



Espectro Direcional das Ondas na Bacia de Campos: A Análise de Fourier e O Método de Máxima Entropia

Ney A. B. Seixas, MCT/Observatório Nacional/Coordenação de Geofísica

Copyright 2003, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper were reviewed by The Technical Committee of The 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represents any position of the SBGF, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In order to estimate wave directions, it is presented in this paper a comparison between two distinct approaches: the classical Fourier analysis and the maximum entropy method (MEM). The results show a very satisfactory agreement. Furthermore, the maximum entropy method is more efficient in the computation of the wave angular spreading. A data set was obtained with an oceanographic buoy, type pitch and roll, located at Marlim and Barracuda fields, both 1000 meters below sea level. The buoy was operated by Petrobras, from 1991 to 1995. The present study is part of a more comprehensive research to estimate all parameters of the wave climate of Campos Basin, using real instrumental data and spectral analyses methods.

Introdução

Será adotado como ponto de partida a grandeza matemática denominada densidade espectral direcional $S(f, \theta)$, proposta por Longuet-Higgins et al. (1963), como uma expansão em série de Fourier na forma:

$$S(f, \theta) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{n=1}^2 [a_n(f) \cos(n\theta) + b_n(f) \sin(n\theta)] \quad (1)$$

Existe uma forma mais simples de representar a densidade espectral direcional:

$$S(f, \theta) = S(f)D_f(\theta) \quad (2)$$

onde:

$S(f)$ é a denominada densidade espectral de potência da elevação da superfície e $D_f(\theta)$ o espalhamento angular da onda ("spreading").

e dado pela relação:

$$D_f(\theta) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^2 a_n(f) \cos(n\theta) + b_n(f) \sin(n\theta) \right] \quad (3)$$

A Agitação Marítima

A agitação marítima é um processo estocástico resultante da soma de componentes ondulatórias com diferentes

amplitudes, frequências, direções e fases que se combinam formando a superfície irregular do oceano. Por ser um processo estocástico não existe a *determinação* de uma grandeza física. O que visa-se encontrar é seu melhor *estimador*. Tal obtenção envolve questões como resolução espectral, tendência, variância e consistência do mesmo, além da técnica de análise utilizada. No caso de $S(f)$, a abordagem clássica de Fourier é perfeitamente aplicável. Contudo o mesmo não ocorre com $D_f(\theta)$ (Tucker, 1989). As razões desta aparente contradição serão discutidas com mais detalhamento a seguir.

O Instrumento e a Resolução Espectral

O movimento da bóia é resultante das excitações externas recebidas do mar. Internamente, ela possui dispositivos que transformam a resposta instrumental em grandezas relacionadas às ondas: a elevação da superfície (η) e duas inclinações ortogonais (η_x e η_y). Logo, são três séries temporais ortogonais, amostradas com uma taxa de 1Hz ($\Delta t = 1s$), registradas durante 20 minutos à cada 3 horas. As séries temporais são muito bem amostradas no domínio do tempo, o que permite facilmente a aplicação da análise de clássica de Fourier no domínio da frequência. Em síntese, há uma "fatura amostral" que possibilita abordar tudo relacionado à $S(f)$. Contudo, ocorre exatamente o oposto com $D_f(\theta)$, isto é, há uma enorme "escassez amostral" no domínio do espaço, comprometendo seriamente a aplicação da transformada de Fourier. Isto é facilmente percebido analisando-se a equação (3): é uma expansão em série de Fourier limitada a 2 harmônicos. Por outro, lado $S(f)$ possui 512 harmônicos não nulos. Consequentemente, torna-se necessário a utilização de uma abordagem diferente para $D_f(\theta)$, sendo empregada a de máxima entropia. Antes de enfocá-la, cabe ainda um rápido comentário sobre a questão discutida acima. $D_f(\theta)$ na equação (3) possui só 2 harmônicos, tal como $S(f, \theta)$ na equação (1). Entretanto $S(f, \theta)$ na equação (2) é representada de uma forma extremamente simples, como uma multiplicação entre duas grandezas físicas (ou funções matemáticas). Contudo, a "chave" para esta simplificação resulta de um longo e complexo desenvolvimento matemático que, resumindo, começa na equação (1) e termina na (2), mas com $D_f(\theta)$ permanecendo representado como na equação (3). Deste modo consegue-se a vantagem de abordar $S(f)$ e $D_f(\theta)$ distintamente, não transferindo para $S(f)$ as limitações existentes em $D_f(\theta)$ (Seixas, 1997).

O Método de Máxima Entropia

Além da análise espectral clássica de Fourier, existem várias técnicas não clássicas. O MME (Burg, 1975) é um dos mais conhecidos. Por ser um método de alta resolução, é adequado a situações onde o sinal registrado tem curta duração ou baixa amostragem

(poucos harmônicos, como ocorre na equação (3)). Neste problema, a análise clássica consegue estimar a direção com êxito. Contudo, a importante estimativa da largura do espalhamento angular só pode ser obtida com técnicas de alta resolução, para compensar a limitação de harmônicos no domínio do espaço. A seguir, será apresentada a expressão que permite a obtenção de $D_f(\theta)$, desenvolvida por Lygre e Krogstad (1986):

$$2\pi D_f(\alpha) = (1 - \phi_1 c_1^* - \phi_2 c_2^*) / |1 - \phi_1 e^{-i\alpha} - \phi_2 e^{-2i\alpha}|^2 \quad (4)$$

Os coeficientes c_1 , c_2 , ϕ_1 e ϕ_2 são obtidos através de manipulações matemáticas com os espectros cruzados das três séries temporais (η , η_x e η_y). Uma vez obtido $D_f(\theta)$ instrumentalmente, torna-se necessário estimar a largura do espalhamento angular, representada por " σ ". Isto é feito integrando-se $D_f(\theta)$ no intervalo $-\pi/2$ a $\pi/2$, obtendo-se um parâmetro denominado " δ ". Kuik et al. (1988) estabeleceram a seguinte relação entre " σ " e " δ ", com base em estudos do momento circular de uma distribuição:

$$\sigma = (2(1-\delta))^{1/2} \quad (5)$$

com " σ " expresso em radianos.

Formulações Espectrais

Analogamente à $S(f)$, existem na literatura várias expressões analíticas para modelar $D_f(\theta)$. Dentre as mais conhecidas (e adotada neste trabalho), está a formulação \cos^{2s} , dada por:

$$D_f(\alpha) = A \cos^{2s} [(\alpha - \alpha_p)] \quad (6)$$

onde " A " é uma constante de normalização tal que $\int_0^{2\pi} D_f(\alpha) d\alpha = 1$, " s " o parâmetro controlador da largura do espalhamento e α_p a direção associada à uma determinada frequência de pico " f_p ". A principal questão relacionada a este modelo é como obter o parâmetro " s ". Kuik et al. (1988) estabeleceram a seguinte relação:

$$\sigma = \left(\frac{2}{s+1}\right) \Rightarrow s = (2/\sigma) - 1 \quad (7)$$

Resultados

Devido à limitação de espaço para apresentar todos os resultados desejados (espectros medidos e modelados com as mais variadas situações), será apresentado apenas um exemplo para fins de ilustração e discussão de aspectos relevantes: uma ocorrência trimodal dominada por baixa frequência. O estudo do clima de ondas da Baía de Campos realizado pelo autor contém resultados apresentados neste trabalho assim como em outro (Seixas 2003). Entretanto há ainda muitos (mais de 60), que não constam em ambos. Os aqui apresentados são para confrontar as direções das ondas estimadas com a análise clássica de Fourier e com o método de máxima entropia, além da estimativa de $D_f(\alpha)$, obtida exclusivamente com o MME. Eles constituem a principal proposta do trabalho. Será dada ênfase às ocorrências

uni e bimodais, que juntas representam mais de 80% do total existente. Nas bimodais, serão mostradas as ocorrências dominadas por baixas frequências (figuras 4 a 9) e altas frequências (figuras 10 a 15). Todas as distribuições individuais são acompanhadas de seus valores medos.

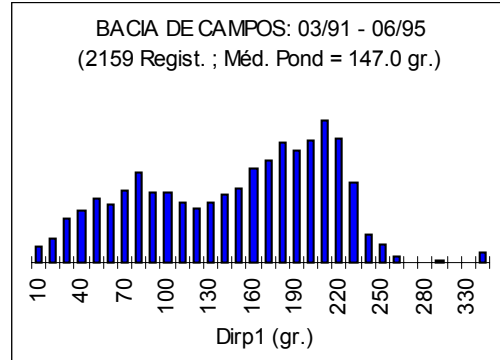


Figura 1: Direções dos mares unimodais obtidas com a análise clássica de Fourier.

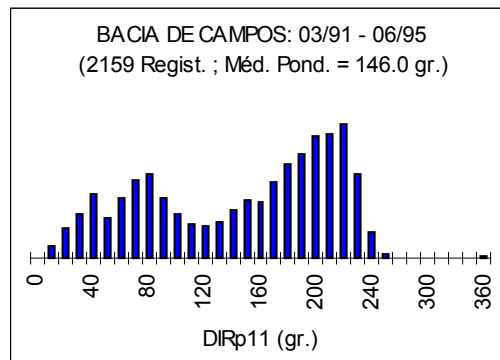


Figura 2: Direções dos mares unimodais obtidas com o MME.

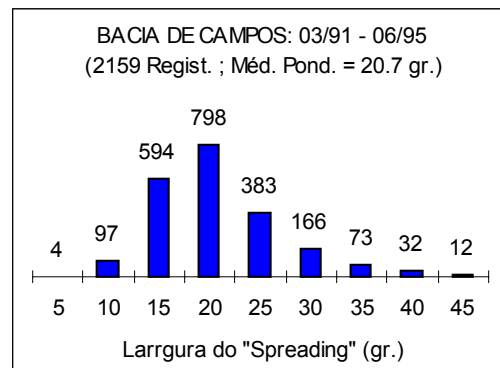


Figura 3: Largura do espalhamento angular dos mares unimodais obtidas com o MME.

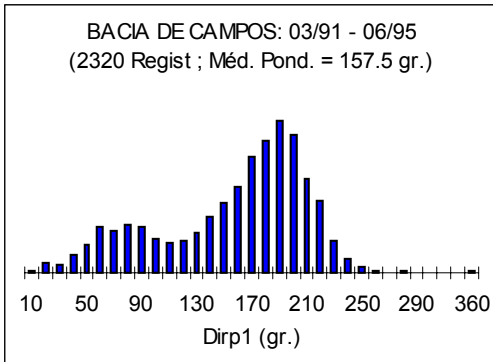


Figura 4: Direções do “pico 1” dos mares bimodais obtidas com a análise de Fourier.

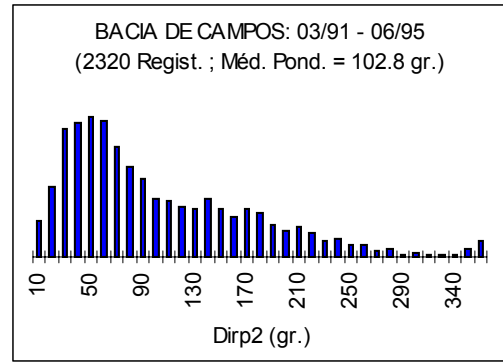


Figura 7: Direções do “pico 2” dos mares bimodais obtidas com a análise de Fourier.

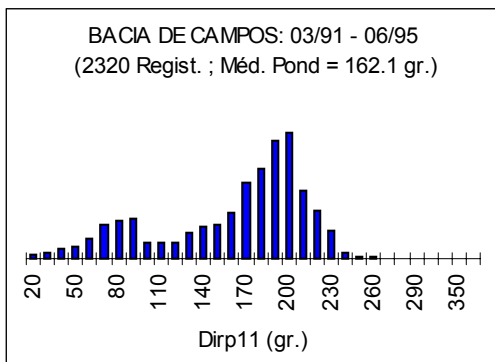


Figura 5: Direções do “pico1” dos mares bimodais obtidas com o MME.

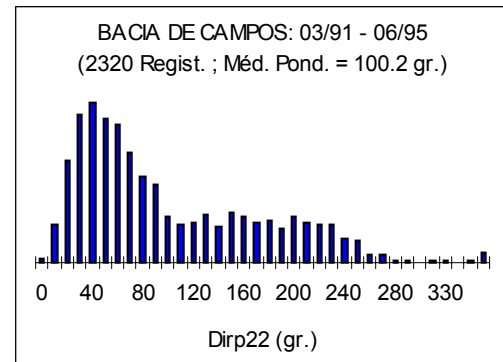


Figura 8: Direções do “pico2” dos mares bimodais obtidas com o MME.

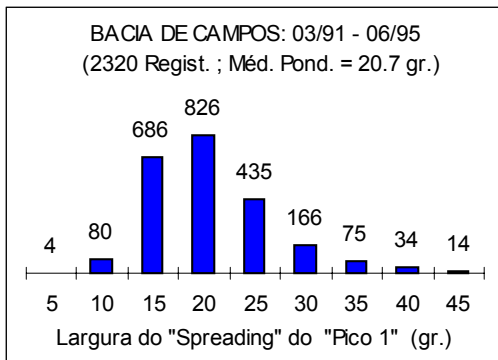


Figura 6: Larguras do espalhamento angular do “pico1” obtidas com o MME.

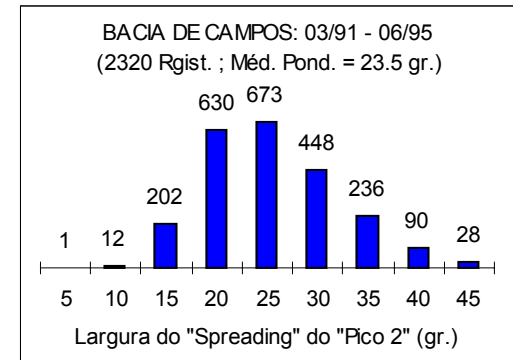


Figura 9: Larguras do espalhamento angular do “pico2” obtidas com o MME.

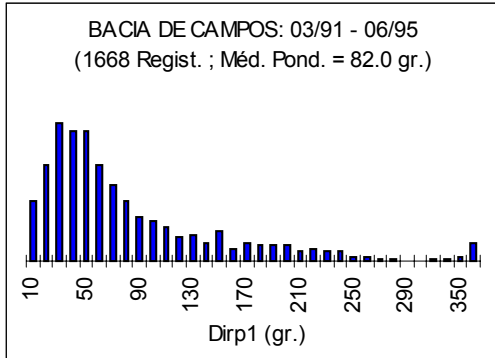


Figura 10: Direções do “pico 1” dos mares bimodais obtidas com a análise de Fourier.

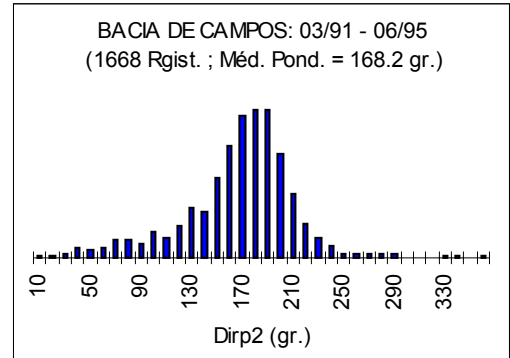


Figura 13: Direções do “pico2” dos mares bimodais obtidas com a análise de Fourier.

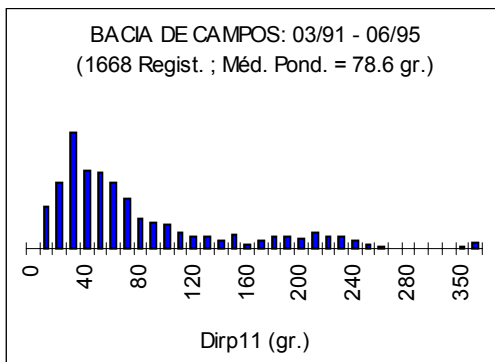


Figura 11: Direções do “pico1” dos mares bimodais obtidas com o MME.

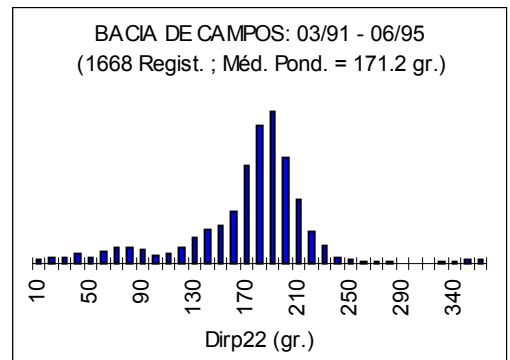


Figura 14: Direções do “pico2” dos mares bimodais obtidas com o MME.

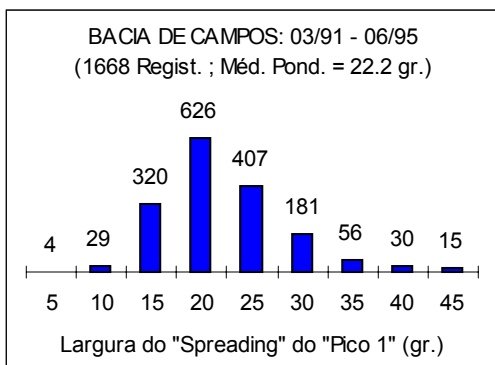


Figura 12: Larguras do espalhamento angular do “pico1” obtidas com o MME.

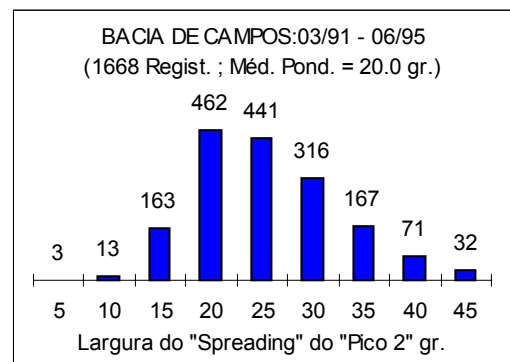


Figura 15: Larguras do espalhamento angular do “pico2” obtidas com o MME.

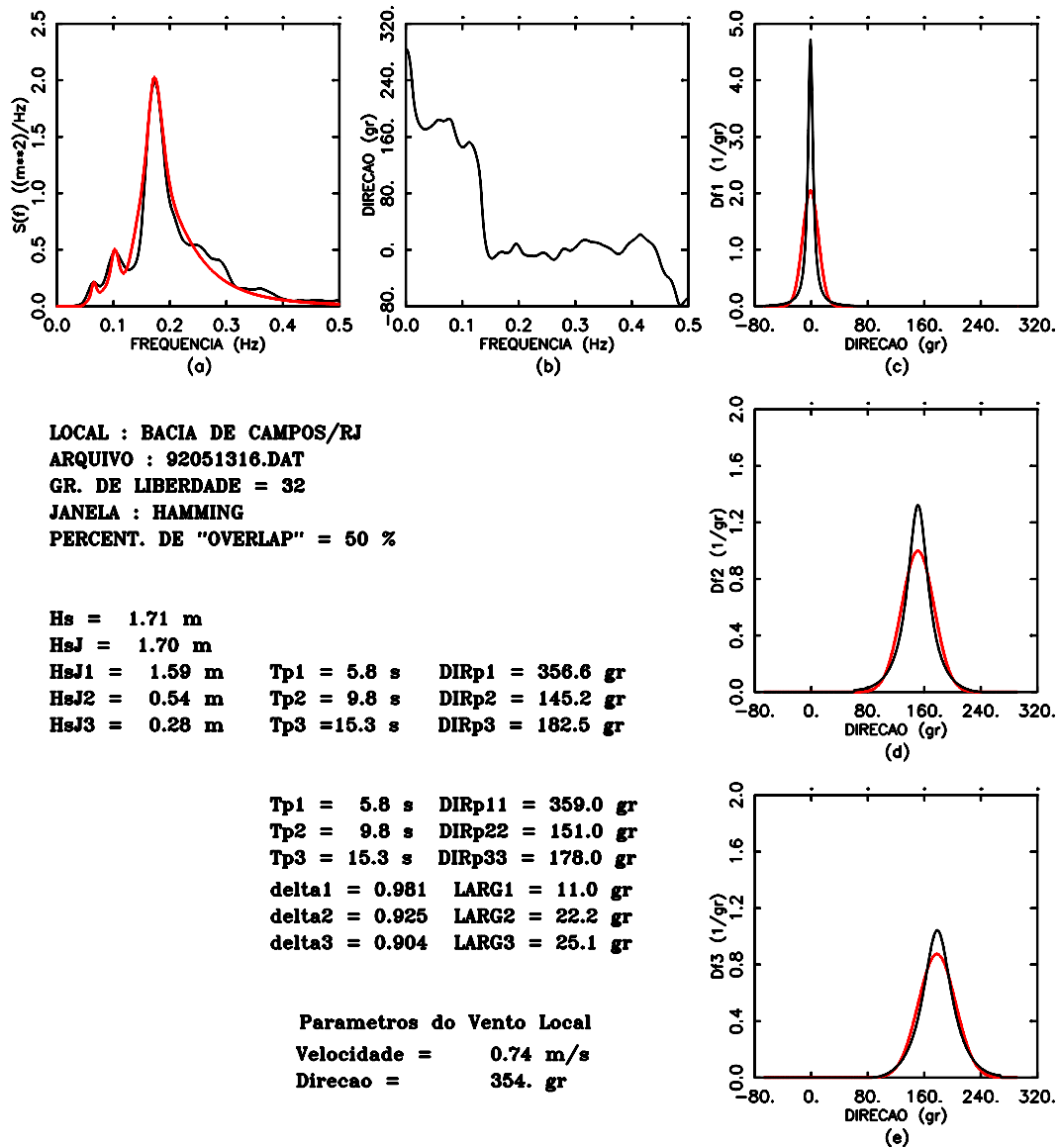


Figura 16: Exemplo de uma ocorrência trimodal com seus espectros instrumentais e modelados: figura (a): $S(f)$; figura b: direção de origem das ondas $\alpha(f)$; figuras (c), (d) e (e): espalhamento angular ("spreading") $D_f(\alpha)$, obtidos com o MME. Comentários sobre os resultados serão feitos a seguir.

Conclusões

A principal conclusão dos resultados deste trabalho é que a máxima entropia é uma técnica confiável, podendo ser empregada em situações onde a abordagem clássica de Fourier não produz resultados satisfatórios. Neste problema em particular, o MME vai além, permitindo não somente a obtenção de grandezas onde a abordagem clássica é satisfatória (estimativa da direção das ondas) bem como em outras (largura do espalhamento angular, obtida instrumentalmente), onde a clássica é ineficaz.

Nas figuras (1), (2) tem-se as estimativas de direções das ondas nas ocorrências unimodais obtidas com as duas abordagens (todas as grandezas “indexadas duplamente”, como Dirp11, etc... foram obtidas com o MME). Uma inspeção visual nas duas distribuições já demonstra forte similaridade entre ambas (mesmo sem o emprego de estudos estatísticos mais refinados). Com as direções agrupadas em octantes, a similaridade é ainda mais perceptível. Em todas as distribuições, ou histogramas, tem-se a média ponderada dos resultados. No caso unimodal a diferença é de 1^o. em 2159 ocorrências. Na figura (3) tem-se a “largura do spreading” estimada com o MME. Tanto suas distribuições como as médias ponderadas apresentam valores bastante satisfatórios, isto é, dentro do teoricamente esperado.

Nos casos bimodais dominados por baixas ou altas frequências, os resultados mostram-se plenamente satisfatórios. Cabe realçar que as comparações devem ser feitas com os resultados das duas abordagens para uma mesma grandeza. Exemplos de comparação: (figuras (4) com (5), (7) com (8), (10) com (11) e (13) com (14)). Posteriormente as figuras (6) com (9) e (12) com (15). Um comentário sobre tais comparações deve ser acrescentado. Em última análise, a média ponderada está sendo empregada como “avaliador quantitativo dos resultados”. Entretanto a média aritmética (cujos valores não estão apresentados) mostra resultados ainda mais próximos que os obtidos com a ponderada. A adoção de uma ou outra fica a critério do usuário, embora a ponderada seja mais representativa da realidade.

Na figura (16) alguns aspectos relevantes e também comparações, devem ser observados com atenção. Primeiramente os espectros do espalhamento angular, medidos e modelados, obtidos das equações (4) e (6), respectivamente. Em seguida, comparar as direções de pico obtidas com as duas metodologias: Dirp1 e Dirp11, Dirp2 e Dirp22 e finalmente Dirp3 e Dirp33. Continuando, avaliar os parâmetros “ δ ” (1,2 e 3), que permitem estimar a “largura do espalhamento angular σ ” (na figura 16 a “largura σ ” está abreviada como “LARG” e indexada). Quanto à “delta”, vale notar que ele deve ser inferior à 1 (equação (5)) e que, simultaneamente, quanto mais próximo de 1 menor será “ σ ”. Em seguida a relação (7), que permite calcular “s”, o mais importante parâmetro da modelagem do espalhamento angular (linha vermelha). Na figura (16) deve ainda ser notada a direção do vento local. Neste exemplo é bem evidente que o pico dominante, de alta frequência, é gerado pelo vento local (vide suas direções). Entretanto, ele não extingue os outros dois, conforme mostra a figura (a). Esta é uma típica e complexa ocorrência de mares cruzados, com presença de “swell”, muito comum na Baía de Campos. Vale lembrar que ocorrências mais simples, ou seja,

bimodais, representam mais da metade do total da região (Seixas, 2003).

Bibliografia (na ordem de citação no texto)

- Longuet-Higgins, S.; Cartwright, D. E. and Smith, N. ; Observation of the Directional Wave Spectrum of Sea Waves Using the Motion of Floating Buoy; Ocean Wave Spectra; 1963.
- Tucker, M. J.; Interpreting Directional Data from Large Pitch-Roll-Heave Buoys; Ocean Engng.; Vol 16, No. 2; 1989.
- Seixas, N. A. B.; Clima de Ondas na Baía de Campos: Análise dos Dados e Proposta de Parametrização ; Tese de Doutorado, Observatório Nacional, 1997.
- Burg, J.; Maximum Entropy Spectral Analysis; Ph.D. Dissertation; Stanford University; 1975.
- Lygre, A. and Krogstad, E.; Maximum Entropy Estimation of the Directional Distribution in Ocean Wave Spectra; JPO, Vol. 16, 1986.
- Seixas, N. A. B.; Espectro de Energia das Ondas na Baía de Campos; Eighth International Congress of The Brazilian Geophysical Society; Rio de Janeiro, Brazil, 2003.

Agradecimentos

A Petrobras, que disponibilizou os dados para realização de minha tese de doutorado (além dos demais trabalhos que a sucederam).

Aos colegas do Observatório Nacional, Dr. Luiz M. Barreto, Dr. Jorge L. de Souza, Constantino M. Mota, Elizabeth C. Lima e Aluizio A. Cruz, que de diferentes formas, contribuíram na elaboração deste trabalho.