

Migração em verdadeira amplitude em 2.5-D em meios triangularizados

Rômulo C. Lima* e Jessé C. Costa - UFPa/Brasil

Copyright 2003, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 14-18 September 2003.

Contents of this paper was reviewed by The Technical Committee of The 8th International Congress of The Brazilian Geophysical Society and does not necessarily represents any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction, or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

Amplitude-preserving, pre-stack depth migration (PSDM) is an alternative for processing seismic data for AVO analysis and consequently the inference of direct hydrocarbon indicators. Unfortunately, the implementation of PSDM is computationally very expensive due to its need of dynamic raytracing. This cost can be largely reduced through analytical raytracing in media discretized in a triangular mesh, whose cells have constant square slowness gradient, and approximations to geometrical spreading consistent with that assumption. Numerical experiments indicate that this approach produces estimations of reflection coefficients with the same accuracy of exact amplitude preserving PSDM algorithm at least for models with mild velocity changes.

Introdução

Atualmente os métodos de imageamento sísmico estão sendo usados com o objetivo de estimar parâmetros das propriedades físicas da subsuperfície. A migração do tipo Kirchhoff com verdadeira amplitude permite a reconstrução dos coeficientes de reflexão para posterior análise de AVO/AVA e a estimativa de indicadores diretos de hidrocarbonetos (Gray, 1999; Bleistein, 1987; Schleicher et al., 1993; Tygel et al., 1996).

O cálculo do operador de migração com verdadeira amplitude necessita do traçamento dinâmico de raios através do macromodelo de velocidade, o que exige um grande esforço computacional comparado à migração cinemática. Dellinger et al. (2000) e Peles et al. (2001) propuseram aproximações para o operador de migração que dispensam o traçamento dinâmico de raios para diferentes configurações de aquisição e dados acústicos. Entretanto, a avaliação destas aproximações na estimativa dos coeficientes de reflexão não é feita nestes artigos.

Neste artigo avaliamos a migração de Kirchhoff em 2.5-D para configuração de afastamento comum, utilizando o traçamento analítico de raios considerando o macromodelo de velocidades discretizado em células triangulares. Em cada uma destas células o gradiente do quadrado da vagarosidade é considerado constante. Este algoritmo explora dois aspectos para aumentar a eficiência da migração: (1) o traçamento analítico de raios em cada célula triangular, (2) aproximação para a função peso obtida para modelos de velocidade com gradiente constante para o quadrado da vagarosidade. A estimativa dos coeficientes de reflexão é avaliada em um modelo que apresenta variação lateral de velocidade. O resultado do algoritmo proposto é comparado às estimativas dos coeficientes de reflexão obtidas pela migração cinemática e em verdadeira amplitude utilizando traçamento dinâmico de raios. Estes resultados são comparados com o coeficiente de reflexão exato calculado pelo programas SEIS88 (Červený & Psencik, 1988). O algoritmo é também avaliado em um modelo complexo com forte contraste de velocidade. A imagem obtida com a aproximação proposta neste artigo é comparada às imagens resultantes da migração de verdadeira amplitude com traçamento dinâmico de raios, e da migração utilizado as aproximações de Dellinger et al. (2000) e Peles et al. (2001).

Migração de Kirchhoff com verdadeira amplitude

O operador de migração de Kirchhoff é um operador de empilhamento de difração da energia sísmica no espaço dos dados, em outras palavras, o valor da amplitude de cada ponto *M*, na seção migrada em profundidade, é dado pela soma ponderada das amplitudes dos traços de entrada ao longo da curva de difração τ_D (ξ , *M*), em que $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ é o parâmetro que representa a configuração de fontes e receptores (Bancroft, 1999).

Tygel et al., (1996) apresentaram uma abordagem para a migração a partir da equação da onda e da teoria do raio, considerando ainda que as reflexões primárias são corretamente descritas pela aproximação de Kirchhoff. O resultado obtido para integral de migração foi

$$V(M) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega} d^2 \xi W(\xi, M) \dot{U}(\xi, \tau_D(\xi, M)), \qquad (1)$$

em que V(M) é a amplitude da imagem migrada no ponto M; o domínio de integração, Ω , contém todos os traços sísmicos e é função da configuração utilizada, ou seja, de ξ . Cada traço dentro de Ω contribuirá para a amplitude no ponto M, $\dot{U}(\xi, \tau_D(\xi, M))$ é a derivada do dado sísmico em relação ao tempo avaliada no instante $\tau_D(\xi, M)$; a função peso $W(\xi, M)$ derivada em Tygel et al.(1996) e corrigida em Jaramillo et al.(1998), é adaptada aqui como

$$W(\xi, M) = \frac{|h_B|}{2s^2(M)\cos^2 \alpha_M} L_S L_G ,$$
 (2)

em que L_S e L_G são os fatores de espalhamento geométrico relativo para os raios que vão da fonte ao ponto na subsuperfície e deste para o receptor, respectivamente, s(M) é o valor da vagarosidade em M, α_M é o ângulo de bisseção no ponto M entre o raio incidente e o raio emergente e $|h_B|$ é o valor absoluto do determinante de Beylkin.

Integral de migração para o caso 2.5-D

Para meios com pequena variação de propriedades físicas perpendiculares ao plano que contém a linha de aquisição de dados, é possível descrever a propriedade física em 2-D e tratar a propagação do campo acústico em 3-D. Esta é a aproximação 2.5-D (Bleistein, 1984). A especialização da integral de migração para este caso é

$$V(M,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\xi_1 W_{2.5D}(\xi_1, M) \partial_t^{-1/2} U(\xi, \tau_D), \quad (3)$$

e a função peso

$$W_{2.5D}(\xi_1, M) = \sqrt{\frac{\sigma_S \sigma_G}{\sigma_S + \sigma_G}} W(\xi_1, M), \qquad (4)$$

em que $\sigma_{\rm S}$ e $\sigma_{\rm G}$ são os fatores de espalhamento geométrico fora do plano que contém os raios que conectam fontes, S(ξ), ao ponto *M* em subsuperfície e este ao receptores, G(ξ); $\partial_t^{-1/2}$ é a semi-derivada anticausal definida como resultado da aplicação da transformada inversa de Fourier no filtro $\sqrt{i\omega}$. A implementação de (3) e (4) requer apenas o traçamento dinâmico de raios em 2-D.

O operador de migração para configuração de afastamento comum

Neste trabalho implementamos a migração 2.5-D para a configuração de afastamento comum. A substituição da Equação (2) em (4), depois da especialização do determinante de Beylkin de 3-D para 2.5-D, fornece a seguinte expressão para a função peso

$$W_{2,5D}^{CO} = (4\pi)^2 \sqrt{s(\mathbf{x}_S) s(\mathbf{x}_G)} \sqrt{\sigma_S + \sigma_G} \\ \left| \frac{L_G^{2D}}{L_S^{2D}} \cos\varphi_S \operatorname{sign}(J^{2D}(S)) + \frac{L_S^{2D}}{L_G^{2D}} \cos\varphi_G \operatorname{sign}(J^{2D}(G)) \right|.$$
(5)

em que $\varphi_S \in \varphi_G$ são os ângulos que os raios fazem com a normal à superfície, na posição de fonte e receptor, respectivamente, e sign ($J^{2D}(S)$) e sign ($J^{2D}(G)$) são os sinais das matrizes Jacobianas dos raios *SM* e *MG*, respectivamente.

Aproximações para a função peso

O traçamento dinâmico de raios é computacionalmente muito dispendioso, mesmo para o caso 2.5-D. Para contornar esse problema vários autores propuseram aproximações para o cálculo da função peso. Em geral, estas aproximações pressupõem um modelo de velocidade simplificado, o que permite obter expressões analíticas para a função peso. Neste trabalho implementamos as funções pesos propostas por Dellinger et al. (2000), Peles et al. (2001), Lima (2002), além do peso exato, representado pela Equação (5) e o peso unitário.

A função peso para o meio homogêneo

Dellinger et al. (2000) propuseram uma função peso que assume o modelo de velocidade homogêneo, com isso

os raios tornam-se retas e todas as distâncias tornam-se proporcionais aos tempos de trânsito. Com este pressuposto o peso para migração na configuração de afastamento comum dado por (Bleistein, 1987)

$$W^{2.5D}(\xi_{1},M) = \left(\frac{2s^{3/2}\mathbf{x}_{3}}{\sqrt{\pi}}\right)\sqrt{1 + \frac{(\mathbf{x}_{S} - \mathbf{x}).(\mathbf{x}_{G} - \mathbf{x})}{|\mathbf{x}_{S} - \mathbf{x}||\mathbf{x}_{G} - \mathbf{x}|}} \times \sqrt{1 + \frac{|\mathbf{x}_{S} - \mathbf{x}| + |\mathbf{x}_{G} - \mathbf{x}|}{|\mathbf{x}_{S} - \mathbf{x}||}} \left(\frac{|\mathbf{x}_{G} - \mathbf{x}|}{|\mathbf{x}_{S} - \mathbf{x}|} + \frac{|\mathbf{x}_{S} - \mathbf{x}|}{|\mathbf{x}_{G} - \mathbf{x}|}\right)$$
(6)

torna-se

$$W^{2.5D}(\xi_1, M) \cong \left(\frac{8\sqrt{2}s^2(M)}{\sqrt{\pi}}\right) (x_3(M)) \left(\frac{1}{\sqrt{t}}\sqrt{1 - \frac{(2h)^2 s^2(M)}{t^2}}\right),$$
(7)

com $\mathbf{x}_{s} = (x_{s}, 0)$; $\mathbf{x}_{G} = (x_{G}, 0)$ e $\mathbf{x} = (x_{1}, x_{3})$ representando a localização de fonte, receptor e ponto imagem, respectivamente, *t* é o tempo de trânsito desde a fonte até o receptor, *h* é o valor de meio afastamento, x_{3} é a profundidade do ponto *M* e *s*(*M*) é a vagarosidade em *M*. Todos os dados necessários para o cálculo desta função peso dispensam o traçamento dinâmico de raios, o que aumenta pelo menos duas ordem de grandeza a eficiência do algoritmo.

Baseados também na aproximação do raio reto, Peles et al. (2001) propuseram uma aproximação para a função peso, para a migração no caso 2.5-D e afastamento constante. Esta é dada por

$$W_{2.5D}^{OC}(t_0) = \frac{1}{2} t_0 V_{rms}(t_0) \left[\frac{t_S}{t_G} + \frac{t_G}{t_S} \right] \sqrt{\frac{1}{t_G} + \frac{1}{t_S}}, \qquad (8)$$

em que t_0 é o duplo tempo de trânsito para o raio com afastamento nulo à profundidade do ponto M, V_{rms} é a velocidade média quadrática, $t_{\rm S}$ e $t_{\rm G}$ são os tempos de trânsito da fonte e do receptor para o ponto M, respectivamente.

A função peso para meios com gradiente constante para o quadrado da vagarosidade

Seguindo a linha proposta por Dellinger et al. (2000) propomos uma função peso baseada na aproximação para a função peso em meios com gradiente constante para o quadrado da vagarosidade. Neste caso o Jacobiano em (5) é dado por

$$J_{2D}(\sigma) = \sigma \ s(\mathbf{x}_{S}) \ s(\sigma) \cos(\phi(\sigma) - \phi(\sigma_{0})). \tag{9}$$

em que σ_0 é o espalhamento fora do plano de dependência dos parâmetros no ponto de partida do raio, $\phi(\sigma_0) = \phi(\sigma)$ são os ângulos que o raio faz com a direção vertical na posição de partida e de chegada, respectivamente (Lima, 2002).

Observando que o espalhamento geométrico em 2.5-D, para este caso, pode ser escrito como (Červený, 2001)

em que *l* é o comprimento de arco ao longo do raio. A substituição de (9) em (10) e o resultado em (5), produz

$$W_{2.5D}^{CO} = (4\pi)^2 \sqrt{s(\mathbf{x}_S) s(\mathbf{x}_G)} \sqrt{\sigma_S + \sigma_G}$$

$$\left| \sqrt{\frac{s(\mathbf{x}_G) \cos(\phi(\mathbf{x}_G) - \phi(\sigma_0))}{s(\mathbf{x}_S) \cos(\phi(\mathbf{x}_S) - \phi(\sigma_0))}} \cos\varphi_S \operatorname{sign}(J^{2D}(S)) + \sqrt{\frac{s(\mathbf{x}_S) \cos(\phi(\mathbf{x}_S) - \phi(\sigma_0))}{s(\mathbf{x}_G) \cos(\phi(\mathbf{x}_G) - \phi(\sigma_0))}} \cos\varphi_S \operatorname{sign}(J^{2D}(S)) \right|.$$
(11)

Todas as quantidades apresentadas nesta equação são determinadas pelo traçamento analítico de raios. Portanto, sua implementação requer custo mínimo em relação a migração cinemática utilizando este tipo de traçamento de raios.

Resultados

Para avaliarmos o algoritmo de migração com verdadeira amplitude em 2.5-D, utilizamos dois modelos de velocidade. O modelo I (Figura 1) apresenta menor contraste de velocidade e o modelo II que apresenta forte contraste de velocidade (Figura 6), os modelos apresentam variação lateral e refletores com curvatura acentuada. As seções de dados com afastamento comum foram geradas pelo programa SEIS88. As fontes tem pulso do tipo Gabor com freqüência dominante de 40Hz (Červený & Pšenčík, 1988) . O intervalo de amostragem no tempo é de um milisegundo. No primeiro teste, foram calculados dados sísmicos para cada um dos afastamentos: 600m. 1000m e 1200m. Entretanto. neste artigo mostramos somente os resultados obtidos com o afastamento 600m. O intervalo de afastamento dos pontos médios entre fontes e receptores é de 5m. A Figura 2 mostra a seção obtida para o modelo I.

Para evitar o problema de determinar o raio que conecta o ponto imagem a fonte ou receptor, calculamos a trajetória de um feixe denso de raios, com intervalo angular de 0,5 grau entre raios de –70° a 70° medidos em relação a vertical. Este procedimento foi adequado para determinar o tempo de trânsito e o espalhamento geométrico para cada fonte e receptor por interpolação linear, como mostram as Figuras (3) e (4), respectivamente. Estas figuras foram obtidas pelo traçamento de raios no modelo I. O cálculo do tempo de trânsito foi obtido utilizando dois métodos. No primeiro. discretizando o meio em células triangulares com o gradiente constante para o guadrado da vagarosidade: em cada célula, o sistema de tracamento de raios apresenta solução analítica. No segundo pela integração do sistema de traçamento dinâmico de raios utilizando a expansão de Taylor até segunda ordem; neste caso o meio é amostrado em uma malha retangular e o campo velocidades interpolado usando **B-splines** de (Lima,2002). A Figura 3 indica que o tempo de transito calculado pelos dois métodos é o mesmo, apesar de estarmos utilizando modelos diferentes de interpolação. A Figura 4 indica que a variação do espalhamento geométrico é bem aproximada pela equação (10) para afastamentos de até 1500m.

A seção da Figura 2 foi migrada utilizando diferentes pesos: a) peso exato calculado pelo traçamento de raios dinâmico; aproximação I (equação 11); aproximação II (equação 7) e peso unitário. Após a migração o valor máximo da amplitude ao longo do refletor foi determinado através de interpolação no domínio da fregüência. O coeficiente de reflexão exato foi calculado usando o programa de traçamento de raios SEIS88. O ajuste entre estes dois resultados é obtido pelos mínimos quadrados, mostrado na Figura 5. Para avaliar a performance da migração para recuperação da amplitude das reflexões, foi estimado um fator multiplicativo para as amplitudes estimadas pela migração que minimiza a soma dos quadrado dos resíduos entre os valores estimados e os coeficientes de reflexão calculados pelo SEIS88 ao longo do refletor. Para estes testes os erros relativos encontrados foram de 4% para as funções peso exata e aproximação I, 5% para aproximação II e 6% com peso unitário, respectivamente. Os testes com afastamentos maiores (1000m e 1200m) mostram que as duas primeiras aproximações apresentam valores iguais e menores, pelo menos 1%, que as duas últimas, sendo que a migração cinemática apresentou o pior resultado. Apesar das diferenças o padrão de variação do coeficiente de reflexão é bem estimado para os diferentes pesos avaliados para o este modelo de velocidade.

Para comprovarmos a performance da migração utilizando o traçamento analítico de raios e as aproximações para a função peso, utilizamos o modelo II que apresenta fortes contrastes de velocidade (Figura 6). Comparamos os resultados obtidos utilizando as aproximações para a função peso com o resultado da migração com traçamento dinâmico de raios, migração "exata". Utilizamos dados sintéticos com afastamento comum de 500m. O resultado desta migração está mostrado na Figura 7. Na Figura 8, apresentamos o resultado da migração com a aproximação I para a função peso (Equação 11). Observa-se que os resultados mostrados nas figuras 7 e 8 são bastante semelhantes o que indica que esta aproximação recupera muito bem a amplitude nos refletores. Entretanto, uma observação mais cautelosa mostra um pequeno deslocamento lateral entre elas, isso se deve ao tipo de interpolação utilizada nos modelos de velocidades necessário para os dois tipos de traçamento. O resultado da migração com a função peso para meio homogêneo é apresentada na Figura 9. Ela mostra que esta aproximação neste tipo de modelo localiza bem os refletores, porém não recupera tão bem a amplitude dos eventos. A Figura 10 mostra a migração com o peso proposto por Peles et al. (2001), apesar de ser também baseado em raios retos a recuperação da amplitude é melhor que a apresentada na figura anterior, comparando-se a amplitude obtida pelas primeiras aproximações mostrada neste trabalho. Na Figura 11 apresentamos o resultado da migração cinemática, observamos que ela recupera melhor a amplitude dos eventos do que o resultado mostrado na Figura 9, porém inferior às outras funções peso neste tipo de meio. O tempo de processamento da migração com o traçamento analítico de raios foi, em média, 32 vezes menor quando comparado com a migração com traçamento dinâmico.

Conclusões

Este trabalho avaliou diferentes implementações para o algoritmo de migração de Kirchhoff em 2.5-D com verdadeira amplitude. A implementação exata, com a função peso calculada através do traçamento dinâmico de raios. A implementação utilizando traçamento analítico de raios em meios com gradiente constante da vagarosidade ao quadrado em cada célula e a função peso especializada para este tipo de modelo, aproximação I, a função peso proposta por Dellinger et al (2000), aproximação II, e a função peso proposta por Peles et al.(2001).

Para avaliarmos o desempenho destas implementações foram efetuados experimentos numéricos com dados gerados sinteticamente. Os modelos utilizados apresentam variação de velocidade vertical e lateral e forte contraste de velocidade através do refletor. Os resultados dos experimentos mostraram que:

O posicionamento dos refletores pela migração utilizando traçamento dinâmico de raios é idêntico ao resultado obtido com o traçamento analítico de raios, mesmo considerando que os modelos de velocidade são interpolados diferentemente;

As estimativas dos coeficientes de reflexão sobre o refletor obtidas com a ponderação exata foram indistinguíveis dos resultados utilizando a aproximação I proposta neste trabalho.

Os coeficientes de reflexão estimados através das diversas ponderações apresentaram erros relativos consistentemente inferiores aos estimados pela migração cinemática, principalmente para grandes afastamentos. Apesar da migração cinemática recuperar a variação da refletividade ao longo do refletor.

A eficiência do traçamento analítico de raios em relação ao traçamento dinâmico de raios e os resultados dos experimentos descritos neste trabalho indicam que esta abordagem é promissora para o processamento de dados para análise de AVO.

A avaliação das aproximações para a função peso mostrou que: (a) a aproximação I, apresentada neste trabalho, recuperou muito bem a amplitude, mesmo para modelos com fortes contrastes de velocidade, (b) a amplitude dos eventos calculada pela aproximação II para meios homogêneo é deteriorada em modelos que apresentam grandes contrastes de velocidade e (c) a função peso proposta por Peles et al. (2001), recuperou muito bem a amplitude nos refletores, apesar de estar baseada na teoria de raios retos, como a aproximação anterior.

O processamento da migração utilizando o traçamento analítico de raios é, pelo menos, 32 vezes mais rápido quando comparada à migração com traçamento dinâmico de raios.

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer à ANP pela ajuda financeira, ao Dr. Djalma Soares -CENPES, que forneceu o segundo modelo apresentado neste trabalho, ao Prof. German Garabito pela grande ajuda na realização deste trabalho e à Červený & Psencík, autores do pacote SEIS88.

Referências

- **Bancroft, J.C.**, 1999, A Pratical Understanding of Preand Poststack Migration: Society of Exploration Geophysics, Vol I (Poststack).
- **Bleistein, N.**, 1984, Mathematics of wave phenomena. Academic Press Inc.
- Bleistein, N., 1987, On the imaging of reflectors in the earth: Geophysics, Vol. 52, p931-942.
- Červený, V., 2001, Seismic Ray Theory: Cambridge University Press.
- Červený, V. & Psencík, I., 1988, SEIS88, Ray tracing program package.
- Dellinger, J. A., Samuel, H.G., Murphy G. E., 2000, Efficient 2.5-D true-amplitude migration: Geophysics, Vol. 65, p943-950.
- Gray, S., 1999, True-amplitude migration: The Leading Edge, Vol. 18, p917.
- Jaramillo, H., Schleicher, J., Tygel, M., 1998, Discussion and Errata to 'A unified approach to 3-D seismic reflection imaging, part II: Theory' by M. Tygel, J. Schleicher, and P. Hubral (GEO-61-3-759-775): Geophysics, Vol. 63, p670-673.
- Lima, R. C., 2002, Migração em verdadeira amplitude em 2.5-D em meios triangularizados. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. (Tese de Mestrado).
- Peles, O., Kosloff, D., Tygel, M., 2001, A pratical approach to true-amplitude migration: Journal of Seismic Exploration, Vol. 10, p183-203.
- Schleicher, J., Tygel, M., Hubral, P., 1993, 3-D true amplitude finite-offset migration: Geophysics, Vol. 58, p1112-1126.
- **Tygel, M., Schleicher, J., Hubral, P.**, 1996, A unified approach to 3-D seismic reflection imaging, part II: Theory: Geophysics, Vol. 61, p759-775.



Figura 1 – Modelo utilizado para testar o algoritmo de migração em modelos que violam algumas hipóteses da teoria do traçamento de raios.



Figura 2 - Sismograma sintético obtido no modelo apresentado na Figura 1. O afastamento entre fonte e receptor é de 600m.



Figura 3 – Tempos de trânsitos obtidos pelos raios calculados usando o traçamento dinâmico (linha contínua) e o analítico (linha pontilhada). A coincidência dos resultados obtidos mostra a precisão do traçamento de raios analítico no cálculo do tempo de trânsito.



Figura 4 – Espalhamento geométrico obtido pelo algoritmo do traçamento dinâmico (linha contínua), e espalhamento geométrico estimado pelo algoritmo do traçamento analítico (linha pontilhada). Novamente percebemos que as curvas coincidem para pequenos afastamentos. Embora as curvas não coincidam para afastamentos maiores a tendência de decaimento da amplitude é bem representada pelas duas curvas.



Figura 5 – Comparação entre os coeficientes de reflexão exato (linha contínua) e as estimativas resultantes da migração com a função peso: a) exata, b) aproximação I, c) aproximação II e d) migração cinemática, respectivamente.



Figura 6 – Modelo sintético com forte variação vertical de velocidade. A figura mostra o modelo suavizado e a área alvo para a migração.







Figura 8 – Imagem obtida pela migração com traçamento analítico e a aproximação II (Equação 11) para a função peso.



Figura 9 - Resultado da migração com a aproximação da função para meios homogêneos (Equação 7). Observase a diminuição da amplitude nos refletores, onde há forte contraste de velocidade.



Figura 10 – Resultado da migração utilizando a função peso proposta por Peles et al. (2001). Apesar de utilizar uma aproximação por raio reto este peso recupera muito bem, além da posição, a amplitude dos eventos.



Figura 11 – Resultado da migração cinemática com traçamento analítico.