

# Descoloração no Filtro de Wiener

Fábio J. C. Alves e Lourenildo W. B. Leite

Curso de Pós-graduação em Geofísica, UFPa. Belém, Pará.

## ABSTRACT

The present paper demonstrates how prewhitening of the autocorrelation can affect deconvolution with optimum filters, in the process of joining together the stages of smoothing and impulse response. For the proper theoretical analysis, the formulation of Wiener filter is presented in the parametric form, where all the constituents involved in the calculation of the operator can be analyzed separately. This evaluation is performed in a series of experiments with different levels of signal/noise ratios. It is shown that impulse deconvolution with prewhitening is superior to smoothing followed by impulse deconvolution.

## INTRODUÇÃO

Este trabalho é voltado ao estudo do efeito do parâmetro de descoloração nos filtros de Wiener de suavização e de deconvolução ao impulso. A avaliação é feita sobre uma serie de experimentos com resultados consistentes, e alguns exemplos foram selecionados para demonstração. No filtro de suavização, este parâmetro é responsável pela elevação da razão sinal/ruído (S/R) na saída do filtro. Na deconvolução ao impulso, este parâmetro é responsável pela melhora na resolução do traço deconvolvido, onde também se verifica um aumento da razão S/R na saída. Em resumo, observamos a existência de uma relação entre o desempenho dos filtros analisados e o valor da descoloração, em função da razão S/R.

## FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O filtro de Wiener é definido através da minimização da variância dos desvios entre as funções  $z_k$  (sinal desejado) e  $y_k$  (saída real). A função objeto é dada por

$$e(h_i) = E\{(z_k - y_k)^2\}, \quad (k=0,1,\dots,P-1), \quad (1)$$

para ser minimizada em função dos coeficientes  $h_i$ . Os processos  $y_k$  e  $z_k$  são considerados realizações estocásticas estacionárias. A saída real do filtro,  $y_k$ , é dada pela convolução linear da entrada,  $g_k$ , com os coeficientes do filtro,  $h_i$ ,

$$y_k = \sum_{i=0}^{N-1} h_i g_{k-i}, \quad (k=0,1,\dots,P-1), \quad (2)$$

$N$  é o número de coeficientes no filtro,  $P$  é o número de pontos no traço observado. A entrada  $g_k$  é representada pelo modelo convolucional simples

$$g_k = s_k + v_k = \sum_{i=0}^{M-1} w_i r_{k-i} + v_k, \quad (k=0,1,\dots,Q-1, \quad Q=M+R-1), \quad (3)$$

onde  $w_i$  é o pulso-fonte, e  $r_i$  é a distribuição dos coeficientes de reflexão, com respectivos número de pontos  $M$  e  $R$ , sendo  $v_k$  o ruído aditivo.  $s_k$  é a mensagem, ou o sinal não ruidoso.

A minimização da expressão (1) resulta na equação Wiener-Hopf dada por (Robinson e Treitel, 1980)

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j), \quad (4)$$

cujas soluções determinam os coeficientes  $h_i$  ( $i=0,1,\dots,N-1$ ).  $\phi_{gg}(\cdot)$  representa a autocorrelação unilateral teórica da entrada, e  $\phi_{zg}(\cdot)$  é a correlação cruzada estocástica unilateral teórica entre o sinal desejado e o sinal observado. As estimativas destas funções são discutidas em Alves e Leite (1999).

Vários são os problemas básicos que podem ser estruturados e resolvidos a partir da solução geral (4), e nos interessa aqui eles nas formas chamadas de paramétricas. O primeiro problema é o de suavização definido na seguinte forma: (a) a entrada,  $g_k = s_k + v_k$ , onde  $s_k$  é a mensagem e  $v_k$  o ruído aditivo; (b) o desejado  $z_k = s_k$ ; (c) as correlações são resumidas a,  $\phi_{gg}(j) = \phi_{ss}(j) + \phi_{vv}(j)$ ,  $\phi_{zg}(j) = \phi_{ss}(j)$  e  $\phi_{vv}(j) = \sigma_v^2 \delta(j)$ . A equação paramétrica para solução do problema é

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i [\phi_{ss}(j-i) + \sigma_v^2 \delta(j-i)] = \phi_{ss}(j). \quad (5)$$

O segundo problema é o de resposta ao impulso definido na seguinte forma: (a) a entrada,  $g_k = s_k + v_k$ , onde  $a$  a convolução é a mensagem e  $v_k$  o ruído aditivo; (b) o desejado  $z_k = r_k$ ; (c) as correlações são resumidas a  $\phi_{gg}(j) = \sigma_r^2 \phi_{ww}(j) + \phi_{vv}(j)$ ,  $\phi_{zg}(j) = \sigma_r^2 w_{-j}$  (com  $w_{-j} = w_0$  para  $j=0$ , e  $w_{-j} = 0$  para  $j>0$ ) e  $\phi_{vv}(j) = \sigma_v^2 \delta(j)$ . A equação paramétrica para solução do problema é

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i [\sigma_r^2 \phi_{ww}(j-i) + \sigma_v^2 \delta(j-i)] = \sigma_r^2 w_{-j}. \quad (6)$$

O terceiro problema é o de predição definido na seguinte forma: (a) a entrada,  $g_k = s_k + v_k$ , onde  $s_k$  é a mensagem e  $v_k$  o ruído aditivo; (b) o desejado  $z_k = s_{k+T}$ , onde  $T$  é a distância de predição; (c) as correlações são resumidas a,  $\phi_{gg}(j) = \phi_{ss}(j) + \phi_{vv}(j)$ ,  $\phi_{zg}(j) = \phi_{ss}(j+T)$  e  $\phi_{vv}(j) = \sigma_v^2 \delta(j)$ . A equação paramétrica para solução do problema é

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i [\phi_{gg}(j-i) + \sigma_v^2 \delta(j-i)] = \phi_{ss}(j+T). \quad (7)$$

Nestes problemas básicos, as correlações cruzadas são admitidas como nulas; isto é,  $\phi_{sn}(j) = \phi_{ns}(j) = 0$ . O ruído é admitido como série branca:  $\phi_{vv}(0) = \sigma_v^2$ ,  $\phi_{vv}(j) = 0$ ,  $j \neq 0$ . (Leite, 1998).

As equações (4 a 7) podem ser representadas na forma compacta matricial  $\underline{A}h = \underline{b}$ , onde  $\underline{A}$  é uma matriz Toeplitz formada por elementos da autocorrelação  $\phi_{ss}(j-i)$ . A quantidade  $\sigma_v^2 \delta(j-i)$  aparece em todas as formulações básicas e faz parte apenas da diagonal da matriz  $\underline{A}$ . Como a razão sinal/ruído não é conhecida de antemão nos problemas práticos, ela participa através do parâmetro  $\sigma_v^2$  que pode ser, então, quantificado por um valor constante ao longo da diagonal de  $\underline{A}$ , sendo referido como descoloração, perturbação diagonal, estabilização, etc. O objetivo aqui é mostrar o efeito deste parâmetro nos filtros de suavização e deconvolução ao impulso, de forma separada e associada. A predição unitária corresponde à deconvolução ao impulso. (Robinson e Treitel, 1980).

A janela escolhida para aplicar na autocorrelação, objetivando a obtenção de um melhor resultado na deconvolução voltada as estimativas do pulso-fonte e da distribuição dos coeficientes de refletividade, é a exponencial dada por

$$\gamma_k = \begin{cases} e^{-\beta|k|}, & |k| = 0, 1, 2, K, J \\ 0, & |k| = J+1, J+2, K \end{cases}, \quad (8)$$

onde  $J$  é o comprimento da janela. O valor da razão sinal/ruído (S/R) neste trabalho é definida pela variância estatística na forma

$$\frac{S}{R} = \frac{\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P [g_i - \bar{g}]^2}{\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P [v_i - \bar{v}]^2}, \quad \text{onde } \bar{v} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P v_i \text{ e } \bar{g} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P g_i. \quad (9)$$

$g_i$  é o sinal sintético sem ruído,  $v_i$  é o ruído empregado,  $P$  é o número de amostras, e  $\bar{g}$  e  $\bar{v}$  são as médias amostrais. (Alves, 1999).

## RESULTADOS

Foram realizados vários experimentos para avaliar o efeito do parâmetro de descoloração nos filtros de suavização e deconvolução ao impulso, buscando otimizar este parâmetro para obter melhores resultados na suavização e na deconvolução. Estes experimentos constaram de: (a) modelos com diferentes distribuições de coeficientes de reflexão; (b) diferentes níveis de ruído; (c) diferentes tipos de janelas aplicadas na autocorrelação; e (d) diferentes tipos de percentuais de descoloração aplicados nos filtros de suavização e deconvolução ao impulso. Para demonstrarmos os resultados obtidos nos experimentos, selecionamos alguns exemplos do efeito do parâmetro de descoloração.

Na Figura 1 (coluna esquerda) estão graficados o traço sísmico com ruído aditivo (letra *a*) utilizado como entrada ao filtro (função  $g_k$ ), e os traços suavizados com diferentes percentuais de descoloração (letras *b* a *e*), onde observamos a melhora na suavização com o aumento da descoloração. A utilização dos traços suavizados para deconvolução ao impulso não apresenta melhora significativa na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão, como mostrado na Figura 1 (coluna direita).

Na Figura 2 está graficado a relação entre a razão S/R e o percentual de descoloração referente aos traços exibidos na Figura 1 (coluna esquerda), onde observamos uma relação linear crescente e coerente.

Na Figura 3 estão graficados os operadores utilizados na suavização e na deconvolução ao impulso.

Observamos na Figura 4 o bom resultado na obtenção do pulso-fonte a partir dos traços suavizados mostrados na Figura 1 (coluna esquerda). O resultado melhora com o aumento da descoloração na suavização.

O experimento apresentado na Figura 5 (coluna direita) ilustra o efeito de descoloração (10%) no filtro de deconvolução ao impulso, tendo como entrada os traços suavizados da Figura 1 (coluna esquerda). Observamos uma melhora na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão com o aumento da descoloração na suavização. Na coluna esquerda estão graficados os operadores utilizados nas respectivas deconvoluções.

Na Figura 6 está graficado na letra a (coluna direita) um traço suavizado com 100% de descoloração. Nas letras de b até e estão exibidas as deconvoluções deste traço a com os seguintes percentuais de descoloração no desenho do filtro de deconvolução ao impulso: (b) 10%; (c) 25%; (d) 50% e (e) 100%. Na coluna esquerda estão exibidos os operadores utilizados nestas deconvoluções. Observamos o aumento da degradação no sinal de saída com aumento do percentual de descoloração aplicado no filtro de deconvolução ao impulso.

Na Figura 7, podemos observar que os resultados na recuperação do pulso-fonte não são bons, quando utilizado descoloração no desenho do filtro de deconvolução ao impulso. (Comparar com os resultados da Figura 4).

Na Figura 8 (coluna esquerda, sem janela) mostramos o resultado para o filtro de deconvolução ao impulso com diferentes níveis de descoloração, tendo como entrada o traço original (Figura 1, letra a, coluna esquerda). Observamos que há um aumento na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão em função do aumento da descoloração utilizada. A aplicação de janelas exponenciais na autocorrelação (coluna direita, com janela) melhora o resultado do filtro de deconvolução ao impulso quanto a estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão.

**CONCLUSÕES**

(a) O filtro de suavização realiza bem sua tarefa em função do parâmetro de descoloração. (b) Não há melhora considerável na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão quando utilizamos os traços suavizados. No entanto, obtemos bons resultados na recuperação do pulso-fonte em função da descoloração aplicada no filtro de suavização. (c) Se introduzirmos descoloração no desenho do filtro de deconvolução ao impulso, este apresenta um aumento na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão em função do aumento da descoloração utilizado; porém, neste caso, não são bons os resultados da recuperação do pulso-fonte. (d) Os melhores resultados na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão são obtidos com o uso dos traços suavizados, aplicando percentuais de descoloração maiores no filtro de deconvolução ao impulso com relação ao utilizado no filtro de suavização. (e) Na estimativa da forma do pulso-fonte não são bons os resultados quando se utiliza descoloração no filtro de deconvolução ao impulso, mesmo com a aplicação de janelas especiais na autocorrelação. Os melhores resultados correspondem aos maiores percentuais de descoloração apenas aplicados no filtro de suavização. (Alves, 1999).

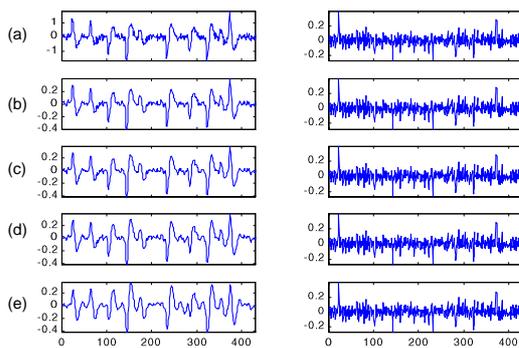


Figura 1 - Na coluna esquerda está graficado na letra a o traço sísmico original, e nas demais letras estão os traços suavizados com os seguintes percentuais de descoloração: (b) 10%, (c) 25%, (d) 50% e (e) 100%. Na coluna direita estão graficadas as respectivas deconvoluções utilizando como entrada os traços da coluna esquerda sem utilizar descoloração no filtro de deconvolução ao impulso. Observamos a suavização do ruído em função do nível de descoloração utilizado. A deconvolução sobre os traços suavizados melhora a resolução da saída do filtro de deconvolução ao impulso, apenas quando este utiliza descoloração.

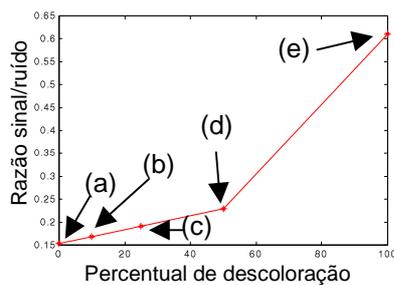


Figura 2 - Razão S/R dos traços exibidos nas Figuras 1 coluna esquerda. Observamos um aumento linear no valor da razão S/R em função do percentual de descoloração utilizado no filtro de suavização

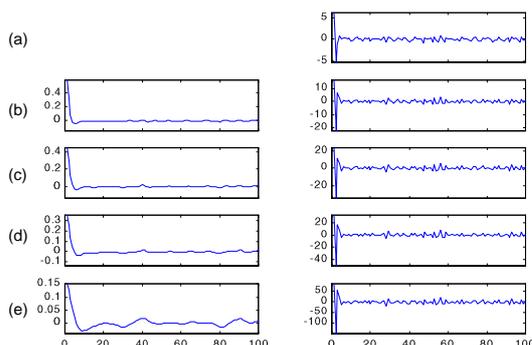


Figura 3 - Na coluna esquerda está exibido os operadores de suavização aplicados sobre o traço original mostrado na Figura 1 (coluna esquerda, letra a), na obtenção dos traços graficados nas letra de b a e da mesma Figura 1 (coluna esquerda). Na coluna direita estão graficados os operadores deconvolucionais cujas saídas estão mostradas na Figura 1 (coluna direita).

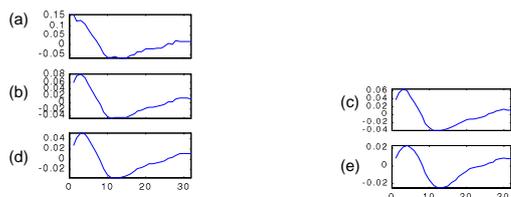


Figura 4 - Pulsos-fontes recuperados obtidos invertendo os operadores deconvolucionais graficados na Figura 3 (coluna direita). Observamos a melhora na forma do pulso-fonte recuperado em função da descoloração do traço de entrada.

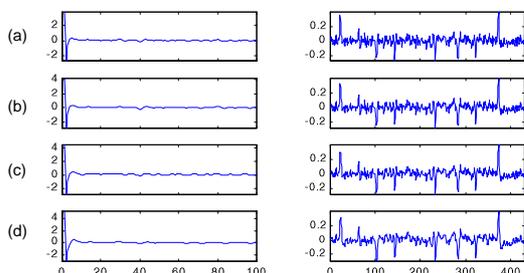


Figura 5 - Na coluna direita estão graficadas as saídas do filtro de deconvolução ao impulso, utilizando descoloração de 10% em seu desenho. A entrada são os traços suavizados graficados na Figura 1 (coluna esquerda, letras de b a e); na coluna esquerda estão exibidos os operadores usados na deconvolução.

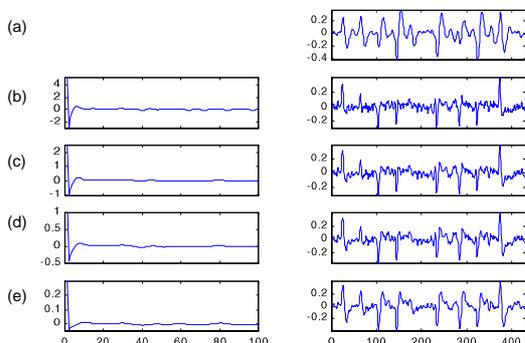


Figura 6 – Na coluna direita, letra a, está graficado o traço sísmico suavizado utilizando 100% de descoloração. Ele representa a entrada do filtro de deconvolução ao impulso, no qual usamos os seguintes percentuais de descoloração: (b) 10%; (c) 25%; (d) 50%; e (e) 100%. Os respectivos operadores obtidos estão graficados na coluna esquerda, e as estimativas das distribuições das reflexões simples estão exibidas na coluna direita.



Figura 7 - Pulsos recuperados a partir do trecho inicial do inverso dos operadores graficados na Figura 6. A disposição corresponde a ordem dos operadores.

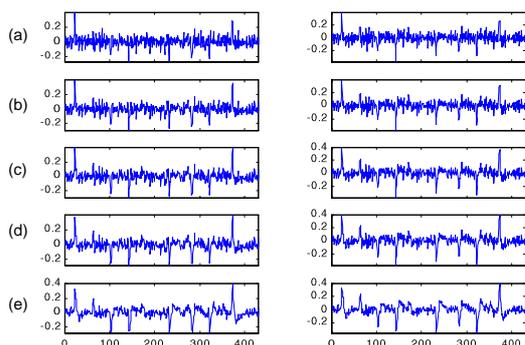


Figura 8 – Resultados obtidos utilizando a descoloração diretamente do desenho do filtro de deconvolução ao impulso sendo com os seguintes percentuais: (a) 0%; (b) 10%; (c) 25%; (d) 50%; (e)100%. A entrada do filtro foi o traço sísmico original contendo ruído aditivo (Figura 1, letra a, coluna esquerda). Na coluna esquerda estão as saídas com aplicação de janela retangular na autocorrelação. Na coluna direita estão as saídas com a aplicação de uma janela exponencial com fator de decaimento  $\beta=30$  sobre a autocorrelação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Alves, F. J. C. (1999). *Avaliação do Efeito da Janela e Descoloração nos Filtros Wiener-Hopf*. Dissertação de Mestrado. CPGf, UFPa, Belém, Pará (em andamento).
- Alves, F.J.C & Leite, L.W.B. (1999). *Efeito de Janelas sobre o Filtro de Deconvolução ao Impulso*. Resumos do VI Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. Rio de Janeiro, RJ.
- Leite, L. W. B. (1998). *Introdução a Análise Espectral em Geofísica*. FADESP/CNPq. Belém, Pará.
- Robinson, E. A. & Treitel, S. (1980). *Geophysical Signal Analysis*. Prentice-Hall, Inc. Englewood. N. J., USA.