



Comparação de transformações não lineares quase invariantes com a direção de magnetização.

Soraya Lozada Tuma(*), Carlos Alberto Mendonça
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, IAG/USP

Copyright 2003, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper was reviewed by The Technical Committee of The 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represent any position of the SBGF, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

The magnetic anomaly shape is highly conditioned by the magnetization direction of its causative source. It brings problems to data interpretation because the anomalies may be distorted and shifted with respect to the source position. Many procedures has been proposed to center fields over the sources. In this paper, we present synthetic data simulations that allow to compare potentialities from most of the proposed transforms. Our tests compare the results from the analytic signal technique and the T, R, E, L and Q transforms proposed by Stavrev and Gerovska (2000). Transformed fields are compared for different source depths and magnetization directions. At least for the tested models, the Q transform generated more invariant products and better centred the transformed fields over the source.

Introdução

Um problema na interpretação de dados magnetométricos decorre do fato das anomalias magnéticas resultarem da sobreposição de efeitos relacionados a diferentes atributos das fontes. A amplitude da anomalia, por exemplo, é simultaneamente condicionada pela profundidade da fonte, seu tamanho e intensidade de magnetização. A forma da anomalia, além de depender da latitude magnética da área de estudo, é função da direção de magnetização (magnetização total, no caso), da forma e do mergulho da fonte. Uma vez superpostos, os efeitos de cada atributo raramente podem ser separados, o que dificulta o processo de interpretação quantitativa por aplicação de técnicas de inversão, ou mesmo a interpretação qualitativa.

Pesquisas desenvolvidas a partir dos anos 70 têm demonstrado que a aplicação de transformações não-lineares podem isolar ou cancelar algumas destas contribuições. Entre tais transformações, destaca-se a amplitude do sinal analítico (ASA) proposta por Nabighian (1972, 1974) que, para fontes 2-D é independente da direção de magnetização. Esta invariância permite a determinação de parâmetros relativos à forma do corpo

mesmo desconhecendo a direção de magnetização. No caso 3-D tal tipo de invariância não existe. Tanto a ASA quanto outras transformações similares geram produtos que são relativamente sensíveis à direção de magnetização da fonte.

Stavrev e Gerovska (2000) propuseram várias transformações para campos de fontes 3-D com o objetivo de gerar grandezas invariantes (ou quase invariantes) em relação à direção de magnetização. Este estudo testa a invariância dos produtos gerados nestas transformações para diferentes modelos prismáticos. Um critério objetivo para se medir essa invariância é estabelecido o que permite determinar a transformação menos sensível à direção de magnetização.

Transformações a serem testadas

Uma transformação é não linear (TFNL) se para elementos f, g em seu domínio D de definição e escalares a, b tivermos (Parker, 1994):

$$L(af + bg) \neq aL(f) + bL(g) \quad (1)$$

A amplitude do sinal analítico (ASA) satisfaz (1) e, por isso, pode ser considerada como sendo resultante de uma TFNL que se aplica à anomalia magnética. Desde quando apresentada por Nabighian (1972, 1974), a ASA, tem sido bastante usada na determinação da profundidade das fontes magnéticas (Roest et al., 1992, Hsu et al., 1996, Debeglia e Corgel, 1997). A vantagem, na interpretação de anomalias magnéticas decorre da forma da ASA ser independente da direção de magnetização (fontes 2D), o que permite a determinação das características da fonte (geometria e profundidade) mesmo quando a direção de magnetização é desconhecida. A utilização da ASA foi estendida para corpos 3-D (Nabighian, 1984) mas neste caso observa-se que os produtos variam com a direção de magnetização e a direção do campo indutor local (Roest et al., 1992; Hsu et al., 1996). Além do sinal analítico, foram propostas outras transformações não-lineares válidas para modelos específicos, tais como a combinação de modelos de contato e dique (Debeglia e Corgel, 1997).

Para modelos 3-D a ASA, $A = |A(x, y, z)|$, é tal que (Roest et al., 1992):

$$|A| = \sqrt{\left(\frac{\partial T_t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_t}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_t}{\partial z}\right)^2} \quad (2)$$

sendo $\partial T_t/\partial x$, $\partial T_t/\partial y$ e $\partial T_t/\partial z$ as derivadas direcionais da anomalia magnética de campo total, T_t .

Stavrev e Gerovska (2000) propuseram outras TFNLs com o objetivo de gerar grandezas com menor sensibilidade em relação à direção de magnetização. Suas transformações foram genericamente denominadas T, R, L, E e Q.

A transformação T fornece o módulo do campo vetorial anômalo, $T \equiv |\vec{T}(x, y, z)|$, tal que

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2} \quad (3)$$

sendo T_x, T_y, T_z as componentes do campo vetorial anômalo \vec{T} . A transformação $R \equiv R(x, y, z)$ é tal que

$$R = \frac{|T_x \nabla T_x + T_y \nabla T_y + T_z \nabla T_z|}{T} \quad (4)$$

sendo $\nabla T_x, \nabla T_y, \nabla T_z$ os gradientes das componentes T_x, T_y, T_z . Pode-se verificar que $R = |\nabla T|$. A transformação $L \equiv L(x, y, z)$ expressa o laplaciano de T, $L \equiv \nabla^2 T$, e é tal que

$$L = \frac{|\nabla T_x|^2 + |\nabla T_y|^2 + |\nabla T_z|^2 - |\nabla T|^2}{(T_x^2 + T_y^2 + T_z^2)^{3/2}} \quad (5)$$

A transformação E $\equiv E(x, y, z)$ é tal que

$$E = \sqrt{\frac{|\nabla T_x|^2 + |\nabla T_y|^2 + |\nabla T_z|^2}{2}} \quad (6)$$

e a transformação Q $\equiv Q(x, y, z)$

$$Q = \sqrt{|\nabla T_x|^2 + |\nabla T_y|^2 + |\nabla T_z|^2 - |\nabla T|^2} \quad (7)$$

Cálculo das TFNLs a partir de modelos simples

Para calcular as TFNLs nas equações de (2) a (7) é necessário calcular i) as componentes T_x, T_y, T_z , do campo vetorial magnético; ii) as derivadas destas componentes e iii) as derivadas da anomalia magnética $\partial T_t/\partial x$, $\partial T_t/\partial y$ e $\partial T_t/\partial z$. Para modelos prismáticos as componentes do campo vetorial podem ser calculadas a partir da expressão geral que calcula a anomalia magnética e as derivadas podem ser calculadas pelo método das diferenças-finitas ou analiticamente, como se discute a seguir.

A anomalia magnética correspondente a um prisma com intensidade de magnetização unitária, arestas verticais e topo e base planos é dada por (Plouf, 1976),

$$T_t = l(mN + nM) \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R-x}{R+x} \right) + (lN + nL) \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R-y}{R+y} \right) + (lM + Lm) \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R-z}{R+z} \right) + lL \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{yz}{xR} \right) + mM \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{zx}{yR} \right) + nN \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{xy}{zR} \right) \quad (8)$$

sendo $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; (L, M, N) os cossenos diretores do campo geomagnético e (l, m, n) os cossenos diretores da direção de magnetização. A partir da inclinação, I, e declinação, D, do campo geomagnético, obtém-se:

$$\begin{aligned} L &= \cos(I) \cos(D) \\ M &= \cos(I) \operatorname{sen}(D) \\ N &= \operatorname{sen}(I) \end{aligned} \quad (9)$$

De forma semelhante calculam-se (l, m, n) substituindo I e D, na equação (9) pelos ângulos i e d, respectivamente, correspondentes à inclinação e declinação de magnetização total.

A partir da equação (8) pode-se obter as derivadas direcionais de T_t fazendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_t}{\partial x} &= -(mN + nM) \frac{1}{R} + z \frac{(lM + Lm)x + (mM - lL)y}{R(x^2 + y^2)} \\ &+ y \frac{(lN + Ln)x + (nN - lL)z}{R(x^2 + z^2)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_t}{\partial y} = -\frac{(IN + nL)}{R} \frac{1}{R} + z \frac{(IM + Lm)y + (IL - mM)x}{R(x^2 + y^2)} + x \frac{(mN + nM)y + (mN - mM)z}{R(y^2 + z^2)} \quad (11)$$

e

$$\frac{\partial T_t}{\partial z} = -\frac{(IM + Lm)}{R} \frac{1}{R} + x \frac{(mN + nM)z + (mM - nN)y}{R(y^2 + z^2)} + y \frac{(IN + nL)z + (IL - nN)x}{R(x^2 + z^2)} \quad (12)$$

Para o cálculo dos campos, as equações de (8) a (12) foram implementadas computacionalmente neste trabalho. Como já discutido, a equação (8) permite calcular as componentes T_x, T_y, T_z do campo vetorial anômalo. Por exemplo, para calcular T_x atribuímos valores nulos para a inclinação e a declinação do campo. Para calcular T_y atribuímos valores de 0° e 90° para os mesmos parâmetros, respectivamente.

Testes Realizados

Para testar a invariâncias das TFNLs em questão, utilizamos um prisma vertical de base quadrada de 1×1 m, espessura infinita e magnetização de $0,2$ A/m. O prisma faz um ângulo de 30° com o eixo x (Norte) e está centrado na posição $(x, y) = (4, 4)$. Todos os testes consideraram um campo indutor externo com inclinação de -30° e declinação de -20° . O modelo de referência tem magnetização apenas do tipo induzida. As TFNLs foram calculadas a partir de fontes com profundidades do topo em $0,5, 1$ e 2 m (Figura 1). O mesmo cálculo foi repetido para profundidades da fonte iguais a 3 e 4 m e os resultados são mostrados na Figura 2. Em todos os testes a declinação da magnetização permaneceu constante (-20°) mas sua inclinação variou de 0° a -60° , com passo de -15° . Para quantificar a invariância associada a cada TFNL calculamos o parâmetro S,

$$S = \frac{1}{F_o^{\max} - F_o^{\min}} \left[\sum_{i=1}^N (F_o - F_i)^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

sendo F_o o termo que expressa o valor da TFNL associado ao modelo de referência; F_i o valor da TFNL correspondente ao modelo prismático com inclinação de magnetização i , N é o número de pontos na malha e F_o^{\max} e F_o^{\min} são os valores máximo e mínimo de F_o .

Em termos de resultados, observou-se que para profundidades de $0,5 - 1$ m as transformações geram produtos centrados com relação à fonte. Observa-se que quanto mais rasa for a fonte, mais invariantes em relação à direção de magnetização da fonte são os produtos gerados pelas TFNLs testadas.

Para prismas com topo em 2 m (Figura 1), tanto a transformação L quanto a Q permanecem centradas, quando se varia a magnetização de 0° a -15° . Esta invariância também foi observada na ASA. A transformação T mostrou-se centrada no intervalo de 0° a -60° . Comparativamente, a variação S foi maior que a correspondente à profundidade de 1 m. No intervalo de -60° a -30° (Figura 3), a transformação L apresenta os menores valores, enquanto que no intervalo de -30° a 0° é a transformação Q que apresenta a menor variação.

Para profundidades de 3 e 4 m (Figura 2), a ASA e a intensidade T mostram-se deslocadas em relação ao centro do prisma. A transformação L fica mais descentrada para prismas com profundidade de 4 m; enquanto a transformação Q permanece quase invariante. Comparando as Figuras 3 e 4 observa-se que todas as transformações incrementaram os valores da variação S quando a profundidade do prisma aumentou. Para a profundidade de 4 m, são as transformações L e Q que mostram os menores valores da variação S.

Conclusões

Para os modelos testados observou-se que as transformações podem ser consideradas invariantes com a direção de magnetização quando a profundidade do prisma é inferior a 1 m. Na profundidade de 2 m (Figura 1), algumas transformações centralizam os campos sobre as fontes, mas no intervalo de 3 a 4 m, (Figura 4), só a transformação Q fornece resultados promissores. Nota-se em geral, que a maior parte destas transformações tem respostas bastante distintas dependendo da profundidade do prisma. Para fontes mais rasas as respostas independem da inclinação de magnetização mas com o aumento da profundidade isto não mais acontece. Nas Figuras 3 e 4 também se verifica que os valores do parâmetro S numa mesma transformação aumenta com o aumento da profundidade da fonte. Comparando as transformações para uma mesma profundidade, os produtos das transformações L e Q mostram as menores variações.

Agradecimentos

Ao Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, IAG/USP.

À Embaixada do Brasil, ao Instituto Brasileiro Equatoriano de Cultura, IBEC, Quito – Equador.

Ao CNPQ/PEC-PG.

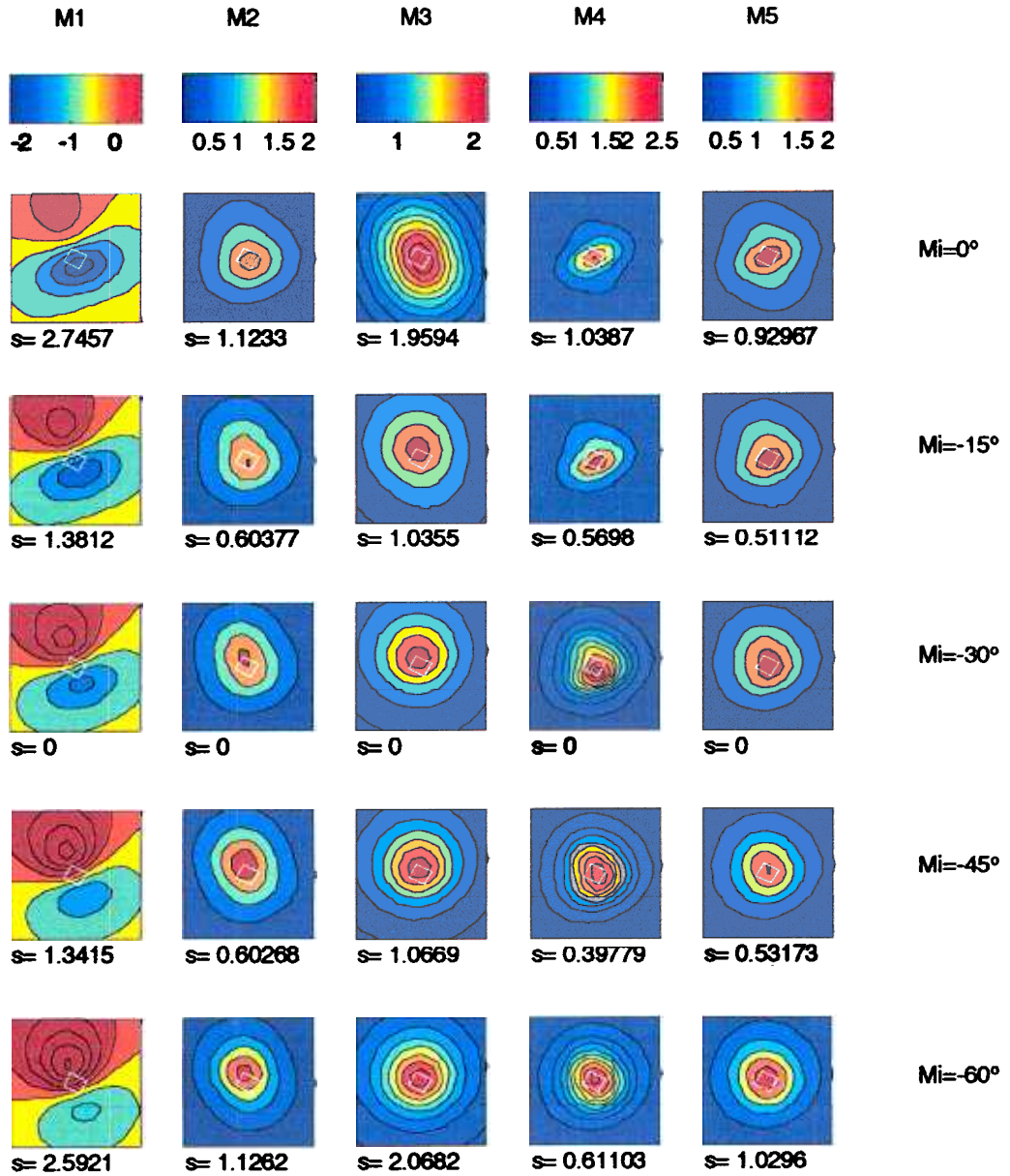


Figura 1: Transformações não lineares 3-D de uma fonte prismática (em branco) com topo na profundidade de 2 m, inclinação de -30o e declinação de -20o do campo magnético indutor externo e a magnetização com declinação de -20o e inclinação variando entre 0o e -60o. M1=Anomalia magnética, M2=Amplitude do sinal analítico (ASA), M3=Transformação T ou módulo do campo magnético anômalo, M4=Transformação L e M5=Transformação Q. s=variação S.

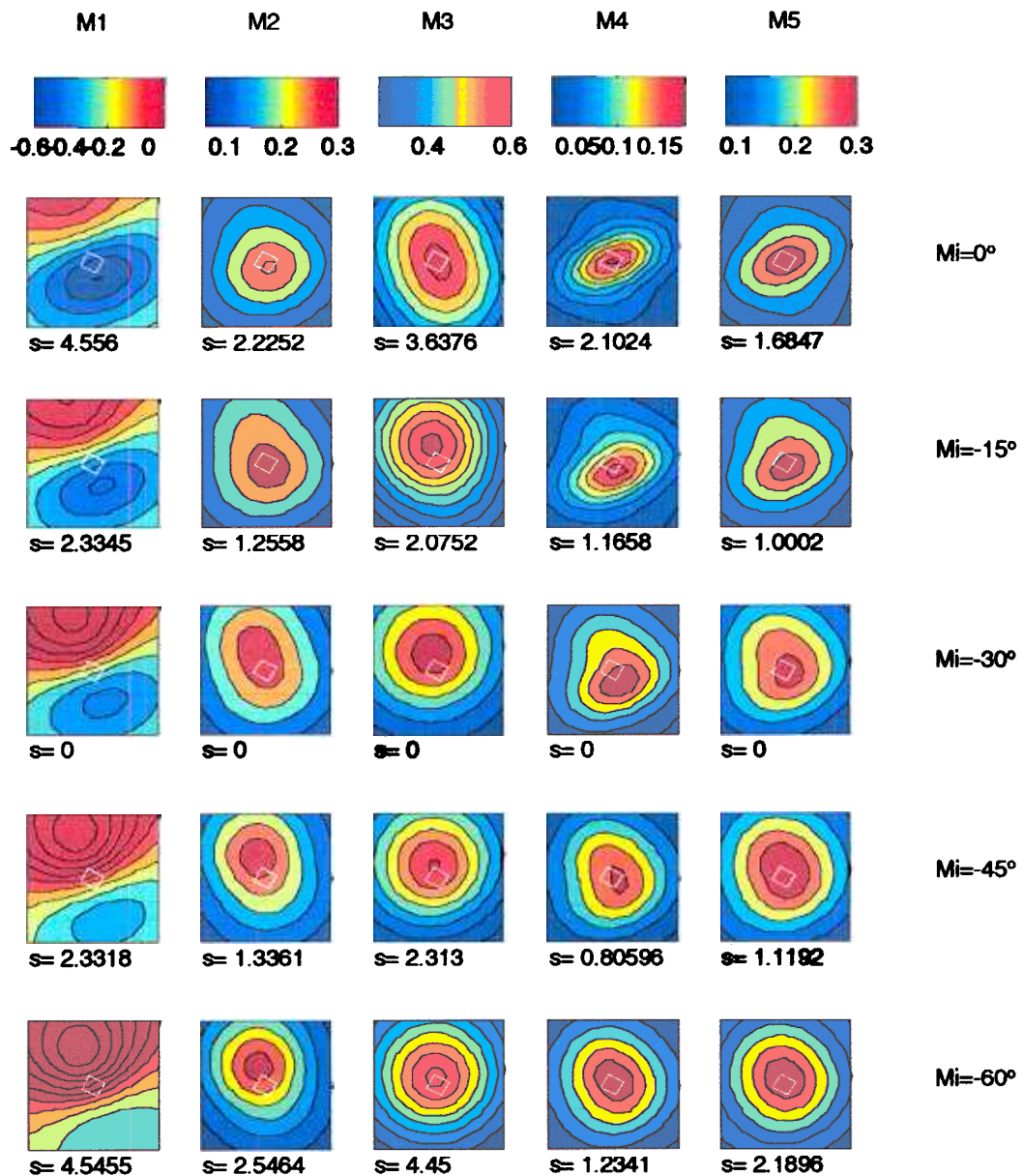


Figura 2: Transformações não lineares 3-D de uma fonte prismática (em branco) com topo na profundidade de 4 m, inclinação de -30o e declinação de -20o do campo magnético indutor externo e a magnetização com declinação de -20o e inclinação variando entre 0o e -60o. M1=Anomalia magnética, M2=Amplitude do sinal analítico (ASA), M3=Transformação T ou módulo do campo magnético anômalo, M4=Transformação L e M5=Transformação Q. s=variação S.

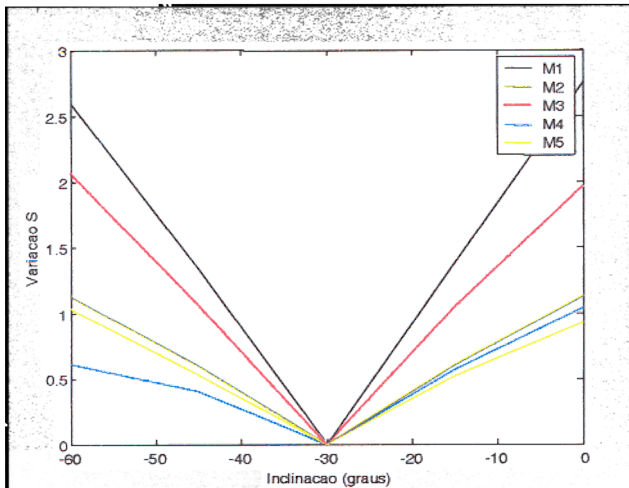


Figura 3: Variação S em função da inclinação da magnetização; fonte prismática com topo na profundidade de 2 m. M1=Anomalia magnética, M2=Amplitude do sinal analítico (ASA), M3=Transformação T ou módulo do campo magnético anômalo, M4=Transformação L e M5=Transformação Q.

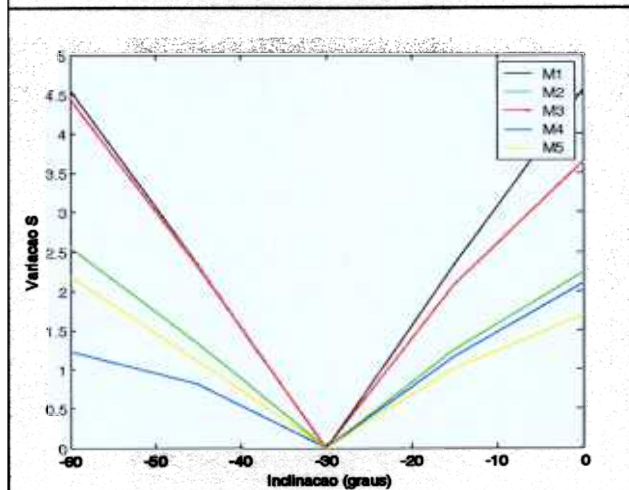


Figura 4: Variação S em função da inclinação da magnetização; fonte prismática com topo na profundidade de 4 m. M1=Anomalia magnética, M2=Amplitude do sinal analítico (ASA), M3=Transformação T ou módulo do campo magnético anômalo, M4=Transformação L e M5=Transformação Q.

Referências

Bathacharyya, B. k., 1964, Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization: *Geophysics*, **29**, 517-531.

Debeglia, N., and Corpel, J., 1997, Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives: *Geophysics*, **62**, 87-96.

Hsu, S. K., Sibuet J. C., and Shyu C. T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique: *Geophysics*, **61**, 373-386.

Nabighian, M. N., 1974, Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross section: *Geophysics*, **39**, 85-92.

Nabighian, M. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross section: Its properties and use for automated anomaly interpretation: *Geophysics*, **37**, 507-517.

Nabighian, M. N., 1984, Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations: *Geophysics*, **49**, 780-786.

Parker, R. L., 1994, *Geophysical inverse theory*: Princeton University Press.

Plouff, D., 1976, Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections: *Geophysics*, **41**, 727-741.

Roest, W. R., Verhoef, J., and Pilkington, M., 1992b, Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal: *Geophysics*, **57**, 116-125.

Stavrev, P., and Gerovska, D., 2000, Magnetic field transforms with low sensitivity to the direction of source magnetization and high centricity: *Geophysical Prospecting*, **48**,317-340.