



Modelagem sísmica de ondas elásticas e migração reversa no tempo em meios transversalmente isotrópicos

José Carlos Rosa Filho e Djalma Manoel Soares Filho, PETROBRAS Brasil, Webe João Mansur, COPPE/UFRJ Brasil

Copyright 2003, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper was reviewed by The Technical Committee of The 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represents any position of the SBGF, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

The purpose of this work is the evaluation of the effects of transverse isotropy on elastic media seismic wave propagation and on reverse time migration of the simulated data. We developed and introduced algorithms of seismic modeling and elastic reverse time migration for transverse isotropic media by the generalization of the Zahradník (1995) algorithm where the media parameters are introduced by integrations through the grid lines. Associated with the *P* and *S* phase velocities and density, modeling and depth prestack migration procedures incorporate transverse isotropy parameters, as presented in Thomsen (1986), showing that, although weak, anisotropy can endanger analysis on obtained results.

Introdução

O processo de exploração de petróleo tem exigido o desenvolvimento de técnicas de exploração que utilizam modelos cada vez mais detalhados, aproximando-os ao máximo do problema real. Entre essas técnicas, destacam-se as modelagens numéricas, que simulam características geológicas estruturais e estratigráficas de uma área. Esse procedimento pode partir de modelos visando a obtenção de respostas que os caracterizam, bem como partir da resposta real visando a obtenção de modelos que correspondam a essa resposta.

Fundamentos Teóricos

Equação básica da elastodinâmica

A propagação de ondas mecânicas em meios elásticos heterogêneos anisotrópicos pode ser expressa pela equação elastodinâmica, escrita em termos do vetor deslocamento de partículas (\vec{u}):

$$F_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad (1)$$

onde F_i é a densidade de força, c_{ijkl} o tensor elástico, ρ a densidade e t o tempo. O desenvolvimento dessa equação resulta em um sistema de três equações com vinte e nove termos, que, devido a simetria do tensor elástico, podem ter esse número de termos diminuído.

Solução da equação da onda pelo método de diferenças finitas

A dificuldade no trato do meio rochoso advém de sua complexidade. As hipóteses simplificadoras, aplicadas junto com a equação elástica da onda são, normalmente, inválidas para a maioria dos casos de propagação de

ondas na Terra por se restringirem a sinais de alta frequência, modelos de camadas plano-horizontais e à coincidência entre fonte e receptor na geometria de aquisição. Por relevarem tais considerações, os métodos numéricos de diferenças finitas (MDF) tornaram-se muito utilizados na solução da equação da onda. A principal vantagem de sua aplicação em sísmica é que fornecem soluções acuradas para problemas com heterogeneidades laterais de escala comparável ao comprimento das ondas sísmicas e, apesar da intensidade computacional, são os mais apropriados para problemas dessa categoria, além de versáteis e de fácil implementação. No MDF, a equação da onda é aproximada por fórmulas de diferenças, solucionadas com procedimentos recursivos de marcha no tempo sobre uma malha discreta. Como são baseados na equação elástica da onda, incluem tanto as ondas diretas como também as superficiais, as frontais, as convertidas, as refratadas, as observadas em "zonas de sombreamento" e as difrações e ainda preservam as relações de amplitude dos eventos.

Isotropia transversa (*TI = Transversal Isotropy*)

Em boa parte dos problemas, as rochas são consideradas meios isotrópicos, embora a maioria seja sabidamente anisotrópica. Sabe-se também que, se uma perturbação elástica, de comprimento de onda muito maior que a espessura das camadas, se propaga por uma seqüência de camadas, o meio se comporta como homogêneo e anisotrópico (Backus, 1962). Uma das razões para se negligenciar a anisotropia é que as equações que descrevem a propagação de ondas nesses meios apresentam complicações consideráveis, mesmo para os casos mais simples. Thomsen (1986) apresenta uma tabela de medidas de anisotropia em rochas sedimentares e, Byun (1984) mostra que a isotropia transversa com simetria perpendicular ao plano de acamamento das rochas é uma boa aproximação para a anisotropia em rochas sedimentares. Neste trabalho serão tratados apenas os casos de isotropia e isotropia transversa.

Meios isotrópicos

Os meios isotrópicos são casos especiais de anisotropia, onde as constantes elásticas podem ser expressas em função das duas constantes de Lamé (λ e μ):

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2)$$

onde δ é o delta de Kronecker. Seu desenvolvimento (com notação de Voigt), conduz à seguinte representação de $[C_{mn}]$:

$$\begin{bmatrix} C_{33} & (C_{33} - 2C_{44}) & (C_{33} - 2C_{44}) \\ (C_{33} - 2C_{44}) & C_{33} & (C_{33} - 2C_{44}) \\ (C_{33} - 2C_{44}) & (C_{33} - 2C_{44}) & C_{33} \\ & & & C_{44} \\ & & & & C_{44} \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Já a questão dos eventos indesejáveis, exige a suavização do modelo, substituindo as interfaces, com grandes contrastes de velocidades, por zonas de transição. A migração reversa pode ser empregada tanto na fase pré como pós-empilhamento. No caso pós-empilhamento, os erros inerentes às simplificações introduzidas nos processos anteriores são incorporados irreversivelmente ao processo. Neste caso, a qualidade do pré-processamento terá forte influência na qualidade da migração. No caso pré-empilhamento, a depropagação do campo de onda registrado no sismograma constrói os refletores em suas posições. A imagem é construída em cada ponto, a partir do valor do campo de onda depropagado naquele ponto, no tempo obtido pelo modelamento direto da onda qP .

Metodologia

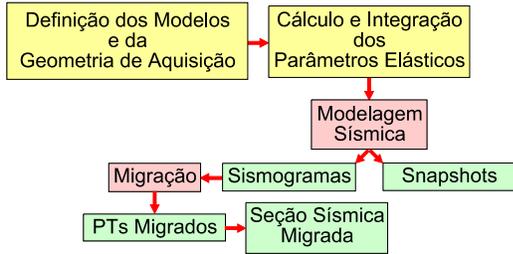


Fig. 3 - Fluxograma de trabalho.

A metodologia usada neste trabalho é descrita, de maneira simplificada, pelo fluxograma da figura 3.

Geração dos modelos

Foram gerados dois modelos sintéticos 2D que tinham em comum as seguintes características:

- $\rho = 2400^{kg/m^3}$;
- $v_s = \frac{v_p}{\sqrt{3}}$,
- frequência máxima ($f_{m\acute{a}x}$) de 60Hz;
- amostragem espacial $\Delta = 5m$ calculada pela relação:

$$\Delta \leq \frac{v_{min}}{5 f_{m\acute{a}x}}, \tag{14}$$

onde v_{min} é a velocidade mínima;

- amostragem temporal Δt calculada pela relação:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{5 v_{m\acute{a}x}}; \tag{15}$$

onde $v_{m\acute{a}x}$ é a velocidade máxima do modelo;

- fonte com polaridade vertical³ e *wavelet* definida pela derivada de 2ª ordem da função gaussiana (Cunha, 1997).

Para a migração, foram gerados modelos suavizados (Loewenthal et al., 1987), usados no cálculo do tempo da onda direta, da amplitude máxima e na depropagação do campo registrado.

Cálculo dos módulos elásticos (C_{mn})

Com as velocidades, a densidade e os parâmetros de anisotropia, foram calculados os módulos elásticos para

³ A fonte com polarização vertical força o aparecimento das ondas S e essas, por causa da elasticidade do meio, provocaram o aparecimento de uma 2ª frente de ondas P.

cada caso através equações (9), (10), (11) e (12), e sobre as malhas dos módulos elásticos foi realizada uma integração, usando a técnica descrita por Zahradník (1995). Na direção N (figura 4), os módulos foram integrados da forma:

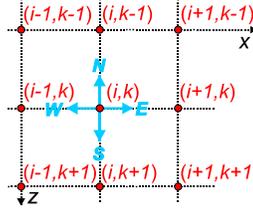


Fig. 4 - Malha usada na aproximação das derivadas.

$$C_{mn}^N = \frac{\Delta}{\int_N \frac{1}{C_{mn}} dz}, \tag{16}$$

onde Δ é o intervalo de amostragem espacial. Nas direções S, E e W o procedimento foi análogo.

Esquemas de diferenças finitas

Retomando a equação (1), desenvolvendo-a para o caso de meios heterogêneos transversalmente isotrópicos 2D, obtêm-se as expressões a seguir:

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(C_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(C_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + F_x \tag{17}$$

e

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(C_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(C_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{13} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{33} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + F_z \tag{18}$$

A discretização das derivadas espaciais com técnicas de MDF, foi desenvolvida a partir da generalização da proposta de Zahradník (1995), válida para meios isotrópicos. As derivadas simples foram aproximadas pelos esquemas:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(C_{mn} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{C_{mn}^E [u(i+1,k) - u(i,k)]}{\Delta^2} - \frac{C_{mn}^W [u(i,k) - u(i-1,k)]}{\Delta^2} \tag{19}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(C_{mn} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{C_{mn}^S [u(i,k+1) - u(i,k)]}{\Delta^2} - \frac{C_{mn}^N [u(i,k) - u(i,k-1)]}{\Delta^2}, \tag{20}$$

e as mistas pelos esquemas:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(C_{mn} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{4\Delta^2} \{ C_{mn}^S [u(i+1,k) + u(i+1,k+1) - u(i-1,k) - u(i-1,k+1)] - C_{mn}^N [u(i+1,k-1) + u(i+1,k) - u(i-1,k-1) - u(i-1,k)] \} \tag{21}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(C_{mn} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{1}{4\Delta^2} \{ C_{mn}^E [u(i,k+1) + u(i+1,k+1) - u(i,k-1) - u(i+1,k-1)] - C_{mn}^W [u(i-1,k+1) + u(i,k+1) - u(i-1,k-1) - u(i,k-1)] \} \tag{22}$$

A derivada em relação ao tempo, foi aproximada pelo esquema de 2ª ordem de diferenças centrais. A substituição das derivadas em (17) e (18) pelas aproximações (19), (20), (21) e (22) permite a obtenção da expressão dos componentes de deslocamento horizontal (u_x) e vertical (u_z) do campo de onda.

Condições de contorno

Na borda superior dos modelos, as constantes elásticas, a densidade e os componentes u_x e u_z são nulos, satisfazendo às exigências do formalismo do vácuo. Nas demais bordas foram aplicadas condições de contorno definidas em Emerman e Stephen (1983), associadas às condições de absorção definidas em Cerjan et al. (1984). Ao contrário de Zahradník (1995), em todas as bordas do modelo foram usadas as formas curtas. Em seu trabalho, Zahradník (1995) sugere o uso da forma longa das derivadas mistas na 1ª linha do modelo, para o caso do formalismo do vácuo.

Modelagem

Nas simulações com o modelo 1, foram gerados os *snapshots* dos componentes u_x e u_z para observação dos efeitos da anisotropia nas frentes de onda. Já nas simulações com o modelo 2, foram gerados sismogramas dos componentes u_x e u_z e seções sísmicas para a observação dos efeitos da anisotropia no comportamento dos refletores. No modelo 2 foi feita uma suavização do modelo cujo resultado foi empregado no cálculo do tempo da onda direta e da amplitude máxima, usados como condições de imageamento na migração reversa no tempo, assim como na depropagação dos campos de onda registrados.

Migração reversa no tempo pré-empilhamento

A migração reversa no tempo pré-empilhamento foi aplicada somente sobre o modelo 2. Para cada caso de anisotropia, foram efetuados duas migrações: uma considerando a anisotropia do modelo e outra ignorando-a, como se este fosse isotrópico, embora os campos de ondas registrados incorporassem a anisotropia. A avaliação dos efeitos da anisotropia foi efetuada sobre as migrações de cada disparo e sobre as seções sísmicas correspondentes. Para efeito de apresentação, as bordas das imagens foram "filtradas", de modo a realçar as amplitudes dos sinais de interesse.

Exemplos e Resultados

O modelo 1, formado por um semiplano, tem as seguintes características:

- 1800x1800 pontos;
- $v_P = 3000^m/s$ e $v_S = 1732^m/s$ (equação (13));
- ϵ e δ combinados de forma a gerar seis situações de isotropia transversa conforme a tabela:

	$\delta = -0,1$	$\delta = 0,0$	$\delta = 0,1$
$\epsilon = 0,0$	0m1	00	01
$\epsilon = 0,1$	1m1	10	11

- $\Delta t = 0,3ms$ (equação (15)) e registro de 0,3s;
- fonte com polaridade vertical, posicionada no centro do modelo.

Para cada situação de isotropia transversa foram gerados os *snapshots* dos componentes u_x e u_z (Tabela 1), onde pode-se comparar o comportamento das frentes de ondas P e S.O modelo 2 tem duas camadas separadas por uma interface senoidal (figura 5), sendo a 1ª portadora de isotropia transversa, com as características:

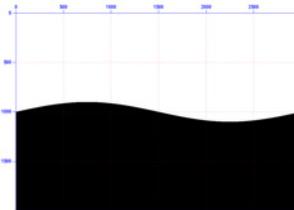


Fig. 5 - Modelo 2.

- 3000x2000 pontos;
- $v_{P1} = 3500^m/s$ e $v_{P2} = 4500^m/s$;
- $v_{S1} = 2021^m/s$ e $v_{S2} = 2598^m/s$ (equação (13));
- $\Delta t = 0,2ms$ (equação (15)) e registro de 5,0s;
- fonte com polaridade vertical próxima à superfície, em 3 posições de disparo.

Para cada combinação de ϵ e δ , a Tabela 2, a seguir, mostra um quadro comparativo entre os sismogramas dos componentes u_x (à esquerda) e u_z (ao centro e à esquerda) do disparo efetuado no centro do modelo e o resultado das migrações, considerando a anisotropia (ao centro e à direita) e a migração isotrópica (à direita), nessa ordem. Após essa tabela, é apresentada a Tabela 3 com as seções sísmicas das migrações anisotrópicas (à esquerda) e isotrópicas (à direita).

Tabela 1 - *Snapshots* dos componentes do campo de deslocamento u_x e u_z .

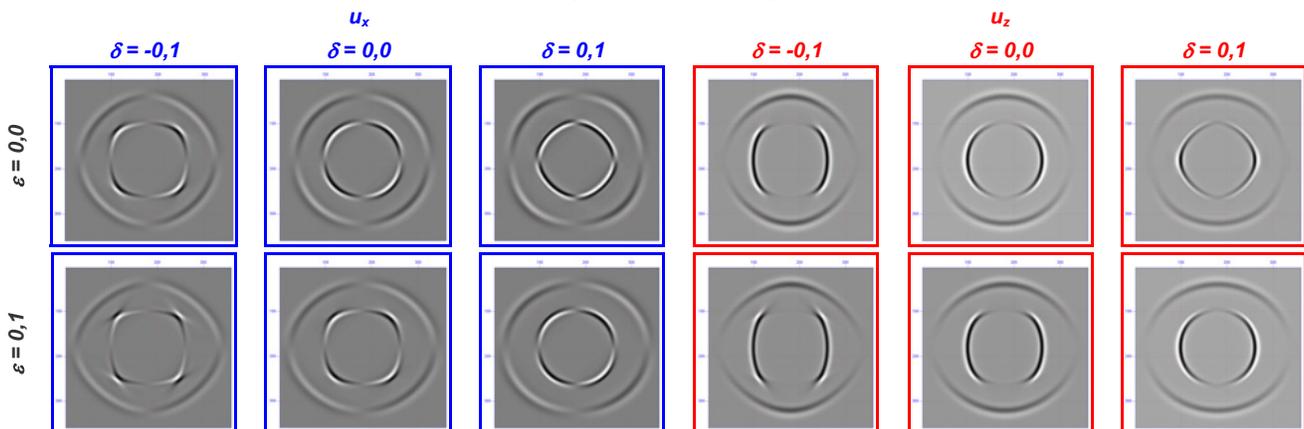


Tabela 2 - Comparação dos efeitos da isotropia transversa nos sismogramas e migrações do disparo central.

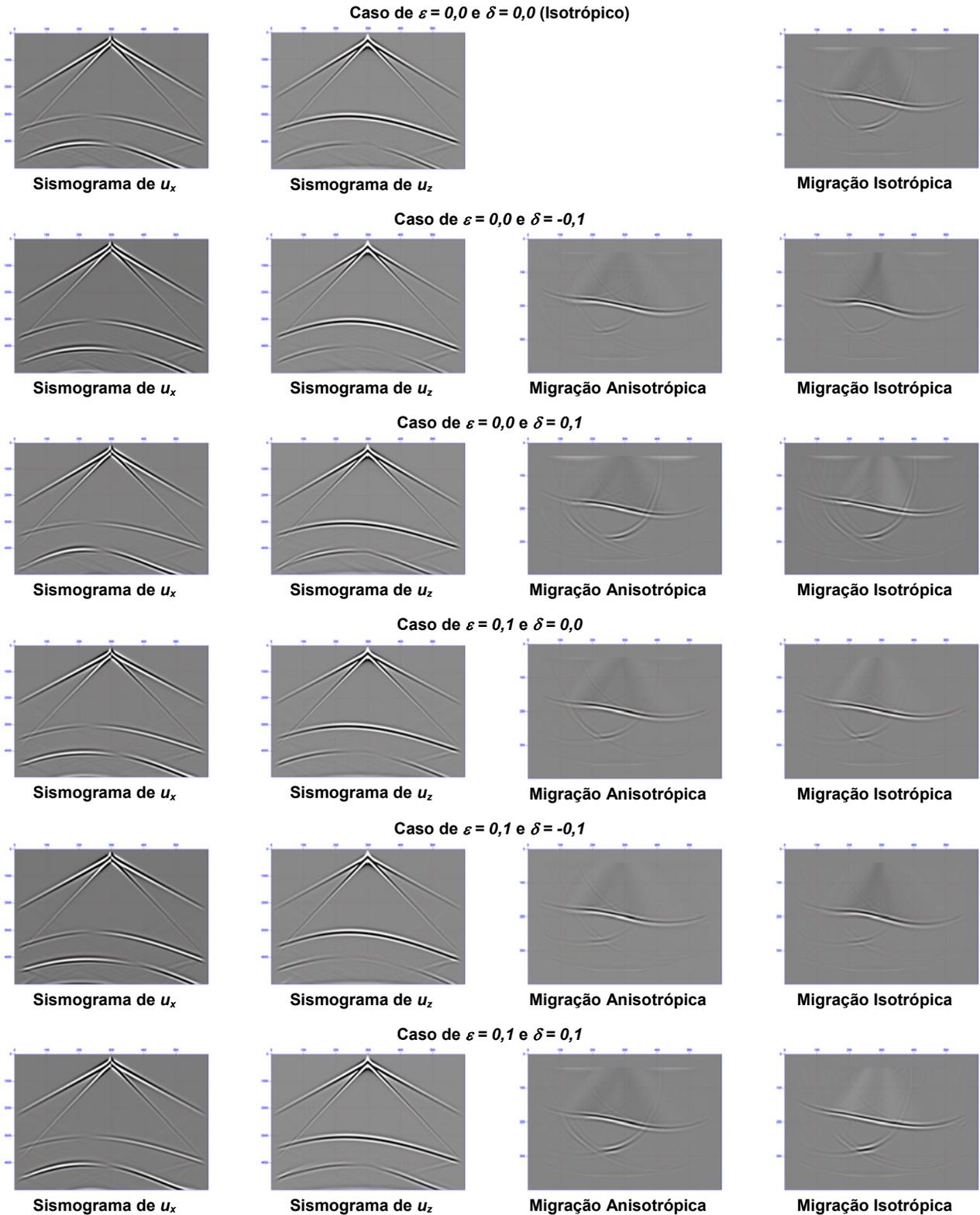
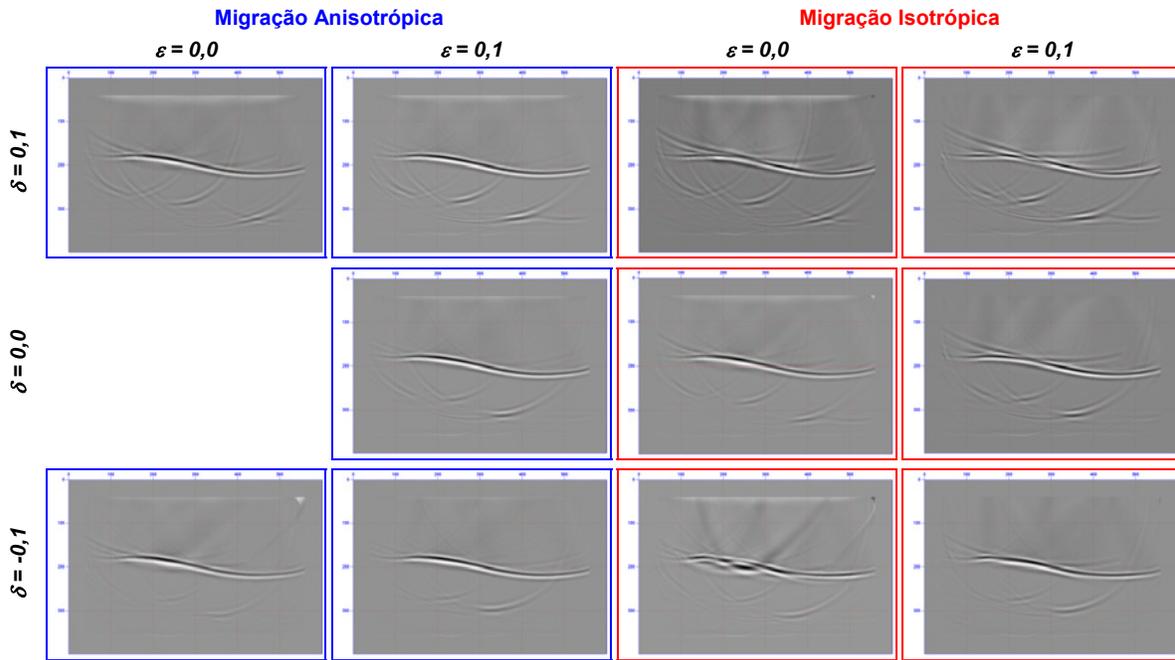


Tabela 3 - Comparação das seções migradas



Conclusões e recomendações

No tabela 1, os efeitos das variações de ϵ , em u_x e u_z , são observados nos *snapshots* dispostos na mesma coluna, já os efeitos das variações de δ são observados nos *snapshots* dispostos na mesma linha. Nos dois conjuntos de *snapshots*, o caso isotrópico é a referência para a análise dos demais. Nele, as ondas P e S aparecem com formas circulares, em torno do centro. Nos demais, a variação de ϵ se traduz na deformação da onda P na direção horizontal, comprovando que ϵ é irrelevante em problemas de propagação de ondas P verticais. No caso das ondas S, ocorre uma deformação da onda na vertical. As variações de δ são traduzidas por uma “aceleração” da onda P nas direções diagonais quando $\delta > 0$ e uma “desaceleração” quando $\delta < 0$, enquanto que, para as ondas S, ocorre o efeito inverso. Nas tabelas 2 e 3, foram analisados o grau de deformação dos refletores e a estabilidade da migração em relação aos parâmetros ϵ e δ . Da mesma forma que na tabela 1, o caso isotrópico foi a referência para as análises dos demais, onde os sismogramas revelam deformações e deslocamentos nas reflexões de tal forma que, para um mesmo valor de ϵ , a reflexão da interface apresenta tempos menores ou maiores para $\delta > 0$ e $\delta < 0$, respectivamente. O mesmo efeito é observado quando δ é fixo e ϵ varia. As reflexões apresentam tempos menores para ϵ maiores. Na tabela 3, pode-se constatar que, ao relevar a anisotropia, as imagens obtidas mostram-se deterioradas em relação àquelas obtidas quando a anisotropia é incorporada à migração. Além de deslocamentos da interface, observam-se deformações que podem, em certos casos, criar ou destruir estruturas favoráveis à acumulação de hidrocarbonetos. Conforme mencionado, a migração reversa em profundidade pré-empilhamento é a mais indicada quando a complexidade geológica impõe restrições aos outros métodos de

migração. O inconveniente dessa migração elástica reside na necessidade de processamento simultâneo dos sismogramas dos componentes u_x e u_z , o que exige uma considerável capacidade computacional, além de macromodelos de velocidades e anisotropia mais refinados. No entanto, os avanços da computação paralela massiva permitem sua utilização em modelos exploratórios de escala compatível e, em futuro próximo, tridimensionais. O uso dos campos de u_x e u_z permite que essa abordagem seja válida para aquisições sísmicas terrestres, sem restrição de superfície de observação.

Referências bibliográficas

Alford, R. M., Kelly, K. R., Boore, D. M., 1974, "Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation", *Geoph.*, 39, 834-842.

Backus, G. E., 1962, "Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering", *J. Geoph. Res.*, 67, 4427-4440.

Byun, B. B., 1984, "Seismic parameters for transversely isotropic media", *Geoph.*, 49, 1908-1914.

Cunha, P. E. M., 1997, Estratégias eficientes para migração reversa no tempo pré-empilhamento 3D em profundidade pelo método das diferenças finitas. M.Sc. PPPG/UFBA, Salvador (BA), Brasil.

Daley, P. F., Hron, F., 1977, "Reflection and transmission coefficients for transversely isotropic media", *Bull. Seism. Soc. America*, 67, 661-675.

Daley, P. F., Hron, F., 1979, "Reflection and transmission coefficients for seismic waves in ellipsoidally isotropic media", *Geoph.*, 44, 27-38.

Loewenthal, D., Stoffa, P. L., Faria, E. L., 1987, "Suppressing the unwanted reflections of the full wave equation", *Geoph.*, 52, 1007-1012.

McMechan, G. A., 1983, "Migration by extrapolation of time-dependent boundary values", *Geoph. Prosp.*, 31, 413-420.

Thomsen, L., 1986, "Weak elastic anisotropy", *Geoph.*, 51, 1954-1966.

Zhradník, J., 1995, "Simple elastic finite-difference scheme", *Bull. Seism. Soc. America*, 85, 1879-1887.