



## Simulação da invasão em reservatórios: caso axi-simétrico 2D com reboco virtual

Klaus Cozzolino\*, UFPA – Depto. de Física e Jadir da Conceição da Silva, UFRJ – Depto. de Geologia

Copyright 2003, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper was reviewed by The Technical Committee of The 8<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represents any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

In this work, we implement a numerical simulation of mud filtrate invasion in oil reservoir crossed by vertical wells. We have considered a virtual mud cake growth at borehole wall, capillary pressure and gravitational term as well as immiscible displacement. The results were obtained solving pressure equation and water saturation equation in sequential way at each time interval. Finite Element Method with rectangular elements was used for spatial cylindrical coordinates and Finite Difference Method was used in time discretization. These evolutionary result for water saturations may be transformed into spatial resistivity distribution to understand differences in synthetics electrical and electromagnetic logs, obtained in different times. Also we can be taken to promote newer or specific corrections.

### Introdução

Vários trabalhos anteriores tratam o fluxo bifásico de fluidos miscíveis ou não, compressível ou não, Newtoniano e não Newtoniano, além de suas combinações. Em se tratando de meios porosos muito se fez na área de simulação numérica de reservatórios, com objetivo primeiro de se estabelecer às taxas de injeção na recuperação secundária, fornecendo o melhor aproveitamento da reserva de óleo.

Nos dias atuais os computadores permitem simulações tridimensionais com poços desviados e também horizontais. Modelos numéricos complexos são gerados incorporando as feições geológicas em subsuperfície, obtidas através de levantamentos sísmicos, bem como pela introdução de falhas e de fraturas. Estes modelos são normalmente usados para compreender e/ou prever o deslocamento dos fluidos em larga escala.

O processo de invasão do filtrado da lama em reservatórios é um outro exemplo de fluxo bifásico, porém em escala reduzida. Este fenômeno ocorre devido ao gradiente radial de pressão existente entre o fluido do poço (lama) e o fluido da formação durante o processo de perfuração do poço. À medida que a invasão progride, partículas sólidas da lama são depositadas na parede do poço, formando o reboco de lama. Este por sua vez diminui o gradiente radial de pressão à medida que se torna mais espesso, podendo até estagnar o processo.

A invasão altera a distribuição de fluidos nas camadas e, conseqüentemente, as leituras das ferramentas elétricas

e eletromagnéticas, obtidas em diferentes tempos. A compreensão da invasão do filtrado nas camadas vizinhas ao poço é de fundamental importância pois algumas correções dos perfis dependem da distribuição espaço-temporal dos fluidos.

### Desenvolvimento Teórico

O fluxo de fluidos bifásico, incompressível e imiscível em meio permo-poroso (incompressível), é descrito pela combinação das equações de Darcy e da continuidade resultando no par de equações diferenciais parciais

$$-\nabla \cdot \vec{v}_i = \phi \frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad i = o, w, \quad (1)$$

sendo  $S_i$  a saturação da fase  $i$  (óleo ou água) com  $S_o + S_w = 1$ ,  $\phi$  é a porosidade efetiva,  $t$  o tempo e  $v_i$  é a velocidade de Darcy de cada fase expressa por

$$\vec{v}_i = -M_i (\nabla p_i - \gamma_i \nabla z), \quad i = o, w, \quad (2)$$

onde  $p_i$  representa a pressão,  $z$  a coordenada axial,  $\gamma_i = \rho_i g$  o peso específico de cada fluido e  $M_i$  a mobilidade da fase  $i$ , definida em termos da viscosidade  $\mu_i$ , permeabilidade intrínseca  $k$  e relativa  $k_{r,i}$ , i.e.

$$M_i = \frac{k k_{r,i}}{\mu_i}. \quad (3)$$

Encontramos em Aziz e Settari (1979, cap. 2) inúmeras formulações possíveis para o fluxo multi-fásico de fluidos. Selecionando a forma parabólica, também discutida em Peaceman (1977) e proposta por Langtangen (1990), obtemos, após algumas manipulações algébricas, as equações diferenciais da pressão média

$$-\nabla \cdot [M_t \nabla p_m] + \nabla \cdot [(M_w - M_t/2) \rho_c \nabla S_w] + [\gamma_o M_o + \gamma_w M_w] \nabla z \cdot \nabla S_w = 0 \quad (4)$$

onde

$$\rho_m = \frac{\rho_w + \rho_o}{2}, \quad \rho_c = \rho_o - \rho_w, \quad M_t = M_w + M_o,$$

$$\rho_c = \frac{\partial \rho_c}{\partial S_w}, \quad M_i = \frac{\partial M_i}{\partial S_w},$$

e da saturação em água

$$-\nabla \cdot [h_w \nabla S_w] + f_w \vec{v}_t \cdot \nabla S_w + g_w \nabla z \cdot \nabla S_w = -\phi \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (5)$$

onde

$$f_w = \frac{M_w}{M_t}, \quad f_w = \frac{\partial f_w}{\partial S_w}$$

$$h_w = -f_w M_o \rho_c, \quad \vec{v}_t = \vec{v}_w + \vec{v}_o$$

$$g_w = f_w M_o \Delta \gamma, \quad \text{onde } \Delta \gamma = (\rho_w - \rho_o) g.$$

Estas equações são identicamente encontradas em Durlfolsky (1993).

### Metodologia Numérica

A equação diferencial da pressão (eq.(4)) é resolvida pelo método de Galerkin (Davies, 1980) usando funções base bi-lineares para elementos retangulares com 4 nós. Este é um problema de condição de fronteira onde normalmente atribui-se a pressão da lama  $p_L$  na parede do poço e a pressão de reservatório  $p_R$  em  $r_{max}$ .

A equação da saturação (eq. 5) é resolvida usando Petrov-Galerkin no segundo termo (advectivo) a esquerda da igualdade, e Galerkin nos termos restantes. As funções peso usadas no método de Petrov-Galerkin foram

$$\tilde{N}_{i,r} = N_i + \gamma_r \frac{\Delta r}{2} \frac{\partial N_i}{\partial r} \quad \tilde{N}_{i,z} = N_i + \gamma_z \frac{\Delta z}{2} \frac{\partial N_i}{\partial z},$$

com  $i=1, \dots, 4$  e

$$\gamma_r = \gamma_z = a \left( \frac{\bar{k}_o \mu_w}{k_w \mu_o} \right)^b \quad (6)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes obtidas após inúmeras comparações entre as soluções numéricas (2D), sem pressão capilar e sem o termo gravitacional, e as soluções semi-analíticas (1D) para meio homogêneo. As soluções analíticas foram geradas usando o procedimento proposto por Cozzolino et al. (2000) com pequenas alterações. A equação que relaciona posição radial de uma dada saturação em certo tempo é então

$$r^2 = r_0^2 + \frac{2r_0}{\phi} f'_w(S_w) \int_0^t Q_0(r_0, z, t) dt \quad (7)$$

onde  $Q_0(r_0, z, t)$  representa a velocidade do filtrado na parede do poço e  $r_0 = 0,10m$  o raio do poço.

Após a aplicação de elementos finitos nas equações diferenciais (4) e (5) obtemos dois sistemas matriciais de equações

$$\overline{\overline{A}} p_m = \overline{\overline{B}} s_w^{-n}, \quad (8)$$

$$\left[ \overline{\overline{D}} + \alpha \Delta t \overline{\overline{C}} \right] s_w^{-n+1} = \left[ \overline{\overline{D}} - (1-\alpha) \Delta t \overline{\overline{C}} \right] s_w^{-n}, \quad (9)$$

onde as matrizes  $A$ ,  $B$ , e  $C$  são funções da saturação, devendo ser recalculadas a cada novo intervalo de tempo. O símbolo  $\alpha$  ( $\approx 1/3$ ) é um número entre 0 e 1, resultante da aplicação do método de diferenças finitas na equação da saturação. Na equação (9) usamos ainda a condição de Dirichlet  $S_w(r_0, z, t) = 1 - S_{or}$  e Neuman nas outras fronteiras do modelo.

Os sistemas matriciais foram resolvidos usando rotinas de triangularização e retrosubstituição para sistemas bandeados e assimétricos.

### Inserindo o Reboco da Lama na Parede do Poço

Para inserir o crescimento do reboco de lama na parede do poço, usamos a continuidade da vazão na interface reboco-formação ou, equivalentemente, equacionamos

que o volume de filtrado que adentra o reboco é igual ao volume de filtrado que entra na formação. Desprezando a diferença nas áreas interna e externa do reboco obtemos

$$\frac{k_{mc}}{\mu_w} \frac{\partial p_{mc}}{\partial r} = M_t \frac{\partial p_m}{\partial r} - \underbrace{(M_w - M_t / 2)}_{\approx E} p_c \frac{\partial S_w}{\partial r}$$

e, com a aproximação numérica das derivadas vem

$$p_{wb}(z) = \left[ \frac{k_{mc}}{\mu_w \Delta r_{mc}} p_L(z) + \frac{M_t}{\Delta r} p_2 - E \right] / \left[ \frac{k_{mc}}{\mu_w \Delta r_{mc}} + \frac{M_t}{\Delta r} \right] \quad (10)$$

onde  $p_{wb}$  é a pressão na parede do poço,  $p_2$  é a pressão obtida em  $(\Delta r, z)$ ,  $p_L$  a pressão da lama,  $\Delta r_{mc}$  a espessura do reboco e  $\Delta r$  é a dimensão radial do elemento. A equação (10) fornece a nova condição de Dirichlet a ser usada na parede do poço na solução da equação (8).

A permeabilidade do reboco é dependente da espessura do mesmo pela relação empírica

$$k_{mc} = k_{mc,o} \left( 1 - \frac{\Delta r_{mc}}{\Delta r_{mc,max}} \right)^m \quad (11)$$

sendo  $k_{mc,o} = 3,0 \cdot 10^{-17} m^2$  a permeabilidade máxima e

$\Delta r_{mc,max} = 0,019m \approx 3/4"$  a máxima espessura do reboco.

Na equação (11) a potência  $m$  controla a taxa com que a permeabilidade varia e o valor usado nas simulações foi de 0,75.

Dewan e Chenevert (1993) propõem uma metodologia para o cálculo da espessura dinâmica do reboco. Esta espessura aumenta ou diminui de acordo com a circulação da lama. Adaptando a idéia proposta para o problema obtemos

$$\Delta r_{mc}^{new} = \Delta r_{mc}^{old} + \begin{cases} \int_t^{t+\Delta t} (v_{w,r} - v_{e,1}) \frac{f_s}{1-f_s-\phi_{mc}} dt, & \text{s/ circulação} \\ \int_t^{t+\Delta t} (v_{w,r} - v_{e,2}) e dt, & \text{c/ circulação} \end{cases} \quad (12)$$

onde  $\phi_{mc} = 0,80$  é a porosidade do reboco,  $f_s = 0,10$  representa a fração de sólidos na lama,  $v_{w,r}$  a componente radial da velocidade de Darcy (vide eq. (2)) calculada na parede do poço,  $v_{e,2} = 8,5 \cdot 10^{-7} m/s$  a velocidade de equilíbrio durante a circulação,  $v_{e,1} = 0,4v_{e,2}$  a velocidade limite sem a circulação e  $e = 0,5$  o fator de escavação do reboco durante a circulação da lama.

### Pressão Capilar e Permeabilidade Relativa

As permeabilidades relativas a água e ao óleo, bem como a pressão capilar, são relações empíricas obtidas através de ensaios laboratoriais realizados em amostras de testemunho.

Existem algumas equações propostas na literatura de Geofísica de Poço e de Reservatório, bem como na

literatura de Petrofísica. Em nossos ensaios numéricos usamos equações similares as de De Wiest (1969) dadas por

$$k_{r,w} = \bar{k}_w \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)^2$$

$$k_{r,o} = \bar{k}_o \left( 1 - \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)^2 \quad (13)$$

e ilustradas na Figura 1 juntamente com o fluxo fracional de água  $f_w$ .

A pressão capilar usada neste trabalho é uma adaptação da função-J de Leverett citada em Vegas-Landeano et al. (1997)

$$p_c = \left[ 0,38 + 0,63 \log \left( \frac{1 - S_w}{S_w - S_{wi}} \right) \right] \sigma \cos(\theta) \sqrt{\frac{\phi}{k}}$$

onde  $\sigma$  é a tensão interfacial óleo-água e  $\theta$  o ângulo de contato. Esta equação fornece o valor máximo da pressão capilar quando  $S_w = S_{wi} + 0.001$ . A dependência com a saturação é fornecida pela expressão

$$p_c(S_w) = -0,14474 p_{c,max} \ln \left[ \frac{\left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right) + 0,001}{1,001} \right] \quad (14)$$

obtida em Durlofsky (1993). A Figura 2 ilustra duas curvas pressões capilares usadas neste trabalho e obtidas usando a equação (14) e alguns dos dados da Tabela 1.

### Validação dos Resultados

Dois modelos distintos, com diferentes porosidades e permeabilidades (ver Tabela 1), foram usados para comparação com a solução semi-analítica unidimensional nos tempos de 1h, 6h e 12 horas. Desconsideramos nos cálculos a pressão capilar e a gravidade além de supor circulação da lama por um período de 6 horas (invasão dinâmica). As distribuições espaciais de saturação em água podem ser visualizadas na Figura 3.

Na Figura 4 podemos avaliar a concordância entre as soluções numéricas e analíticas, nas profundidades de -0,9m e 0,9m. A Figura 5 ilustra o comportamento no tempo da espessura do reboco, de sua permeabilidade bem como da velocidade do filtrado nas profundidades mencionadas.

### Exemplos e Análise dos Resultados

O primeiro exemplo baseia-se em um modelo composto por duas camadas permo-porosas, com propriedades idênticas aos dois modelos da seção precedente. Nos resultados obtidos desconsideramos a pressão capilar e a gravidade. As dimensões dos elementos usadas nas simulações foram  $\Delta r = \Delta z / 2 = 0.0125m$ . A dimensão radial máxima da malha foi de 1,8m.

As distribuições de saturação na Figura 6 ilustram como a interface entre as camadas afeta as soluções próximas a ela. Este efeito é também percebido ao compararmos as

saturações radiais, em -0,9m e 0,9m, com as soluções analíticas (ver Figura 7). Comparando os valores de  $\Delta r_{mc}$ ,  $k_{mc}$  e  $v_{mf}$ , ilustrados na Figura 8, com os resultados da Figura 5 também constatamos alterações.

Durante a simulação, a pressão na parede do poço é maior nas camadas menos permeáveis do que nas camadas mais permeáveis. Como as soluções devem ser contínuas, a distribuição de pressão em uma camada é afetada pela presença da outra camada. Justifica-se então os resultados obtidos para as saturações bem como as diferenças em  $\Delta r_{mc}$ ,  $k_{mc}$  e  $v_{mf}$ .

Para analisar os efeitos da pressão capilar usamos os mesmos dados do primeiro exemplo. Na Figura 9 estão ilustradas as distribuições de saturação em água onde podemos ver o efeito principal na frente de invasão. As regiões com tonalidades amarelada e esverdeada são maiores do que nos resultados da Figura 6. Notamos também que a pressão capilar age com maior intensidade na camada mais permeável do que na camada menos permeável (6h e 12h).

Os efeitos da pressão capilar são mais facilmente visualizados na Figura 10. As distribuições radiais de saturação são mais suaves do que os resultados sem a pressão capilar (Fig. 7). Podemos ainda constatar pequenas diferenças no comportamento temporal de  $\Delta r_{mc}$ ,  $k_{mc}$  e  $v_{mf}$  (Figura 11) se confrontados com os resultados da Figura 8.

### Conclusões

A não linearidade das equações diferenciais, somada ao termo de advecção da equação da saturação, normalmente leva a metodologias iterativas. Embora o método seqüencial aqui apresentado possa resolver iterativamente a equação de saturação em um mesmo  $\Delta t$ , não vimos necessidade de sua aplicação.

As soluções numéricas apresentadas para a invasão do filtrado são satisfatórias e podem ser melhoradas com o refinamento da malha. A inserção do reboco virtual está de acordo com as expectativas: excluímos uma malha extremamente refinada (próxima ao poço) além contornar o problema de fronteira móvel.

As interfaces em modelos compostos complicam a análise dos resultados: as pressões e as saturações são alteradas nas proximidades das mesmas.

Modelos com elevadas permeabilidades e elevados gradientes de pressão poço-reservatório implicam na diminuição do  $\Delta t$ . Nestes casos sugerimos a implementação de uma técnica com  $\Delta t$  auto-adaptável.

A pressão capilar suaviza a frente de invasão principalmente nas rochas mais permeáveis. O efeito perdura mesmo após cessar a circulação da lama.

### Agradecimentos

Os autores agradecem aos departamentos de Física (UFPA) e de Geologia (UFRJ) bem como a CAPES através do PICDT.

## Referências

- Aziz, K. e Settari, A.**, 1979. Petroleum Reservoir Simulations. Applied Science Publishers Ltd, London, 476 pp. Cap. 2, 5, 8, 9
- Cozzolino, K., Howard, A. Q. e Protázio, J. S.**, 2000. A New Look at Multiphase Invasion with Application to Borehole Resistivity Interpretation. Journal of Applied Geophysics, v. 43, p. 91-100
- Davies, A. J.**, 1980. The Finite Element Method: A First Approach. Oxford University Press, New York.
- De Wiest, R. J. M.**, 1969. Flow through porous media. New York Academic Press. p.455-495.
- Dewan, J. T. e Chenevert, M. E.**, 1993. Mudcake Buildup and Invasion in Low Permeability Formations: application to permeability determination by measurement while drilling. SPWLA, 34<sup>th</sup> Annual Logging Symposium, June 13-16, 1993.
- Durlofsky, L. J.**, 1993. A Triangle Based Mixed Finite Element-Finite Volume Technique for Modeling Two Phase Flow through Porous Media. Journal of Computational Physics. No. 105, p. 252-266.
- Langtangen, H. P.**, 1990. Implicit Finite Element for Two-Phase Flow in Oil Reservoirs. Int. J. Num. Methods in Fluids, v. 10, p. 651-681.
- Peaceman, D. W.**, 1977. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. Elsevier Scientific Publishing Company, New York. Cap. 6.
- Vegas-Landeau, M. A., Propp, R., Patzek, T.W. e Colella, P.**, 1997. A Sequential Semi-Implicit Algorithm for Computing Discontinuous Flows in Porous Media. SPE 38457.

**Tabela 1.** Propriedades e parâmetros usados nas simulações.

$\phi_1$	6.50%
$\phi_2$	13.0%
$k_1$	3.16mD
$k_2$	23.29mD
$S_{wi}$	20.0%
$S_{or}$	15%
$\bar{k}_{r,w}$	0.5
$\bar{k}_{r,o}$	1.0
$\mu_w$	1.0cp
$\mu_o$	5.0cp
$\Delta t$	5s

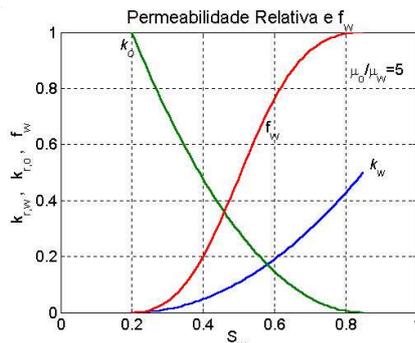


Figura 1 – Permeabilidades relativas ao óleo, a água e fluxo fracional de água para razão entre viscosidades igual a 5.

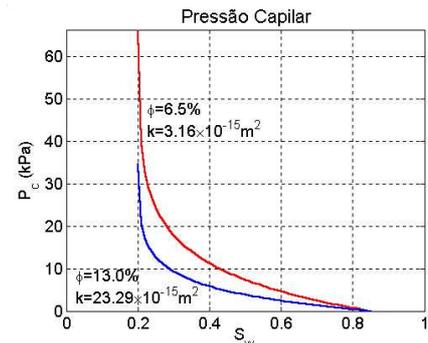


Figura 2 – Variação da pressão capilar de dois modelos em termos da saturação em água Eq.(14). Curvas de embebição.

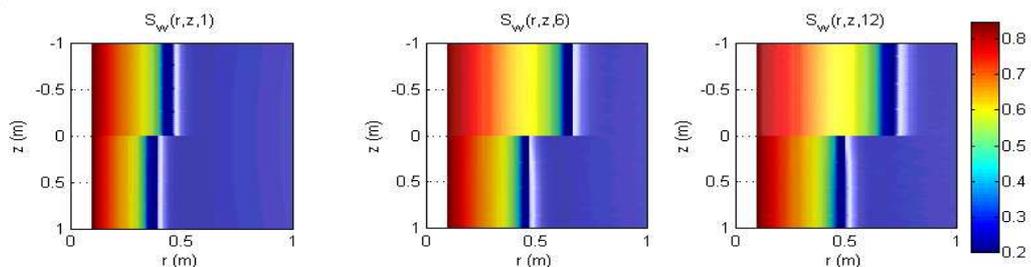


Figura 3 – As distribuições de saturação  $S_w$  nos tempos de 1h, 6h e 12h. Resultados de dois modelos sobrepostos provenientes de duas execuções do programa com diferentes porosidades e permeabilidades. Tempo de circulação da lama 6h; sem pressão capilar e sem gravidade.

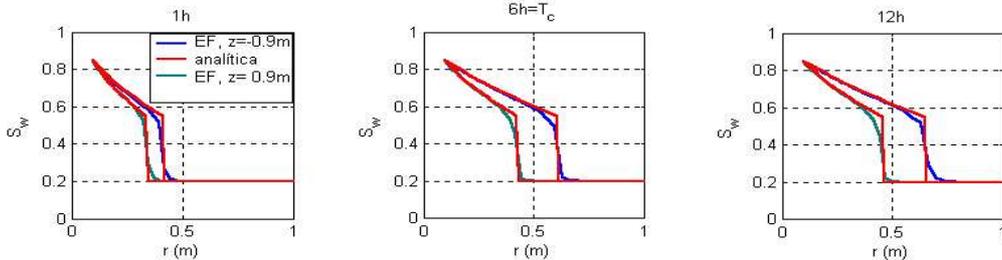


Figura 4 – Comparações entre as soluções numéricas (EF) da Figura 3 e as respectivas soluções analíticas 1D-radial nos instantâneos: 1h, 6h e 12h.

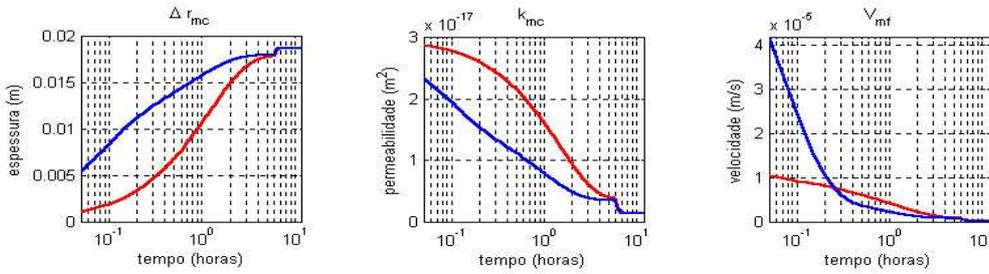


Figura 5 – (esquerda) crescimento do reboco com o tempo, (centro) variação da permeabilidade do reboco com o tempo e (direita) velocidade do filtrado da lama. — profundidade  $z = -0.9\text{m}$  e — profundidade  $z = 0.9\text{m}$ .

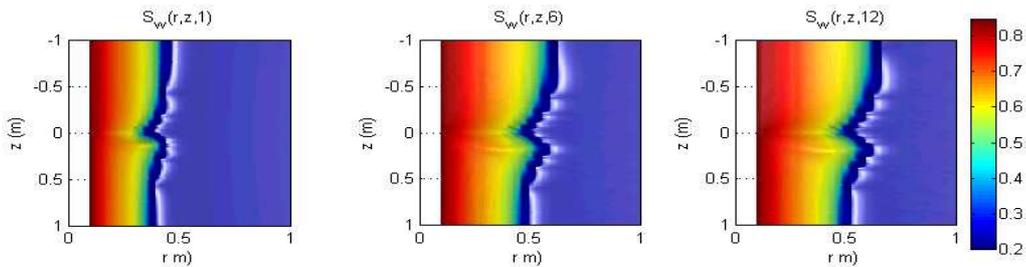


Figura 6 – As distribuições de saturação  $S_w$  nos tempos de 1h, 6h e 12h. Resultados de um modelo composto por duas camadas com diferentes porosidades e permeabilidades. Tempo de circulação da lama 6h; sem pressão capilar e sem gravidade.

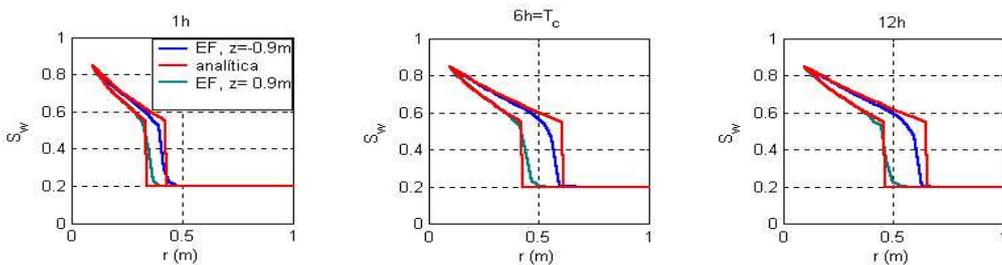


Figura 7 – Comparações entre as soluções numéricas (EF) da Figura 6 e as respectivas soluções analíticas 1D-radial nos instantâneos: 1h, 6h e 12h.

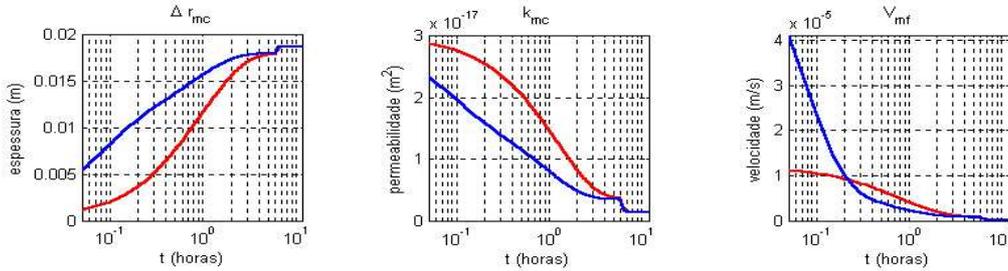


Figura 8 – (esquerda) crescimento do reboco com o tempo, (centro) variação da permeabilidade do reboco com o tempo e (direita) velocidade do filtrado da lama. — profundidade  $z = -0.9\text{m}$  e — profundidade  $z = 0.9\text{m}$ .

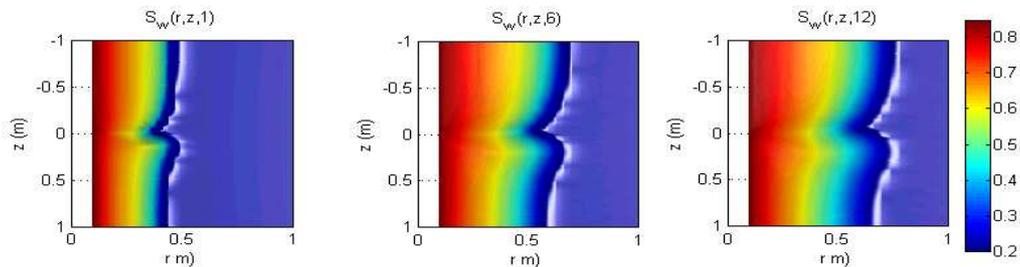


Figura 9 – As distribuições de saturação  $S_w$  nos tempos de 1h, 6h e 12h. Resultados de um modelo composto por duas camadas com diferentes porosidades e permeabilidades. Tempo de circulação da lama 6h; com pressão capilar e sem gravidade.

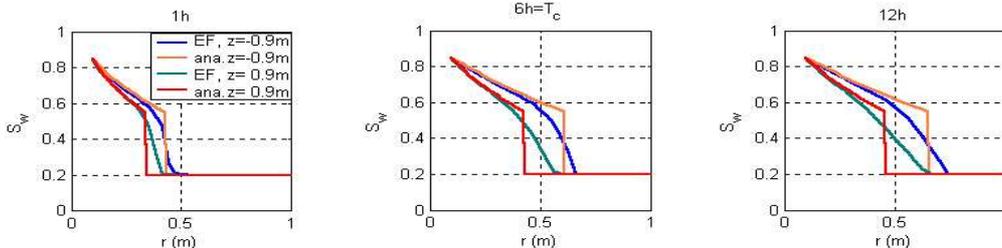


Figura 10. Comparações entre as soluções numéricas (EF) da Figura 9 e as respectivas soluções analíticas 1D-radial nos instantâneos: 1h, 6h e 12h. Com pressão capilar.

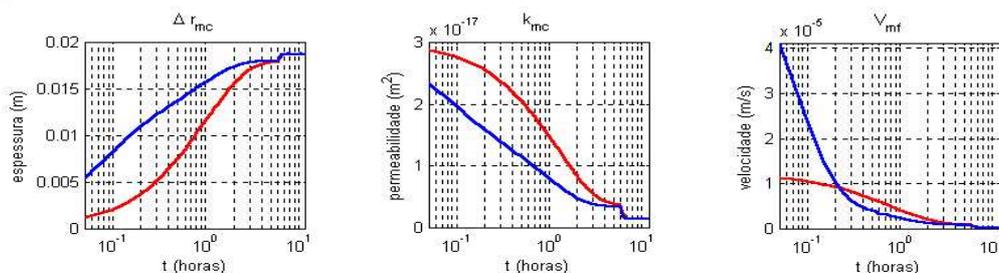


Figura 11 – (esquerda) crescimento do reboco com o tempo, (centro) variação da permeabilidade do reboco com o tempo e (direita) velocidade do filtrado da lama. — profundidade  $z = -0.9\text{m}$  e — profundidade  $z = 0.9\text{m}$ . Com pressão capilar.