



## Modelagem sísmica em meios localmente Transversalmente Isotrópicos (LTI)

Marco Antonio Cetale Santos\*, DEE/PUC-Rio, Djalma Manoel Soares Filho, PETROBRAS S/A Brasil, Paulo Léo Manassi Osório, DEE/PUC-Rio, José Carlos Rosa Filho, PETROBRAS S/A Brasil

Copyright 2003, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper were reviewed by The Technical Committee of The 8<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

In this work we introduce a method for elastic modeling to cope with seismic simulations on locally transverse isotropic (LTI) media. In order to make elastic modeling on complex media composed of thick tectonic deformed shale layers more realistic, we generalize the finite differences scheme proposed in (Zahradník and Priolo, 1994) to handle seismic simulations for polar anisotropic media, where the direction of the symmetry axis varies continuously along the model. In our method, we define six parameters at each grid point: density, Thomsen parameters (Thomsen, 1986), P and SV phase velocities along the polar symmetry axis, and the local direction of the polar symmetry axis itself. From these parameters, we compute the elastic tensor coefficients in terms of the local coordinates system and, by using a rotation matrix, we express the elastic tensor coefficients in terms of a global coordinate system. We perform second-order approximations for both spatial and temporal partial derivatives and introduce the parameters through integrations along the grid lines. For boundary condition along the upper interface, we employ the so-called Vacuum Formalism, as it is presented in (Zahradník and Hron, 1992) and, for the bottom, left and right model frontiers, we combine the proposal of (Emmerman and Stephen, 1983) and (Cerjan et al, 1985). To illustrate the method we show seismograms and snapshots obtained from modeling on a complex structural medium exhibiting interesting peculiarities of this kind of symmetry.

### Introdução

A modelagem sísmica numérica em meios complexos tem sido uma ferramenta muito usada para a interpretação de dados sísmicos. De fato, as técnicas de modelagem são empregadas, pelos geofísicos, para o entendimento da assinatura sísmica dos modelos geológicos que são de interesse para a exploração e produção de hidrocarbonetos. Em adição a este fato, as simulações numéricas têm sido usadas para testar novas tecnologias e avaliar se são adequadas em determinadas situações. Fazendo a simulação de um modelo geológico, pode-se inferir se uma determinada estratégia de imageamento é adequada ou não, comparando a sessão sísmica obtida com o modelo geológico conhecido.

Neste trabalho, apresenta-se um método baseado na técnica de diferenças finitas para modelar meios localmente Transversalmente Isotrópicos, ou seja, meios em que o eixo de simetria polar varia ao longo do modelo. Uma estratégia, usando técnicas *Phase-Shift* para o imageamento destes meios, é proposta no artigo (Cetale, et al, 1993).

### Método de Modelagem em meios LTI

A equação que rege o fenômeno ondulatório em meios elásticos anisotrópicos escreve-se:

$$\frac{\partial \Gamma_{ij}}{\partial x_i} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1)$$

onde  $\Gamma_{ij}$  denota o tensor de esforços,  $f_i$  representa a componente de densidade de forças externas,  $\rho$  a densidade e  $u_i$  é a  $i$ -ésima componente do vetor deslocamento.

A relação entre o tensor de esforços e as derivadas espaciais do vetor deslocamento é dada pela relação abaixo:

$$\Gamma_{ij} = c'_{ijkl} \cdot \partial u_k / \partial x_l, \quad (2)$$

ou seja, pela lei de Hooke generalizada onde,  $c'_{ijkl}$  representa as componentes do tensor elástico que para um meio triclinico, na notação Voigt é dado por

$$c'_{mn} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & C'_{14} & C'_{15} & C'_{16} \\ & C'_{22} & C'_{23} & C'_{24} & C'_{25} & C'_{26} \\ & & C'_{33} & C'_{34} & C'_{35} & C'_{36} \\ & & & C'_{44} & C'_{45} & C'_{46} \\ & & & & C'_{55} & C'_{56} \\ & & & & & C'_{66} \end{bmatrix}$$

assim sendo, substituindo a equação (2) em (1), pode-se escrever a equação (1) em termos do vetor deslocamento:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( c'_{ijkl} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad (3)$$

válida para meios 3D.

Neste trabalho, a equação (3) é simplificada suprimindo-se a componente  $u_2$  e todas as dependências em relação ao segundo índice, isto é, explicitamente utiliza-se o sistema de equações:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{1111}^{C_{11}} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{1113}^{C_{13}} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{1131}^{C_{13}} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{1133}^{C_{33}} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{1311}^{C_{13}} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{1313}^{C_{33}} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{1331}^{C_{35}} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{1333}^{C_{35}} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + f_1(x, z) = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{3111}^{C_{35}} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{3113}^{C_{35}} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{3131}} \left( \overline{C}_{3131}^{C_{35}} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \overline{C}_{3133}^{C_{35}} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{3311}^{C_{33}} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{3313}^{C_{33}} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{3331}^{C_{35}} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{C}_{3333}^{C_{35}} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + f_3(x, z) = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4b)$$

Estas equações são válidas para meios 2.5D e fontes lineares infinitas perpendiculares ao plano formado pelos eixos horizontal e vertical, ou seja  $x_1$  e  $x_3$ .

Num meio LTI, para cada ponto da malha, são definidos os valores das velocidades de fase das ondas P e S, os parâmetros de Thomsen (Thomsen,1986)  $\varepsilon$  e  $\delta$ , a densidade  $\rho$  e o ângulo  $\phi$ , que define a direção do eixo de simetria polar no ponto. Com estes valores obtêm-se as componentes do tensor elástico em cada ponto relativas ao sistema de coordenadas local.

Desta forma, para utilizarmos a equação (3), expressa num sistema coordenadas global (com eixos horizontal e vertical, x e z respectivamente), realizam-se transformações de coordenadas em todos os pontos através da matriz de rotação abaixo (Thomsen, 2002).

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix},$$

ou seja,

$$c'_{ijkl}(x_i) = R_{im}(\phi).R_{jn}(\phi).R_{ko}(\phi).R_{lp}(\phi).c'_{mnop}(x_i)$$

onde  $c'_{mnop}(x_i)$  denota as componentes do tensor elástico para um meio Transversalmente Isotrópico expressas no sistema local que explora esta simetria. Em termos da notação de Voigt escreve-se:

$$c'_{mn}(x_i) = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{11}-2C'_{66} & C'_{13} & & & \\ C'_{11}-2C'_{66} & C'_{11} & C'_{13} & & & \\ C'_{13} & C'_{13} & C'_{33} & & & \\ & & & C'_{44} & & \\ & & & & C'_{44} & \\ & & & & & C'_{66} \end{bmatrix}$$

Após a rotação, somente os elementos  $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{15}$ ,  $C_{35}$  e  $C_{55}$  da nova matriz  $c_{mn}(x_i)$  são utilizados na solução do sistema de equações (4a) e (4b)

As derivadas parciais encontradas nas equações (4a) e (4b) são discretizadas com aproximações de segunda ordem da forma como apresentada em (Zahradník e Priolo, 1994). Com relação às derivadas temporais usamos aproximações centrais,

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t^2} (U_{i,j}^{n+1} + 2U_{i,j}^n - U_{i,j}^{n-1})$$

Na qual,  $U^{ij} = U(i, \Delta x, j, \Delta z, n, \Delta t)$ , onde  $U$  representa uma das componentes do vetor deslocamento,  $\Delta x$  e  $\Delta z$  são os passos nas direções horizontal e vertical respectivamente e  $\Delta t$  é a taxa de amostragem temporal.

Com relação às derivadas parciais, temos aproximações distintas para as derivadas simples e mistas. Para as primeiras, ou seja, aquelas que envolvem uma única coordenada x ou z, utiliza-se

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( a \frac{\partial u}{\partial z} \right) \approx \frac{1}{\Delta z^2} [a_S (U_{i,j+1} + U_{i,j}) - a_N (U_{i,j} - U_{i,j-1})]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{\Delta x^2} [a_E (U_{i+1,j} - U_{i,j}) - a_W (U_{i,j} - U_{i-1,j})]$$

onde  $a_S$ ,  $a_N$ ,  $a_E$  e  $a_W$  são integrações do parâmetro elástico ao longo das linhas da malha como na figura 1.

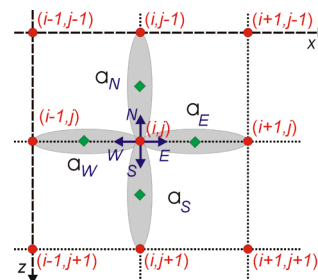


Figura 1- As elipses representam as faixas de integração para a forma "curta".

Para as derivadas mistas no interior do modelo, utilizam-se as aproximações "curtas", ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{4\Delta x \Delta z} [a_S (U_{i+1,j+1} + U_{i+1,j} - U_{i-1,j+1} - U_{i-1,j}) - a_N (U_{i+1,j-1} + U_{i+1,j} - U_{i-1,j-1} - U_{i-1,j})]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( a \frac{\partial u}{\partial z} \right) \approx \frac{1}{4\Delta x \Delta z} [a_E (U_{i+1,j+1} + U_{i,j+1} - U_{i+1,j-1} - U_{i,j-1}) - a_W (U_{i-1,j+1} + U_{i,j+1} - U_{i-1,j-1} - U_{i,j-1})]$$

enquanto na superfície de observação (j=1), usa-se as aproximações "longas":

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{4\Delta x \Delta z} \left[ a_{SE} (U_{i+1,j+1} + U_{i+1,j} - U_{i,j} - U_{i,j+1}) + a_{SW} (U_{i,j} + U_{i,j+1} - U_{i-1,j-1} - U_{i-1,j}) - a_{NE} (U_{i+1,j-1} + U_{i+1,j} - U_{i,j-1} - U_{i,j}) - a_{NW} (U_{i,j-1} + U_{i,j} - U_{i-1,j-1} - U_{i-1,j}) \right]$$

onde  $a_{SE}$ ,  $a_{SW}$ ,  $a_{NE}$  e  $a_{NW}$  são integrações realizadas ao longo dos segmentos definidos na figura 2. A outra derivada parcial mista é obtida analogamente, sendo que os coeficientes são definidos como  $a_{ES}$ ,  $a_{WS}$ ,  $a_{EN}$  e  $a_{WN}$ , para maior detalhe veja (Zahradník e Hron, 1992). Usando a forma “longa” para as derivadas mistas na superfície livre, garante-se a condição de formalismo do vácuo.

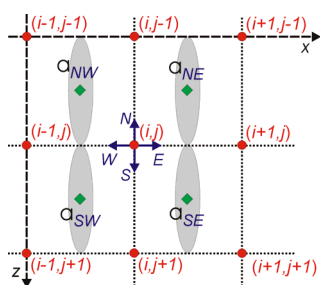


Figura 2 - As elipses representam as faixas de integração para a forma longa.

Finalmente, no método proposto, os intervalos temporais e espaciais são definidos como em (Faria,1993) para garantir que não haja dispersão numérica e que o processo seja estável.

**Discussão dos Exemplos / Conclusões**

*Exemplo 1:*

Neste exemplo é mostrada a propagação da onda elástica em um meio homogêneo e transversalmente isotrópico com eixo de simetria inclinado de 30°.

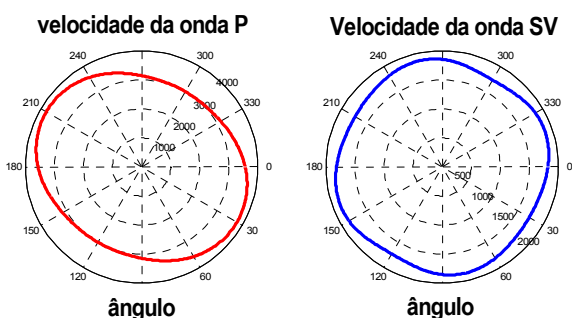


Figura 3 – Velocidades de fase P e SV usadas para gerar o snapshot na figura 4, para  $\epsilon=0,3$ ,  $\delta=0$ , e  $\phi=30^\circ$ .

Na figura 3, observam-se as velocidades de fase qP e qSV que serão utilizadas para a modelagem. Na figura 4, aparece um snapshot para esta modelagem. Observe que na propagação as componentes das ondas qP e qSV têm a forma de suas respectivas velocidades de fase.

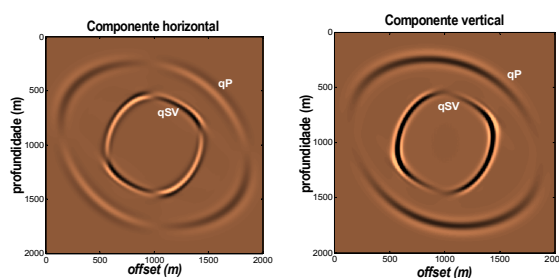


Figura 4 – Snapshot das componentes da propagação para os parâmetros definidos na figura 3.

*Exemplo 2:*

Neste modelo são apresentados fenômenos que não ocorrem nos meios puramente isotrópicos. Têm-se duas camadas onde não há mudança nas velocidades de fase P e SV. Na primeira camada o meio é isotrópico e na segunda camada o meio é anisotrópico com parâmetros  $\epsilon$ ,  $\delta$ , e  $\phi$  mostrados na tabela 1 e ilustrado através da figura 5.

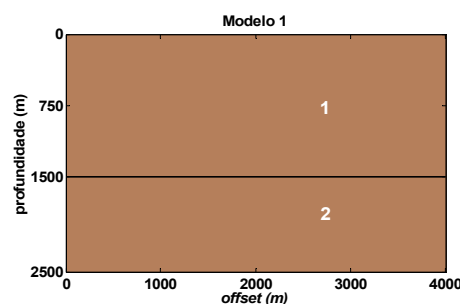


Figura 5 – Modelo com interface com variação de  $\epsilon$ ,  $\delta$ , e  $\phi$

Meios	$\rho$	$\alpha$	$\beta$	$\epsilon$	$\delta$	Incl. ( $\phi$ )
1	2460	4000	2309	0	0	0°
2	2460	4000	2309	0,2	0,01	30°

Tabela 1 –Parâmetros de Thomsen para o exemplo 2.

Na figura 6 (a) e (b), mostram-se dois snapshots em instantes diferentes para as componentes vertical e horizontal, respectivamente. Nesta modelagem usou-se o ângulo de inclinação igual a zero para a segunda camada, intitulando como uma modelagem em um meio Transversalmente Isotrópico com Eixo Vertical (TIEV).

Na figura 6 (a), onde a componente da onda P aparece com maior intensidade, pode-se observar que na reflexão o ponto de incidência normal à interface tem energia zero, pois a velocidade entre as camadas é a mesma. À medida que o ângulo de incidência se altera o efeito da anisotropia faz-se presente, aumentando a energia para os offsets afastados.

Na figura 6 (b), onde a componente da onda SV aparece com maior intensidade, observa-se o mesmo fenômeno, sendo que com menor intensidade. Observa-se que a mudança de fase da onda SV ocorre no traço da fonte, um comportamento típico de uma interface isotrópica.

Vale ressaltar que na primeira camada tem-se um meio isotrópico, assim há a propagação de ondas puramente P e SV. Já na segunda camada, como o meio é anisotrópico, faz-se presente as ondas qP e qSV.

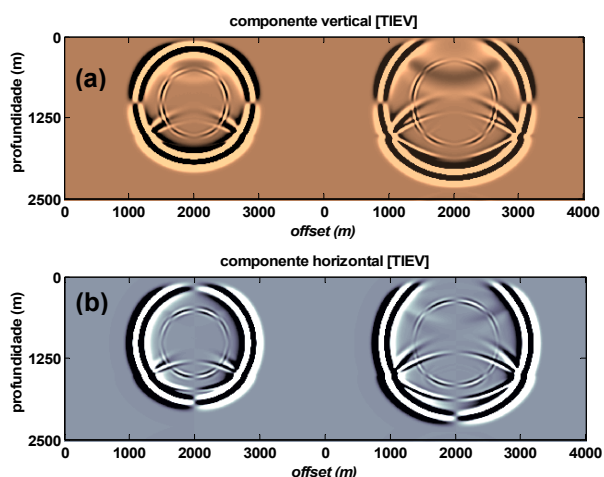


Figura 6 - Inclinação  $\phi = 0^\circ$  : (a) componente horizontal e (b) componente vertical

Na Figura 7, temos a mesma configuração que na figura 6, onde (a) é a componente vertical e (b) a horizontal. Para este caso, usou-se a inclinação do eixo de simetria da segunda camada  $\phi = 30^\circ$  (conforme tabela 1).

Em 7 (a) e (b), observa-se que as componentes da onda P refletida comportam-se como se houvesse uma interface entre camadas isotrópicas.

A componente horizontal da onda SV refletida, mostrada em 7 (b), não sofre inversão de fase, diferentemente do caso anterior (TIEV).

As ondas qP e qSV propagadas apresentam um abaulamento provocado pela inclinação do eixo.

Intitulou-se, como uma modelagem em um meio Transversalmente Isotrópico com Eixo Inclinado (TIEI), os modelos que apresentem algum meio com inclinação do eixo.

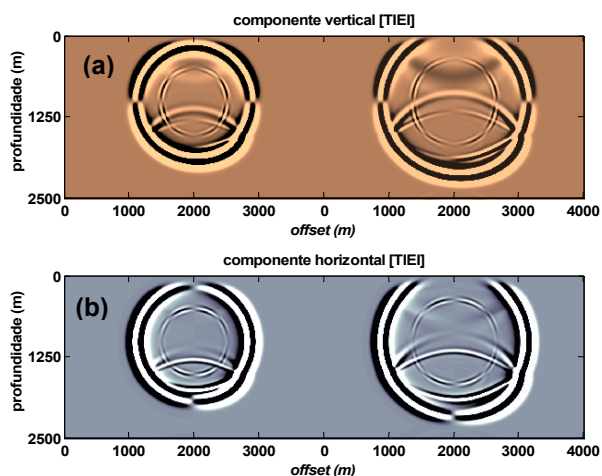


Figura 7 - Inclinação  $\phi = 30^\circ$  : (a) componente horizontal e (b) componente vertical

Exemplo 3

Neste exemplo é explorada a variação contínua do ângulo de inclinação para cada ponto da malha na camada 2 do modelo apresentado na figura 8. Na tabela 2, apresentam-se os respectivos parâmetros. O ângulo de inclinação da camada 2 varia continuamente na direção horizontal, alterando-se de  $-60^\circ$  até  $60^\circ$ . Foram dados três tiros posicionados conforme os asteriscos mostrados na figura 8.

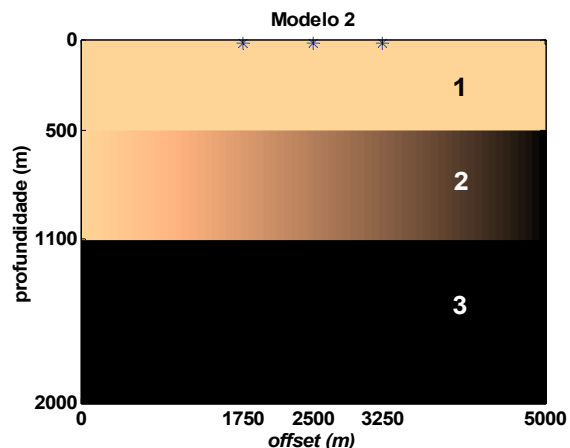


Figura 8 – Modelo do exemplo 3.

Meios	$\rho$	$\alpha$	$\beta$	$\epsilon$	$\delta$	Incl. ( $\phi$ )
1	2460	3000	1732	0	0	$0^\circ$
2	2460	3200	1847	0,3	-0,03	$-60^\circ$ a $60^\circ$
3	2460	3700	2136	0	0	$0^\circ$

Tabela 2 – Parâmetros de Thomsen para o exemplo 3.

Para a separação dos campos foram utilizados os operadores divergente, para onda P, e rotacional, para onda SV, da mesma forma como em (Sun, 1999), pois o datum está numa camada isotrópica.

Observa-se que para os sismogramas de onda P, mostrados na figura 9, a maior energia do refletor da primeira camada concentra-se nos maiores offsets. Já para o segundo refletor tem-se uma configuração oposta, isto é, a energia concentra-se mais nos offsets curtos.

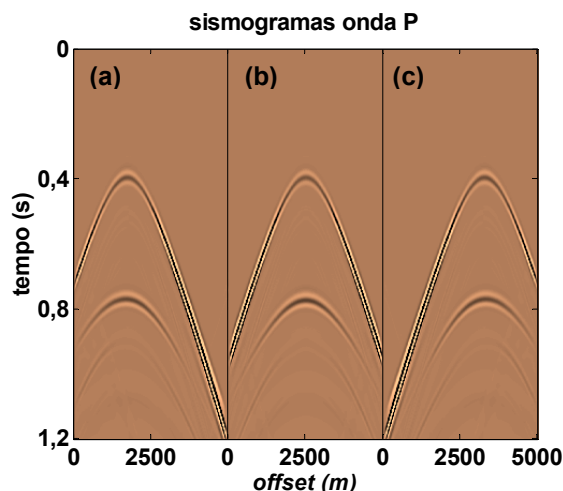


Figura 9 – sismogramas de onda P: (a) tiro 1, (b) tiro 2 e (c) tiro 3.

Nos sismogramas de onda SV, mostrados na figura 10 (a), (b) e (c), observa-se um fato interessante. Ocorre uma mudança na posição da inversão de fase, isto é, os seus comportamentos dependem da posição da fonte, apesar das camadas serem horizontais.

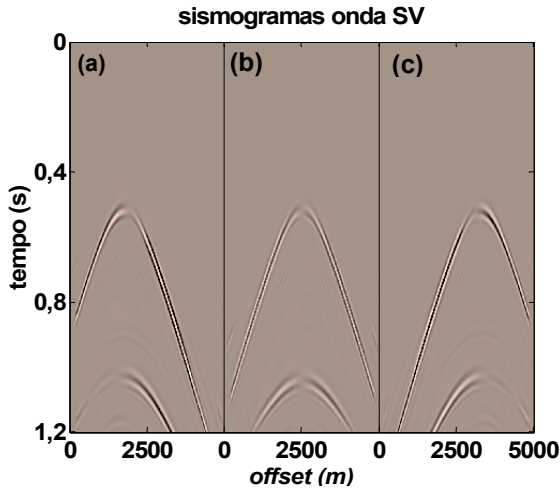


Figura 10- sismogramas de onda SV:(a) tiro 1, (b) tiro 2 e (c) tiro 3.

**Exemplo 4**

Na figura 11, mostra-se um modelo sintético mais realístico, onde os parâmetros para cada meio encontram-se na tabela 3. Este contém 3 camadas anisotrópicas.

Na figura 12 (a), tem-se o sismograma da onda P para uma modelagem anisotrópica (Transversalmente Isotrópica com Eixo Inclinado -TIEI), onde no traço do offset 2500 m foram coletadas os sinais ao longo da marca ressaltada no intervalo de 0,8 a 0,9 segundos.

Na figura 12 (b), observam-se os sinais que foram modelados de diferentes maneiras: TIEI, Modelagem Isotrópica (ISO) e com todos os ângulos de inclinação iguais a zero (Transversalmente Isotrópico com Eixo Vertical -TIEV).

Na figura 13 (a), tem-se o sismograma da onda SV para uma modelagem anisotrópica TIEI, onde no traço do offset 2500 m foram coletadas os sinais ao longo da marca ressaltada no intervalo de 1,08 a 1,32 segundos.

Na figura 13 (b), observam-se os sinais que foram modelados de diferentes maneiras: TIEI, ISO e TIEV

Observe que o posicionamento dos picos nos sinais para as ondas P e SV, como mostrado nas figuras 12 (b) e 13 (b) respectivamente, apresentam diferenças de fase e amplitude para cada processo de modelagem.

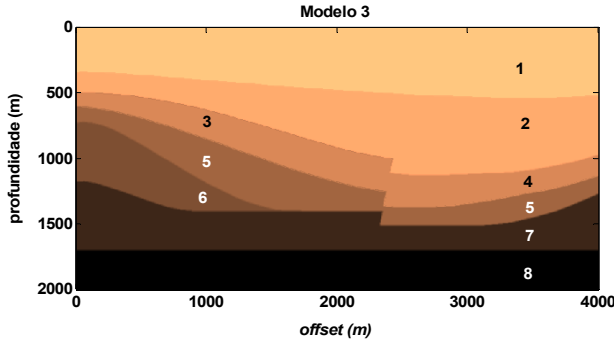


Figura 11 – Modelo usado no exemplo 4.

Meios	$\rho$	$\alpha$	$\beta$	$\epsilon$	$\delta$	Incl. ( $\phi$ )
1	2460	2500	1443	0	0	0°
2	2460	2550	1472	0,1	0	10°
3	2460	2700	1559	0,2	0,1	30°
4	2460	3000	1732	0,2	0,1	-10°
5	2460	3000	1732	0	0	0°
6	2460	3100	1790	0	0	0°
7	2460	3300	1905	0	0	0°
8	2460	3500	2021	0	0	0°

Tabela 3 – Parâmetros de Thomsen para o exemplo 4.

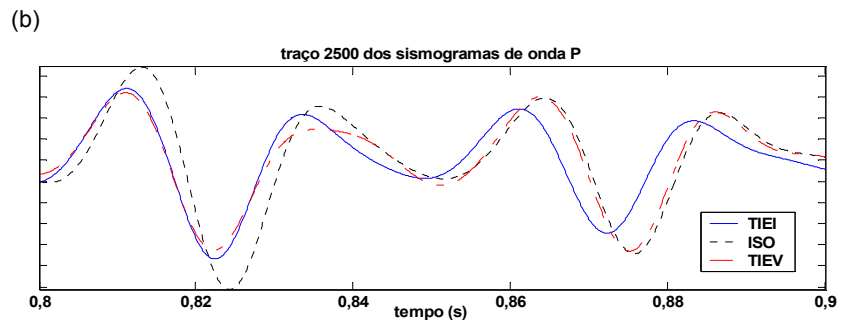
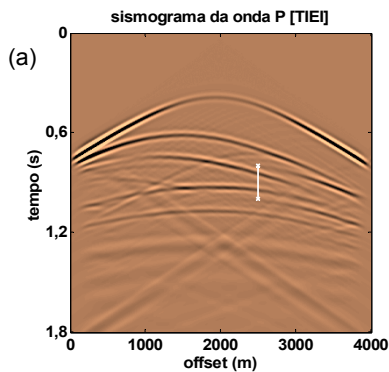


Figura 12 –(a) sismograma de onda P (b) comparação dos sinais para três modelagens diferentes (TIEI, ISO, TIEV)



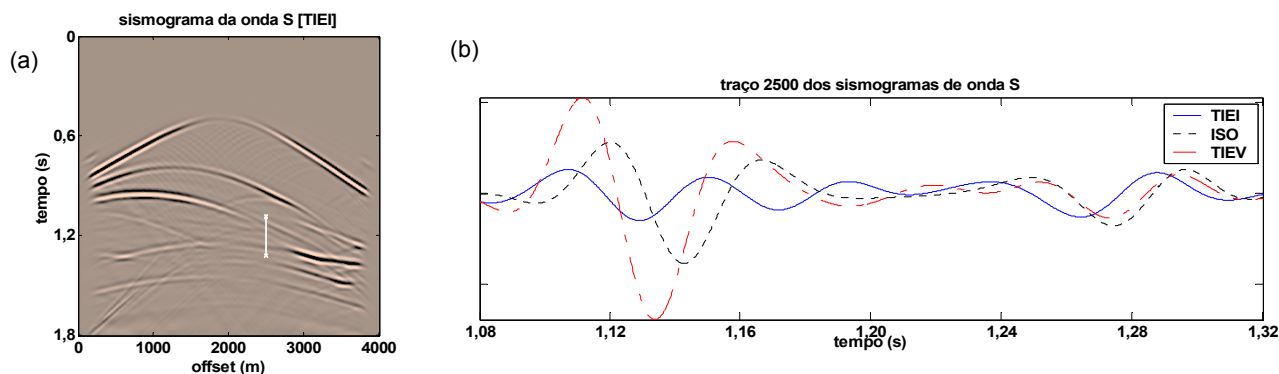


Figura 13 - (a) sismograma de onda SV (b) comparação dos sinais para três modelagens diferentes (TIEI, ISO, TIEV)

### Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a PETROBRAS pelo suporte financeiro através do programa de pesquisa PRAVAP 19. O primeiro autor gostaria de agradecer pela bolsa auxílio de doutorado concedida pelo (CNPq).

### Referências

- Cerjan, C., Kosloff, D. Kosloff, R. e Reshef, M.**, 1985, A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations, *Geophysics*, 50, 705-708.
- Cetale Santos, M. A., Soares Filho, D. M. and Osório, P. L. M.**, 2003, Phase-Shift Depth Migration for qP and qSV wavefields on locally Transverse Isotropic Media, 8<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society.
- Emerman, S. H. e Stephen, R. A.**, 1983, Comment On "Absorbing Boundary Conditions For Acoustic And Elastic Wave Equations", By R. Clayton And B. Engquist", Reprinted from *Bulletin of the Seismological Society of America*, Volume 73:2, 661-665
- Faria, E. L. de**, 1993, Modeling, Migration and Focusing Analysis in Transversely Isotropic Media. Ph. D. thesis. The University Texas at Austin.
- Sun, R. and Wang, A.**, 1999, Scalar reverse-time depth migration of pre-stack elastic seismic data, 69<sup>th</sup> Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts.
- Thomsen, L.**, 1986, Weak elastic anisotropy: *Geophysics*, 51, 1954-1966.
- Thomsen, L.**, 2002, Understanding Seismic Anisotropy in Exploration and Exploitation, Distinguished Instructor Series, No. 5., SEG and EAGE.
- Zahradnik, J. and Hron, F.**, 1992, Robust finite-difference scheme for elastic waves on coarse grids, *Studia geoph. et geod.*, 36, 1-19.
- Zahradnik, J. and Priolo, E.**, 1994, Heterogeneous formulations of electrodynamics equations and finite-difference schemes, *Seismic waves in complex 3-d structures*, Report 1, Dept. of Geoph., Charles University.