_{gg}(j-i) = \delta(j). \quad (8)$$

$\bar{\phi}_{gg}(j)$  e  $\bar{\phi}_{zg}(j) = \delta(j)$  são as funções, autocorrelação e correlação cruzada estocásticas teóricas normalizadas e  $\delta(j)$  é o delta de Dirac discreto. A equação (7) pode ser escrita na forma do problema clássico de autovalor-autovetor

$$\underline{\underline{A}} \underline{\underline{h}} = \underline{\underline{c}}, \quad (9)$$

onde  $\underline{\underline{A}}$  é a matriz Toeplitz dos elementos  $\bar{\phi}_{gg}(j)$ ;  $\underline{\underline{h}}$  é o vetor dos coeficientes a determinar e  $\underline{\underline{c}}$  é o vetor dos elementos  $\bar{\phi}_{zg}(j)$ . A solução do problema (9) exato-determinado é dado por

$$\underline{\underline{h}} = \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{c}}, \quad \text{com } \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Lambda}} \underline{\underline{U}}^T \text{ e } \underline{\underline{A}}^{-1} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Lambda}}^{-1} \underline{\underline{U}}^T, \quad (10)$$

$\underline{\underline{\Lambda}}$  é a matriz diagonal dos autovalores; e  $\underline{\underline{V}}$  e  $\underline{\underline{U}}$  são as matrizes dos autovetores. Podemos retirar autovalores nulos ou pequenos, o que reduz o posto da matriz  $\underline{\underline{A}}$ , redefinindo a solução para a forma generalizada

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Lambda}} \underline{\underline{U}}^T, \quad (11)$$

para obtermos estabilidade no processamento. (Leite, 1998).

Os experimentos mostram que as saídas resultantes da operação com estes filtros não são, em geral, fáceis de interpretar. O melhoramento da saída deste filtro é demonstrado aqui como obtido através de suavização e truncamento da autocorrelação por janelas apropriadas. (Ramasmamy e Ioup, 1989).

As funções janelas de suavização,  $\gamma_k$ , são aplicadas sobre as funções autocorrelações na forma  $\bar{\phi}_k = \gamma_k \hat{\phi}_k$ , onde  $\hat{\phi}_k$  são as autocorrelações estimadas. As janelas selecionadas são as triangulares e exponenciais, com comprimento de truncamento  $N$ , dadas, respectivamente, por:

$$\gamma_k = \begin{cases} 1 - \frac{|k|}{J}, & |k| = 0, 1, 2, \dots, J \\ 0, & |k| = J+1, J+2, \dots, K \end{cases} \quad \text{e} \quad \gamma_k = \begin{cases} e^{-\beta|k|}, & |k| = 0, 1, 2, \dots, J \\ 0, & |k| = J+1, J+2, \dots, K \end{cases}, \quad (12)$$

onde  $\beta$  é o coeficiente de decaimento exponencial e  $J$  é o número de pontos da janela. (Alves, 1999).

## RESULTADOS

Foram realizados vários experimentos para demonstrar o método proposto para melhorar a resolução do filtro de resposta ao impulso. Estes experimentos constaram de: (a) diferentes distribuições para os coeficientes de reflexão; (b) diferentes níveis de ruídos; (c) diferentes tipos de janelas aplicadas na autocorrelação; (d) diferentes tipos de janelas aplicadas no operador deconvolucional.

Para demonstrar os resultados obtidos nos experimentos, selecionamos alguns exemplos do efeito de truncamento e suavização na autocorrelação, e o efeito correspondente sobre o operador convolucional. O conjunto para exemplificação é composto de 5 partes (5 janelas, 5 deconvoluções).

O traço sísmico sintético, simulando o observado para controle segundo o modelo convolucional, é mostrado na Figura 1. Na Figura 2 está exibido a autocorrelação da refletividade simples utilizada no cálculo do traço sísmico, onde observamos

que ela não é uma série branca, contrariando uma premissa do filtro, o que causa flutuações indesejáveis no operador comprometendo a saída do filtro de deconvolução ao impulso.

A autocorrelação da entrada está exibida na Figura 3, em linha pontilhada, e em linha contínua está o trecho da autocorrelação utilizado nas deconvoluções sob várias janelas combinadas. No trecho escolhido da autocorrelação foi aplicado uma forma de janela para cada deconvolução, sendo elas a retangular, a triangular e a exponencial.

Na janela exponencial usamos três tipos de decaimento, como graficados na Figura 4, com  $\beta = 30, 15$  e  $5$ .

As autocorrelações janeladas, utilizadas no cálculo dos operadores, estão graficadas na Figura 5 (coluna esquerda), onde observamos uma eliminação das ondulações da autocorrelação com o decaimento da janela exponencial aplicada, o que resulta na suavização das flutuações que surgem ao longo do operador deconvolucional, como vemos na coluna direita.

Observando a Figura 6, onde estão plotados os resultados da deconvoluções, verificamos que os melhores resultados de deconvolução estão relacionados com a aplicação da janela triangular e exponencial de caimento  $\beta = 30$ , aplicada na autocorrelação. O pior resultado neste exemplo está relacionado com a aplicação da janela retangular.

Os pulsos-fontes estimados nas deconvoluções estão graficados na Figura 7, onde o melhor resultado é obtido com a aplicação de janela retangular na autocorrelação, para posterior edição, e o melhor resultado fase-mínima é para as letras (c), (d) e (e).

## CONCLUSÕES

Uma das premissas do filtro de deconvolução ao impulso é que a distribuição dos coeficientes de reflexão forma uma série branca. Quando esta premissa não é satisfeita o operador obtido apresenta flutuações em seu conteúdo que comprometem a saída do filtro, mesmo na ausência de ruído aditivo, afastando-a da resposta desejada. A aplicação de janelas de suavização na autocorrelação é uma forma para esta solução deste problema. Estas janelas suavizam gradativamente as ondulações existentes na função autocorrelação, eliminando as flutuações indesejáveis presentes ao longo do operador, aproximando a saída do filtro a resposta desejada. No entanto, quando a janela aplicada na autocorrelação decai rapidamente, o operador obtido se aproxima da forma de um impulso, perdendo sua capacidade de comprimir os eventos sísmicos a impulsos. Os experimentos mostraram que a melhor janela a ser aplicada na autocorrelação, para a recuperação do pulso-fonte, é a retangular, estando as estimativa do pulso-fonte contida no trecho inicial do inverso do operador deconvolucional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Alves, F. J. C. (1999). *Avaliação do Efeito da Janela e Descoloração nos Filtros Wiener-Hopf*. Dissertação de Mestrado. CPGf, UFPa, Belém, Pará (em andamento).
- Box, G. E. & Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis*. Holden Day. San Francisco, California, USA.
- Leite, L. W. B. (1998). *Introdução a Análise Espectral em Geofísica*. FADESP/CNPq. Belém, Pará.
- Rocha, M.P.C & Leite, L.W.B. (1999). *Deconvoluções de Pulsos Sísmicos em Modelos Anelásticos*. Resumos do VI Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. Rio de Janeiro, RJ.
- Ramaswamy, M. e Ioup, G.E. (1989). *Autocorrelation estimation using constrained iterative spectral deconvolution*. *Geophysics*, v. 54, n. 3, p. 381-391.
- Robinson, E. A. & Treitel, S. (1967). *Principles of Digital Wiener Filtering*. *Geophysical Prospecting*, v. 15, n. 3, p. 311-333.
- Robinson, E. A. & Treitel, S. (1980). *Geophysical Signal Analysis*. Prentice-Hall, Inc. Englewood, N J, USA.

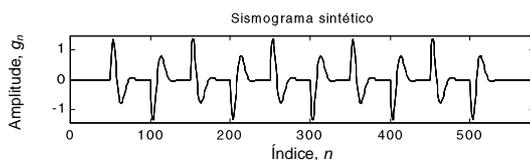


Figura 1 – Traço sísmico sintético de entrada ao filtro de deconvolução ao impulso.

Autocorrelação unilateral da reflexão



Figura 2 – Autocorrelação da função refletividade simples. Esta distribuição não é uma série branca.

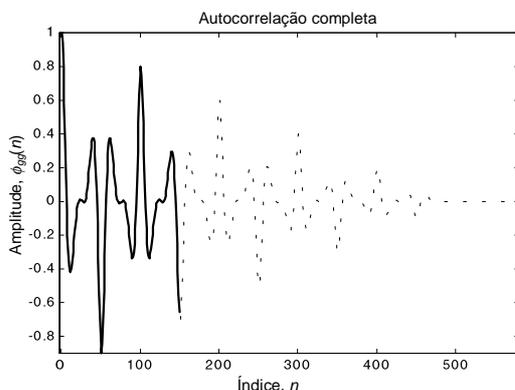


Figura 3 – A linha pontilhada é a autocorrelação do traço sísmico sintético exibido na Figura 1. A linha contínua é o trecho da autocorrelação utilizado nas deconvoluções das Figuras 5 a 7.

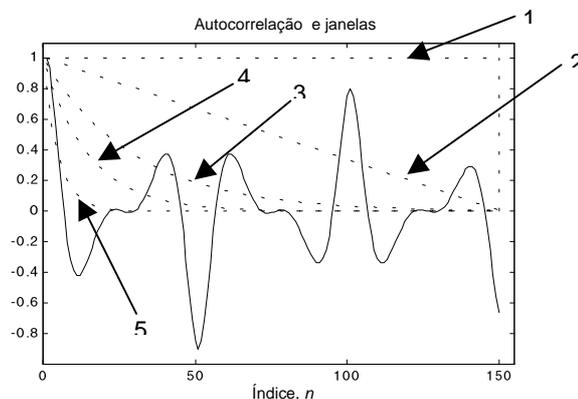


Figura 4 – A linha contínua é o trecho da autocorrelação utilizado na deconvolução. As linhas pontilhadas são as janelas aplicadas, sendo elas: (1) retangular, (2) a triangular, e as exponenciais de decaimento: (3)  $\beta = 30$ , (4)  $\beta = 15$ , e (5)  $\beta = 5$ .

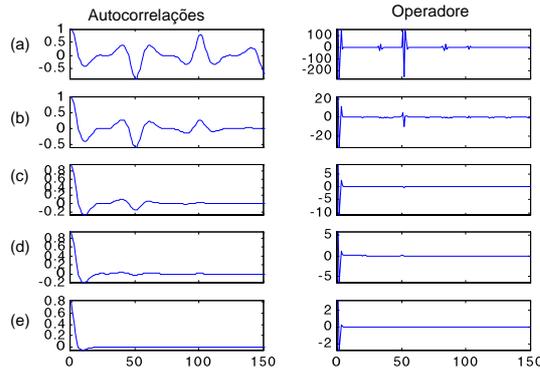


Figura 5 – Na coluna esquerda estão graficados os resultados das janelas: (a) retangular; (b) triangular; (c) exponencial  $\beta = 30$ ; (d) exponencial com  $\beta = 15$ ; (e) exponencial com  $\beta = 5$ . O trecho arbitrariamente escolhido da autocorrelação tem 150 pontos. Havendo a eliminação das ondulações existentes conforme o decaimento da janela. Na coluna direita estão plotados os respectivos operadores obtidos com as autocorrelações da esquerda. Observamos que: (a) há presença de dois trechos significativos além de flutuações, não sendo bom seu resultado deconvolucional (ver Figura 6, letra a); (b) há considerável redução no segundo trecho significativo do operador, passando a comprimir os eventos, porém, não de maneira igual em todo o traço (ver Figura 6, letra b); (c) o operador obtido é composto de 4 pontos significativos seguido de uma longa cauda não significativa, gerando o melhor resultados das deconvoluções deste experimento (ver Figura 6, letra c); (d) o operador também é composto de 4 pontos significativos seguido de uma longa cauda não significativa, havendo pequena perda na capacidade de comprimir os eventos (ver Figura 6, letra d); (e) o operador obtido se aproxima da forma de um pulso, diminuindo consideravelmente sua capacidade de compressão (ver Figura 6, letra e).

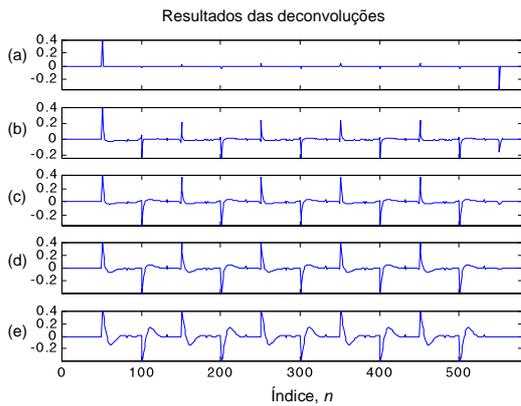


Figura 6 – Resultado do operador da Figura 5 (lado direito) sobre o traço sísmico sintético da Figura 1. Observamos que: (a) o resultado da deconvolução não é bom, devido ao operador apresentar dois trechos significativos; (b) o operador comprime os eventos, porém, não de forma igual em todo o traço; (c) este é o melhor resultado de deconvolução; (d) o operador comprime os eventos a impulsos seguido de uma pequena ondulação suave; (e) o operador perdeu sua capacidade de compressão, devido a ele se aproximar da forma de um impulso.

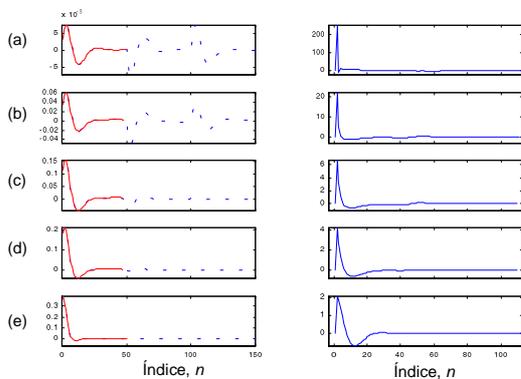


Figura 7 – Na coluna esquerda, a linha pontilhada é o inverso do operador total da Figura 5 (direita), e a linha contínua é o pulso recuperado correspondendo apenas ao trecho inicial deste operador inverso. Na coluna direita, estão plotados os resultados da convolução dos inversos dos pulsos recuperados (trecho inicial do inverso do operador) sobre o pulso-fonte, onde observamos que: (a) esta é a melhor compressão, indicando que o pulso recuperado tem uma forma semelhante ao pulso-fonte; (b) há uma pequena perda na capacidade de compressão, indicando que o pulso recuperado tem uma forma próxima ao pulso-fonte; (c) há um aumento na perda na capacidade de compressão, e o pulso recuperado está se afastando do pulso-fonte;

(d) há um maior aumento na perda na capacidade de compressão, indicando que o pulso recuperado está cada vez mais se afastando da forma do pulso-fonte conforme o decaimento da janela;

(e) há perda na capacidade de compressão do operador, indicando ser a forma dele próxima a de um impulso.