

Adaptação do Método Kalman-Bucy à deconvolução preditiva de múltiplas

Marcus P. da C. da Rocha e Lourenildo W. B. Leite. Universidade Federal do Pará.

Copyright 2003, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper was reviewed by The Technical Committee of The 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represents any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In this paper we treat part of the mathematical theory of the Kalman-Bucy (KB) method extended to design an operator for predictive deconvolution (KBCP), in a similar form to the Wiener-Hopf-Levinson prediction filter (WHLP). The present data for exemplification are synthetic, and this exercise has all the characteristics of a numerical investigation.

The present KBCP deconvolution operator is based on the works of Crump (1974) and Mendel et al. (1979), where they make use of the solution presented by KB to the Wiener-Hopf (WH) problem in the continue and discrete forms. By premise, the KB method of solution considers the submitted process to filtering as nonstationary. The coefficients of the WHLP are obtained from the autocorrelation function to construct the prediction-error operator, and the coefficients of the KBCP are obtained from the function $b_i(k)$ to construct

the deconvolution operator. The method is exemplified here only on synthetic seismic data of common-source for models of continuously curved interfaces.

Introdução

O método KB conta com uma grande quantidade de aplicações, mas não para o problema presente.

A sigla KBCP estende a teoria KB segundo Crump (1974) e Mendel et al (1979) devido a importância da sua conceituação na sísmica. A estrutura KBCP se assemelha ao WHL, onde os coeficientes do operador são obtidos através da autocorrelação, e no caso KBCP são obtidos a partir dos coeficientes $b_i(k)$.

Neste trabalho apresentamos parte do desenvolvimento matemático e numérico para obtenção do operador, e comparamos o resultado com as teorias desenvolvidas por Crump e Mendel. Selecionamos um modelo composto por cinco camadas homogêneas separadas por interfaces curvas sobre um semi-espaço para ilustração dos resultados obtidos.

O problema Wiener-Kolmogorov inicia com o mais simples que é o estacionário, sendo o objetivo obter a função filtro-ótimo, invariante no tempo, h(t), que opera sobre o sinal medido z(t), e minimiza o erro médio quadrático entre a saída real, $\hat{x}(t)$, e a saída desejada, x(t). A função objeto de minimização é dada em termos da variância por

$$\mathrm{E}(h(t,\tau)) = E\left\{\left[\hat{x}(t) - x(t)\right]^2\right\},\$$

que resulta nas equações normais entre os desvios e as observações

$$E\{[\hat{x}(t) - x(t)]z(t)\} = 0.$$

A formulação básica para a saída da operação é dada através da convolução

$$\hat{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z(\tau) h(t-\tau) d\tau ,$$

onde $\hat{x}(t)$ é o estimado e h(t) o filtro ótimo. É demostrado que a resposta do filtro ao impulso, invariante no tempo, satisfaz a equação WH

$$\phi_{XZ}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \phi_{ZZ}(t-\tau) d\tau ,$$

onde $\phi_{xz}(t) = \phi_{zz}(t)$ são, respectivamente, as funções correlação cruzada e autocorrelação estocásticas, e é considerado que z(t) seja um sinal estocástico estacionário. A condição de ótimo estabelece uma condição a priori em que a distribuição que rege os dados é a Gaussiana. Para especificar o filtro WH é necessário resolver a equação integral acima, e a desvantagem apresentada é a de pressupor a estacionariedade do processo, o que não satisfaz rigorosamente as características do problema em questão, que tem por descrição a não-estacionariedade. O conceito de estacionariedade utilizado é o restrito, sendo, portanto, mais uma outra condição a priori, e isto significa que ela é definida sobre a espectância e sobre a covariância como sendo constantes no caso WH.

A generalização do problema significa: (1) estender para a não-estacionariedade, $h(t,\tau)$; (2) limitar a operação a uma janela móvel, $T \le \tau \le t_0$ e $T \le \sigma \le t_0$; e (3) forma matricial para multicanal. Estas condições não são satisfeitas pela integral da convolução acima, sendo a saída real, $\hat{x}(t)$, reescrita na forma de uma média-móvel de acordo com a teoria denominada de Wiener-Kolmogorov estabelecida pela relação

$$\underline{\hat{x}}(t) = \int_{t_0}^{t} \underline{\underline{h}}(t,\tau) \underline{z}(\tau) d\tau \; \cdot$$

De forma semelhante ao caso WH, esta integral é relacionada às correlações $\phi_{=xz}(t,\sigma) = \phi_{=zz}(t,\sigma)$ através

da equação

$$\phi_{=xz}(t,\sigma) = \int_{t_0}^{T} h(t,\tau) \phi_{=zz}(\tau,\sigma) d\tau$$

A equação integral acima é do primeiro tipo, e ela é um exemplo das dificuldades inerentes à solução geral dos problemas de deconvolução e de inversão geofísica. Por outro lado, ela é útil na representação de processos estocásticos multidimensionais e não-estacionários, onde são incluídas as condições de observação finita e estimativa tempo-variante. A solução festejada por Kalman e Bucy (1961) foi a conversão desta equação integral para equações diferenciais ordinárias lineares e não-lineares adaptáveis ao cálculo numérico, e a seguir fazemos uma apresentação resumida.

Solução Kalman - Bucy

A solução das equações de Wiener-Kolmogorov é iniciada com uma equação diferencial ordinária de ordem N-1 que expressa a relação entre a entrada w(t) e a saída y(t) de um sistema, dada por

$$\sum_{n=1}^{N-1} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = w(t), \quad (a_1 = 1).$$

(1 1

A transformação para variáveis de estado $x_n(t)$ e $\dot{x}_n(t)$ é feita substituindo as derivadas ordem superior de y(t)segundo a regra:

$$\begin{aligned} x_1 &= y, \ x_2 &= \dot{y}, \ x_3 &= \ddot{y}, \ \dots, \ x_N &= \overset{(N-1)}{y}, \\ \dot{x}_1 &= x_2, \ \dot{x}_2 &= x_3, \ \dot{x}_3 &= x_4, \ \dots, \ \dot{x}_{n-1} &= x_n, \\ \dot{x}_n &= -(a_n x_1 + a_{n-1} x_2 + \dots + a_1 x_n) + w. \end{aligned}$$

O algebrismo resulta nas equações dinâmicas de estado escritas abaixo no caso mais geral, que é a contínua, tempo-variante:

 $\underline{\dot{x}}(t) = \underbrace{F}(t)\underline{x}(t) + \underbrace{G}(t)\underline{w}(t), \quad \text{(sistema)}, \\ \underline{z}(t) = \underbrace{H}(t)\underline{x}(t) + \underline{v}(t), \quad \text{(medidas)}.$

onde $\underline{x}(t)$ é a função-vetor variável de estado, $\underline{F}(t)$, $\underline{G}(t)$ e $\underline{H}(t)$ são funções-matrizes com elementos variáveis em t, $\underline{w}(t)$ é a função-vetor de geração do estado (sinal) $\underline{x}(t)$; $\underline{z}(t)$ é a função-vetor saída selecionada através da forma de $\underline{H}(t)$; $\underline{v}(t)$ é a funçãovetor ruído aditivo ao processo de saída.

No desenvolvimento da solução Kalman-Bucy é necessário definir propriedades estocásticas a priori gerais para os processos $\underline{z}(t)$, $\underline{w}(t)$ e $\underline{v}(t)$ através da autocorrelação e da correlação cruzada estocástica. As condições a priori são de série branca e de correlação cruzada nula na janela da definição da integral, e elas são, para $t \in \tau$ fixos, escritas na forma:

$$E[\underline{w}(t)=0]; \quad \phi = [\underline{w}(t,\tau) = E[\underline{w}(t)\underline{w}^{T}(\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau),$$

$$= E[\underline{v}(t)=0]; \quad \phi = [\underline{v}(t,\tau) = E[\underline{v}(t)\underline{v}^{T}(\tau)] = R(t)\delta(t-\tau),$$

$$= \phi = [\underline{v}(t,\tau) = E[\underline{w}(t)\underline{z}^{T}(\tau)] = 0, \quad \phi = [\underline{v}(t,\tau) = E[\underline{w}(t)\underline{v}^{T}(\tau)] = 0,$$

$$= wx \quad (t,\tau) = E[\underline{v}(t)\underline{v}^{T}(\tau)] = 0, \quad \phi = [\underline{v}(t,\tau) = E[\underline{w}(t)\underline{v}^{T}(\tau)] = 0$$

O uso da nomenclatura $\phi(t, \tau)$ implica em que $t \in \tau$ são as variáveis independentes de integração e de deslocamento. $\delta(t)$ é o delta de Dirac, que multiplicado por $\underline{Q}(t) = \underline{R}(t)$ define matrizes diagonais para as matrizes autocorrelações dos canais como condições a priori.

O longo algebrismo entre as equações integrais WH generalizadas, as equações de estado e as premissas estocásticas resultam nas equações diferenciais lineares e não-lineares apropriadas ao cálculo numérico (Tabela 1).

l abela 1	Та	bel	la	1
-----------	----	-----	----	---

Sistema	$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{\underline{F}}(t)\underline{x}(t) + \underline{\underline{G}}(t)\underline{w}(t)$
Medida	$\underline{\underline{z}}(t) = \underline{\underline{H}}(t)\underline{\underline{x}}(t) + \underline{\underline{v}}(t)$
Condições Iniciais	$\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{x}}(0)\} = \underline{\hat{\boldsymbol{x}}}_{0,} \boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{x}}(0) - \underline{\hat{\boldsymbol{x}}}_{0}\} (\underline{\boldsymbol{x}}(0) - \underline{\hat{\boldsymbol{x}}}_{0})^{T}\} = \boldsymbol{P}_{0}$
Estimativa do Estado	$\dot{\underline{\dot{x}}}(t) = \underbrace{\underline{F}(t)}_{\underline{\dot{x}}}(t) + \underbrace{\underline{K}(t)}_{\underline{\underline{z}}}(t) - \underbrace{\underline{H}(t)}_{\underline{\dot{x}}}(t)$
Covariânci a do erro	$\underbrace{R(t) = R(t)R(t) + R(t)F^{T}(t) + G(t)Q(t)G^{T}(t) - K(t)R(t)K^{T}(t)}_{=}$
Matriz Ganho	$\underline{\underline{K}}(t) = \underline{\underline{P}}(t)\underline{\underline{H}}^{T}(t)\underline{\underline{R}}^{-1} = \underline{\underline{P}}(t)\underline{\underline{H}}^{T}(t) + \underline{\underline{G}}(t)\underline{\underline{H}}(t)\underline{\underline{R}}^{-1}(t)$

A aplicação do método KB em um sismograma com ruído, $\underline{z}(t)$, consiste de uma seqüência de operações ponto-a-ponto. Esta seqüência é descrita a seguir em 6 etapas.

(a) Inicia com a definição das condições de partida: P(0) = P $\hat{v}(0) = x$

$$P(0)=P_0, \qquad \underline{\hat{x}}(0)=x_0.$$

(b) Cálculo da matriz $P^+(k)$:

$$\underline{P}^{+}(k) = \underline{\Phi}(k, k-1) \underline{P}^{-}(k-1) \underline{\Phi}^{T}(k, k-1) + \underline{Q}(k-1) .$$

(c) Cálculo da matriz ganho K(k) :

$$\underline{\underline{K}}(k) = \underline{\underline{P}}^{+}(k)\underline{\underline{H}}^{T}(k)\underline{\underline{H}}(k)\underline{\underline{P}}^{+}(k)\underline{\underline{H}}^{T}(k) + \underline{\underline{R}}(k)\underline{\underline{F}}^{1}.$$

(d) Cálculo da estimativa do vetor de estado:

$$\underline{\hat{x}}^{-}(k) = \underline{\hat{x}}^{+}(k) + \underline{K}(k)[\underline{z}^{-}(k) - \underline{z}^{+}(k)],$$

onde

$$\underline{\hat{x}}^{+}(k) = \Phi(k, k-1)\underline{\hat{x}}^{-}(k-1)$$
 e $\underline{z}^{+}(k) = H(k)\underline{x}^{+}(k)$

(e) Cálculo da matriz $P^{-}(k)$:

$$\underline{P}^{-}(k) = \underline{P}^{+}(k) - \underline{K}(k)\underline{H}(k)\underline{P}^{+}(k) \,.$$

(f) Iteração para uma nova amostra, k+1, com retorno ao segundo estágio.

Forma KB Comparada

O operador KB, como descrito na seção anterior, está na forma geral e deve ser especificado para cada problema. No presente caso, proposto por Crump (1974), é necessário identificar as componentes e variáveis com o modelo de deconvolução sísmica, sendo isto descrito em 9 etapas numeradas a seguir. (1) O principio básico é reconhecer a relação entre a média-móvel e as equações dinâmicas KB. Para isto, um traço sísmico na forma discretizada tempo-variante é expresso na forma monocanal

$$z(k) = \sum_{n=0}^{N-1} r(n)u(k-n) + v(k) ,$$

onde e *N* é o comprimento do pulso tempo-variante u(k, n). A equação acima é estendida para uma estrutura multicanal, com um vetor para os traços $z_i(k)$, e uma

matriz para o pulso tempo-variante, na forma

$$z_j(k) = \sum_{n=k}^{n=k+N-1} r(n) H_{ji}(k-n) + v_j(k)$$
, (saída).

(2) A matriz do pulso-fonte efetivo, tempo-variante, $H_{ii}(k)$ é construída na forma

$$H_{ii}(k) = u_i(k, k-i+1)$$
.

(3) O vetor de estado é definido como sendo a função refletividade

$$\mathbf{x}(k) = [r(k) \ r(k-1) \dots r(k-L+1)]^T$$

O valor inicial das iterações pode ser definido por um vetor nulo.

(4) Para completar as equações do sistema sísmico dinâmico é necessário estabelecer o processo recursivo de geração do vetor de estado. A forma de Crump (1974) propõe que

$$r(k) = \sum_{i=1}^{L} b_i(k-1)r(k-i) + w(k-1)$$
,

onde w(k) é um processo estocástico branco já definido anteriormente, e ele representa a geração do estado r(k). Esta equação extrapola os coeficientes r(k)através dos L coeficientes anteriores, porém esta forma não tem um significado físico, sendo necessário definir os coeficientes $b_i(k)$ através de estratégias especiais. Uma proposta é a de inclusão de um modelo direto no processo, como o do tipo Goupillaud, para ser usado na extrapolação de valores $b_i(k)$, o que representa o elo com a teoria de propagação de ondas elásticas. Nas primeiras simulações aqui realizadas, os valores de b(k)foram escolhidos a partir de uma següência de experimentos, e o valor desta função foi mantido inicialmente constante e igual a 1/40, e em seguida os valores de b(k) foram extraídos da função refletividade obtida a partir do perfil de poço como é definido por Crump (1974).

(5) A equação de estado é escrita como:

 $r(k) = \Phi(k, k-1)r(k-1) + w(k-1)$, (sistema), onde:

	$b_{\rm l}(k-1)$	b ₂ (k-1)	<i>b</i> ₃ (<i>k</i> −1)	•••	<i>b</i> _L (<i>k</i> −1)	
	1	0	0	•••	0	
$\pi(kk) =$	0	1	0		0	
$\Psi(\mathbf{k},\mathbf{k}-\mathbf{l})=$	0	0	1	•••	0	ŀ
	÷	÷	÷	÷	:	
	0	0	0	1	0	

As duas expressões acima constituem as equações de estado do sistema dinâmico para o modelo convolucional. (6) A matriz de covariância do erro, P(k), é definida como uma matriz identidade para iniciar o processo. (7) A matriz diagonal $R(k) = E\{v(n)v^{T}(k)\}$ representa a variância do ruído associado com a saída do processo, e é uma informação a priori. De forma prática, podemos relacionar R(k) diretamente com a análise de ruído no sismograma.

(8) A matriz diagonal $Q(k) = E\{w(n)w^T(k)\}$ representa a variância da componente aleatória associada com o processo de geração dos coeficientes de reflexão. Mendel et al. (1979) define a variável de estado como

sendo o traço sísmico, x(t) = g(t), partindo do seguinte: $x(t + \sigma) = Ax(t) + bm(t)$ (cictoma)

$$\underline{\underline{x}}(t+\tau) = \underline{\underline{A}}\underline{\underline{x}}(t) + \underline{\underline{b}}\underline{m}(t) , \qquad \text{(sistema)}$$
$$g(t) = \underline{\underline{c}}^T \underline{\underline{x}}(t) + r_0 m(t) , \qquad \text{(saida)}.$$

Onde

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ (1+r_1) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & (1+r_2) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1+r_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (1+r_{k-1}) & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & (1-r_1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & (1-r_2) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-r_3) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-r_3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & (1-r_{k-1}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = -dig[r_0 & r_1 & \cdots & r_{k-1}], \qquad A_3 = dig[r_1 & r_2 & \cdots & r_k],$$

$$b = [1+r_0, 0, 0, \dots, 0]^T, \qquad c = [0, 1-r_0, 0, 0, \dots, 0]^T,$$

e r_k são os coeficientes de reflexão. A variável de estado que define o sismograma é representada pelas ondas ascendentes e descendentes.

$$x(t+\tau) = [u_1(t+\tau), d_1(t+\tau), u_2(t+\tau), d_2(t+\tau), \dots, u_k(t+\tau), d_k(t+\tau)]^T$$

O operador KBCP

O método KB, como apresentado nas seções anteriores, foi estendido por Crump (1974) para a deconvolução ao impulso e por Mendel (1979) para gerar sismogramas sintéticos. O método KB é flexível por permitir a solução de diferentes problemas, e o presente objetivo é obter um operador de predição para atenuação de múltiplas a partir da comparação das teorias desenvolvidas pelos autores citados. Portanto, a identificação da variável de estado com o modelo não-estacionário é necessária para escrever o par de equações sistema-saída. A definição do vetor de estado \underline{x} não tem unicidade, e aqui é definida como:

$$x(k) = \begin{bmatrix} g(k) & g(k-1) & \cdots & g(k-L+1) \end{bmatrix}.$$

Desta forma, a equação dinâmica do processo recursivo da geração do vetor de estado é escrita de forma análoga resultando na seguinte equação:

$$g(k) = \sum_{i=1}^{L} b_i(k-1)g(k-i) + u(k-1), \text{ (sistema)}$$

onde u(k) é considerado teoricamente como processo estocástico branco e representa o erro teórico introduzido e esta equação projeta para frente o traço sísmico através de uma média ponderada dos pontos anteriores. A equação de transição de estado é escrita na forma:

$$\underline{x}(k) = \underline{\Phi}(k, k-1)\underline{x}(k-1) + u(k-1), \text{ (sistema)}.$$

onde

	b₀(N−1)	•••	b(N-1)	b1(N-1)	b_(N-1)
	1	•••	0	0	0
Φ(k,k−1)=	0	•••	0	0	0
	0	÷	1	0	0
	0		0	1	0

As equações acima representam o problema matemático a ser solucionado, onde g(k) é conhecido (traço sísmico) e $b_i(k)$ para ser determinado. Para obter os valores de $b_i(k)$, a equação acima é analisada a partir da forma matricial:

$g_{\rm l}$		0	•••	0	0	<i>b</i> _l (0)	<i>g</i> №-1		[4]	
<i>g</i> ₂		0		0	<i>b</i> ₁ (1)	b ₂ (1)	÷		Ц	
$g_{\!\scriptscriptstyle \mathrm{B}}$	=	0	•••	bj(2)	b2(2)	<i>b</i> ₃ (2)	<i>g</i> ₂	+	ц	
÷		1 :	÷	÷	÷	÷	<i>g</i> i		:	
g _N		b(N-1)		b(N1)	<i>b</i> (<i>N</i> 1)	b_(N−1)_	<i>g</i> ₀		ЧN	

Nesta, definimos que:

P

$$L = \sum_{i=1}^{r} T_i, \quad (P = 1, 2, \dots, k = 1, 2, 3, \dots, N),$$

onde *L* é o comprimento do operador de predição; *N* é o comprimento do sinal de entrada; u(k-1) é considerado teoricamente como um processo estocástico branco, e *P* representa a periodicidade dos eventos a serem atenuados.

A solução da equação na forma matricial acima com uma estrutura atípica torna-se de difícil solução, e a primeira forma natural de resolvê-la é através da tentativa-e-erro. Para isto, incluímos um parâmetro, β , no processo recursivo de geração da função $b_i(k)$ da seguinte forma.

Para
$$k = 1$$
 $b_1(0) = \frac{g_1}{g_0}$

$$b_1(1) = \frac{g_2 - [b_2(1)s_0]}{g_1}$$

 $b_2(1) = \beta b_1(0)$,

Para k = N

$$b_2(N-1) = \beta \ b_1(N-2) \dots b_{N-1}(N-1) = \beta \ b_{N-2}(N-2)$$

$$b_1(N-1) = \frac{g_N - [b_2(N-1)g_{N-2} + \dots + b_L(N-1)g_0]}{g_{N-1}}.$$

Para os experimentos computacionais, β foi considerado constante para cada traço e contido no intervalo entre 0 e 1. Sendo assim, é possível determinar de forma recursiva os valores de $b_i(k)$. Na Figura 1 ilustramos os resultados encontrados de $b_i(k)$ por tentativa-e-erro para diferentes valores de periodicidade P e do comprimento L do operador . O operador KBCP 1D e 2D, $h_k(i)$, é obtido a partir dos coeficientes $b_i(k)$, sua estrutura está representada da tabela 2. Na figura 2 mostramos a forma do operador KBCP.

Tabela 2
1D
$h_k(i) = [1,0,\ldots,0, b_{T_1}(k),0,\ldots,0, b_{T_2}(k),\ldots]$
$h_k(i) = [1,0,\ldots,0, b_{T_i}(k), b_{T_{i+1}},\ldots, b_{T_n}(k)]$
2D
$h_{jk}(i) = [1,0,\ldots,0, b_{T_1(x)}(k),0,\ldots,0, b_{T_2(x)}(k),\ldots]$
$h_{jk}(i) = [1,0,,0, b_{T_i(x)}(k), b_{T_{i+1}}(x), b_{T_n(x)}(k)]$



Figura 1 – Coeficiente $b_i(k)$ do operador para diferentes valores de periodicidade P e do comprimento L do operador. (a) e (b) informam o comprimento da janela sobre o traço sísmico. (c) e (d) mostram as formas de $b_i(k)$ para as janelas em (a) e (b).



Figure 2. Estrutura do operador KBCP, $b_i(k)$, caso 1D. *T* constante.

A exemplificação de resultados consiste de uma seção fonte-comum com 50 receptores separados por um intervalo de 25m. O sinal-fonte é o Gabor com uma freqüência dominante de 40 *Hz*, e os traços têm um intervalo de amostragem de 2 *ms*. Aplicamos ganho dinâmico com a finalidade de uma melhor visualização dos eventos primários e da múltipla presente na seção.

O modelo é composto por cinco camadas homogêneas separadas por interfaces curvas sobre um semi-espaço (Figuras 3). Por meio de um programa de traçamento de raio (seis 88) foram geradas apenas reflexões primárias para todas as interfaces, e a múltipla gerada apenas para a primeira interface. O resultado obtido para este modelo está na Figura 4 onde notamos que o operador KBCP realiza a atenuação da múltipla selecionada.



Figura 3 - Seção geológica idealizada para simulação seção sísmica mostrando o modelo de velocidade.

Conclusão

A comparação com estudos paralelos mostra que a implementação do KBCP pode ser mais simples do que a do WHL, e a aplicação do FKB dispensa medidas de estacionariedade, porém requer condições a priori sobre a posição da primaria e de sua múltipla. A versatilidade do FKB está diretamente relacionada à capacidade de generalização do problema WH quanto a nãoestacionariedade na janela dos dados, condição natural de dados geofísicos. O operador KBCP realiza a atenuação das múltiplas de superfície no modelo sintético aqui apresentado. O KBCP não permite a identificação das múltiplas, e para os exemplos mostrados admitimos conhecer os tempos de trânsito das múltiplas através de outro método.



Figura 4 - (a) Seção sísmica fonte-comum para a seção geológica usando o programa seis88 com aplicação de ganho dinâmico na seção. (b) Seção sísmica após a aplicação do operador KBCP.

Agradecimentos

Ao Curso de Pós-graduação em Geofísica da UFPa (CPGF), a Agência Nacional do Petróleo (ANP) e a CAPES pelo apoio financeiro, e ao Departamento de Matemática da UFPa pelo apoio à pesquisa.

Referências

- Crump, N. (1974). A Kalman filter approach to the deconvolution of seismic signals. Geophys. Res., 39(1): 1-13.
- Kalman, R. E., e Bucy, R. E., (1961). New results in linear filtering and prediction theory. Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering, 83; 95-107.
- Mendel, J. M., (1983). *Optimal Seismic Deconvolution.* Academic Pres. New York, USA.
- Mendel, J.M. (1990). *Maximum-Likelihood Deconvolution, A Journey into Model-Based Signal Processing.* Springer-Verlag.
- Robinson, E.A. (1999). Seismic Inversion and Deconvolution. Part B: Dual-sensor Technology. Pergamon Press. Amsterdam, Netherlands.
- Mendel, J.M.; Nahi, N.E. e Chan, M. (1979). Synthetic seismogram using the state-space approach. Geophysics, v. 44, n. 5, p. 880-895.
- Leite, L. W. L. e Rocha, M. P. C. (2003) Atenuação de múltiplas em sísmica de reflexão utilizando o método Kalman-Bucy. Submetido ao Eighth International Congress of The Brazilian Geophysical Society.