

Modelo de Circulação Hidrotermal em Meios Fraturados: Aplicação para Estudo do Intercâmbio Térmico das Áreas Geotermais.

Carlos H. Alexandrino e Valiya M. Hamza, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, Brasil.

This paper was prepared for presentation at the 9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005. Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Ideas and concepts of the text are authors' responsibility and do not necessarily represent any position of the SBGF, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In the present work we consider a simple semi-analytic model of heat transfer in fluid flow through subsurface conduits with impermeable walls as a means of investigating the temperature fields in geothermal areas. Results of numerical simulations based on finite difference methods are compared with results of generalized integral transform methods. The model is sufficiently flexible allowing determination of temperatures along the conduits in recharge and discharge zones as well as the intermediate zone of hydrothermal reservoirs. The success of the model however depends on the availability of complementary information on the structural and hydrogeological characteristics of the geothermal area. A number of tests were carried out for evaluating the effects of critical parameters such as temperature gradient, flow rate, dip angle of the fault zone and depth of the aquifer. As an example of application the model was employed for calculating the temperature field in the geothermal area of Cachoeira Dourada (GO). The model is also potentially useful in investigating paleothermal conditions of hydrothermal ore deposits.

Introdução

O presente trabalho está sendo desenvolvido como parte de um projeto para determinação do campo térmico da crosta terrestre no Estado de Minas Gerais. No estágio inicial deste projeto foram coletadas informações sobre as características geológicas e geofísicas relevantes para estudos geotérmicos. As compilações revelaram existência de dados de gradientes geotérmicos em 47 localidades e de fluxo geotérmico em 542 localidades. A localização das medições geotérmicas indica que a distribuição geográfica de dados é heterogênea. A densidade média de dados é de apenas 0.93/km². Assim, o mapeamento de fluxo geotérmico da área de estudo é possível somente em escala regional.

Uma das formas de melhorar a densidade de dados e a sua distribuição geográfica é utilizar as informações disponíveis sobre as fontes termominerais e as estruturas geológicas na área de estudo. Os surgimentos das fontes termais são geralmente indicativos da existência de sistemas hidrotermais em profundidade. Implica também na transferência simultânea de calor por condução e por advecção. Em outras palavras, análise integrada dos dados físico-químicos das fontes termais e características geológicas locais contribui para melhorar o conhecimento sobre a natureza do intercambio térmico em

profundidade, que por sua vez pode ser utilizada para mapeamento do gradiente e do fluxo geotérmico das áreas geotermais.

Nota-se que a grande maioria se encontra na região sul do Estado, conhecido popularmente como 'Circuito de Águas Minerais'. Geralmente as determinações de temperaturas dos reservatórios geotermais. em profundidades fora do alcance das perfurações, são efetuadas com base em métodos de termometria química. Ainda, as estimativas do fluxo geotérmico nesses casos baseiam-se no emprego das relações empíricas. Essa forma de estimar o fluxo geotérmico é conhecida como método Geoquímico (GCL). A limitação principal deste método refere-se ás suposições arbitrárias sobre as profundidades de circulação hidrotermal. Por exemplo, a relação proposta por Swanberg e Morgan (1979) é baseada na suposição de que a profundidade média de circulação hidrotermal nas áreas de bacias sedimentares é de 1,4 km e aquele nas áreas de rochas ígneas e metamórficas é de 2,0km. Outra limitação é que a determinação de fluxo geotérmico se limita apenas ao local de surgimento da fonte termal.

Neste contexto, propõe-se um método complementar que permita o mapeamento de fluxo térmico tanto da área do reservatório hidrotermal como também das zonas de recarga e descarga dos fluidos geotermais. O método é baseado num modelo semi-analítico de transferência simultânea de calor por condução e advecção em ambientes subterrâneos, e utiliza ainda as informações disponíveis sobre as características hidrogeológicas do sistema geotermal.

Modelos de Circulação Hidrotermal

Os sistemas hidrotermais na crosta terrestre são decorrentes de circulação de fluidos (geralmente água) em subsuperfície. O segmento central deste sistema é um reservatório, onde se acumula o fluido termal. Os reservatórios hidrotermais são geralmente alimentados pelas infiltrações das águas meteóricas, através de zonas conhecidas como zonas de recarga. Os locais das fontes termais são considerados como zonas de descarga. É possível reconhecer dois tipos de ambientes geológicos em que ocorrem sistemas hidrotermais: meios fraturados e meios porosos. Na área de estudo considerada neste trabalho, a grande maioria das manifestações geotermais ocorre em formações geológicas que podem ser considerados como equivalente aos meios fraturados. Modelagens térmicas de sistemas deste tipo são efetuadas geralmente com base na teoria de camada limite na transferência de calor. Os modelos pioneiros de sistemas hidrotermais das cadeias meso-oceânicas foram desenvolvidos por Bodvarsson (1969). Bodvarsson e Lowell (1972), Lowell (1975) e Strens e Cann (1982). Turcotte e Schubert (1982) apresentaram um modelo simples de circulação hidrotermal através de um conduto semicircular. Contudo, este último modelo não apresenta

Copyright 2005, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

flexibilidade necessária para investigar a natureza do intercambio de calor em ambientes geológicas que possuem estruturas complexas.

No presente trabalho apresenta-se um modelo de flexibilidade maior, que pode ser facilmente adaptada para as diversas situações geológicas. O esquema simples deste modelo é ilustrado na Figura (1). A infiltração de fluidos inicia-se no local "A" e prossegue até o local "C". O trecho "A-C" é, portanto a zona de recarga. O movimento ascendente de fluidos ocorre ao longo do trecho "D-B" e as descargas na superfície estão localizadas no local "B". O trecho intermediário "C-D" é identificado como a do reservatório. Em outras palavras, o sistema geotermal é considerado como composto de três partes acopladas. Uma das vantagens deste modelo está na facilidade com que a geometria das zonas de recarga e descarga e do reservatório hidrotermal possa ser alterada livremente. Desta forma, as estruturas geológicas complexas podem ser simuladas com certa facilidade. A divisão em três partes também permite flexibilidade na definição das características locais de transferência de calor.



Figura (1) Modelo para determinação da distribuição de temperatura em aqüíferos confinados

Formulação Teórica

A base teórica da transferência de calor em aqüíferos confinados, considerando-se a hipótese de propriedades termofísicas constantes, tem sido amplamente explorada na literatura. Porém, as soluções obtidas levam em consideração apenas algumas características específicas das condições de contorno existentes no problema. Com o intuito de tornar este estudo um pouco mais próximo da realidade, a proposta principal deste trabalho é apresentar um modelo para a determinação do campo de temperaturas em sistemas geotermais, levando em consideração a variação da temperatura devido a existência de gradientes térmicos.

Os autores que estudaram problemas semelhantes buscaram soluções puramente numéricas através de métodos de diferenças finitas ou através de técnicas analíticas aproximadas (métodos integrais e transformada de Laplace). No presente trabalho utiliza-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), amplamente difundida nos trabalhos de Cotta (1993).

Introduzimos inicialmente, as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Regimes térmicos e hidráulicos permanentes;

- Escoamento laminar incompressível e propriedades físicas constantes;

- Fluido newtoniano;

- Escoamento bidimensional e simétrico em relação ao eixo do canal de percolação;

- As paredes dos canais comportam como placas impermeáveis e fixas;

- Difusão axial e dissipação viscosa são desprezíveis;

-Velocidade na direção radial resultante da variação da viscosidade é muito pequena em comparação com a velocidade na direção axial.

A dificuldade principal na formulação teórica deste problema por abordagens convencionais está associada às variações na temperatura da parede que afeta a transferência de calor no interior dos canais.

Contudo, a formulação teórica pode ser simplificada dividindo o problema ao todo em partes. Referindo-se a geometria do sistema ilustrada na figura (1) os trechos convenientes a serem considerados seriam "A-C", "C-D" e "D-B". Supõe-se que nesses trechos os canais de percolação são formados por placas planas e paralelas separadas por uma distância 2L e que as propriedades térmicas e hidráulicas dos canais e do meio em volta são constantes. Nos segmentos do meio abaixo dos canais ocorre-se um fluxo vertical de calor constante na direção para a superfície, induzido pelo gradiente geotérmico (G) local. Nos segmentos acima dos canais o campo de temperaturas é afetado pelo transporte de calor por advecção nos canais. Nessas condições, a temperatura da parede (T_w) varia com a distancia ao longo do canal. Na entrada dos segmentos dos dutos a temperatura é T_e, mas, a temperatura dos fluidos (T_M) varia ao longo dos canais, uma consegüência do intercâmbio térmico com as paredes. Supõe-se que ao longo dos canais o perfil de velocidade está plenamente desenvolvido.

a) Formulação do problema para o trecho "A-C"

Fixando a origem das coordenadas no plano central do canal de percolação das águas e designando *x* e *y* como sendo as direções paralelas e perpendiculares aos caminhos de percolação, a equação da conservação de energia para este trecho pode ser escrita da seguinte forma:

$$u(y)\frac{\partial T_1(x,y)}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 T_1(x,y)}{\partial y^2}$$
(1)

onde T_1 é a temperatura no trecho – 1, κ a difusividade térmica e *u* a velocidade de percolação. As condições de contorno são:

$$T_1(x=0, y) = T_e$$
 (2)

$$\frac{\partial T_1}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0 \tag{3}$$

$$k \frac{\partial T_1}{\partial y}\Big|_{y=L} + G x = 0$$
(4)

Na equação (4), "G" representa o gradiente geotermal "q" o fluxo de calor na direção perpendicular ao escoamento, "k" a condutibilidade térmica do meio e "L" o raio hidráulico. Fisicamente representa um balanço de energia. Introduzindo as variáveis adimensionais:

$$Y = \frac{y}{L}; X = \frac{x}{L}; U = \frac{u}{u_M}; \theta = \frac{T_1 - T_e}{qL/k}$$
(5)

a equação (1) pode ser reescrita como:

$$U(Y)\frac{\partial \theta_1(X,Y)}{\partial Y} = \frac{1}{Pe}\frac{\partial^2 \theta_1(X,Y)}{\partial Y^2}$$
(6)

As condições de contorno tornam-se:

$$\theta_1(X=0,Y) = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \mathbf{v}}\Big|_{Y=0} = HX \tag{9}$$

onde
$$H = \frac{G}{q}$$
 (10)

Nota-se que o parâmetro adimensional "H" fisicamente informa a taxa de calor transferida em cada posição longo do escoamento ao aqüífero.

b) Formulação do problema para o trecho "C-D"

Prosseguindo de forma semelhante ao do item anterior, podemos escrever a equação da conservação de energia para trecho "C-D", como;

$$u(y)\frac{\partial T_2(x,y)}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 T_2(x,y)}{\partial y^2}$$
(11)

onde T_2 representa a temperaturas do trecho-2. As condições de contorno são:

$$T_2(x=0, y) = T_1$$
(12)

$$\left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \tag{13}$$

$$T_2(x, y = L) = T_{1W}$$
 (14)

onde $T_{1\text{w}}$ é a temperatura da parede na saída do trecho "A-B".

Introduzindo as variáveis adimensionais:

$$Y = \frac{y}{L}; X = \frac{x}{L}; U = \frac{u}{u_M}; \theta_2 = \frac{T_2 - T_{1W}}{T_1 - T_{1W}}$$
(15)

a equação (11) pode ser escrita como:

$$U(Y)\frac{\partial\theta_1(X,Y)}{\partial Y} = \frac{1}{Pe}\frac{\partial^2\theta_1(X,Y)}{\partial Y^2}$$
(16)

As condições de contorno são:

$$\theta_2(X=0,Y) = 1$$
 (17)

$$\left. \frac{\partial \theta_2}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \tag{18}$$

$$\theta_2(X,Y=1)=0$$

(19)

c) Formulação do problema para o trecho "D-B"

A equação da conservação da energia para este trecho pode ser escrita da seguinte forma:

$$u(y)\frac{\partial T_3(x,y)}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 T_3(x,y)}{\partial y^2}$$
(20)

onde T_3 é a temperatura do trecho-3. As condições de contorno são:

$$T_3(x=0, y) = T_2$$
(21)

$$\left. \frac{\partial T_3}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial y}\Big|_{y=1} + Gx = 0$$
(23)

Definido o grupo de variáveis adimensionais:

$$Y = \frac{y}{L}; X = \frac{x}{L}; U = \frac{u}{u_M}; \theta_3 = \frac{T_3 - T_2}{qL/k}$$
(24)

a equação (20) pode ser reescrita como:

$$U(Y)\frac{\partial\theta_3(X,Y)}{\partial Y} = \frac{1}{Pe}\frac{\partial^2\theta_3(X,Y)}{\partial Y^2}$$
(25)

As condições de contorno são:

k

$$\theta_3(X=0,Y) = 0 \tag{26}$$

$$\left. \frac{\partial \theta_3}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \tag{27}$$

$$\left. \frac{\partial \theta_3}{\partial Y} \right|_{Y=1} = HX \tag{28}$$

Solução pela Técnica da Transformação Integral Generalizada (GITT)

Para resolver o problema proposto neste trabalho utilizou-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), desenvolvida por Cotta (1993). Os detalhes de dedução são apresentados no Apêndice.

É importante notar que a eficiência do intercambio térmico entre a parede e o fluido depende tanto do gradiente térmico do meio externo (G) como do perfil de temperaturas no interior dos canais. Os ângulos de mergulhos dos trechos "A-C" e "D-B" também afetam o valor efetivo de temperatura da parede. Essas complexidades não permitem soluções analíticas simples. Para contornar esta dificuldade adotou-se a prática de descretização do caminho de percolação e a solução final obtida pela somatória de soluções para os segmentos sucessivos.

Assim, a solução para temperaturas no trecho A-C é dada por:

$$\theta_1(X,Y) = \theta_{1m} + \frac{H}{Pe} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(Y)}{N_i} \frac{\psi_i(1)}{\mu_i^4} \left(X\mu_i^2 + e^{-X\mu_i^2} - 1 \right)$$
(29)

onde:
$$\theta_{1m}(X) = \frac{H}{pe} \frac{X^2}{2}$$
 (30)

 $\psi_i(Y) =$ são as autofunções e $\mu_i =$ são os autovalores do problema auxiliar. Uma descrição completa do problema auxiliar é apresentada do apêndice.

Nota-se que Θ_{1m} representa a temperatura media do fluido no canal. A temperatura na parede ao longo do trecho A-C é dada por:

$$\theta_{1p}(X,1) = \theta_{1m} + \frac{H}{Pe} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \frac{\psi_i^2(1)}{\mu_i^4} \left(X\mu_i^2 + e^{-X\mu_i^2} - 1 \right)$$
(31)

Para o trecho C-D as respectivas soluções são:

Ninth International Congress of the Brazilian Geophysical Society

$$\theta_2(X,Y) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(Y)}{N_i} \overline{\theta_i}(X)$$
(32)

$$\theta_{2m}(X) = \sum_{i=1}^{\infty} \overline{\theta_i}(X) f_i$$
(33)

onde $\theta_i(X)$ é a temperatura transforma f_i a condição inicial também transformada, ambas grandezas são oriundas da solução por GITT. A equação (32) é a expressão que determina a distribuição de temperatura ao longo do trecho "C-D" e a equação (33), representa a temperatura media do fluido.

De maneira semelhante obtemos para o trecho D-B:

$$\theta_{3}(X,Y) = \theta_{3m} + \frac{H}{Pe} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_{i}(Y)}{N_{i}} \frac{\psi_{i}(1)}{\mu_{i}^{4}} \cdot \left(X\mu_{i}^{2} + e^{-X\mu_{i}^{2}} - 1\right)$$
(34)

onde
$$\theta_{3m}(X) = \frac{H}{pe} \frac{X^2}{2}$$
 (35)

Novamente a equação (35), representa a temperatura media do fluido no canal. A temperatura de parede ao longo do trecho "D-B" é dada por:

$$\theta_{3p}(X,1) = \theta_{3m} + \frac{H}{Pe} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \frac{\psi^2_i(1)}{\mu_i^4} \left(X\mu_i^2 + e^{-X\mu_i^2} - 1 \right)$$
(36)

Esquemas Computacionais

Todos os algoritmos confeccionados neste trabalho foram escritos em linguagem FORTRAN 97, e implementados e utilizando compiladores disponíveis para microcomputadores.

Para a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias foi utilizada a sub-rotina DIVPAG, da biblioteca do IMSL (1989), que faz controle automático de erro local, mantendo-o dentro da tolerância desejada, e pode ser empregada na solução de sistemas de equações diferenciais ordinárias do tipo rígido.

Uma precisão prescrita de 10⁻⁶ foi estabelecida em todos os casos da solução do sistema. Assim, a solução é controlada até o 6^o algarismo significativo para valores iguais ou maiores que um e até a 6^a casa decimal para valores menores que um. O sistema de equações diferenciais ordinárias foi truncado, considerando-se os primeiros trinta termos da série, quantidade que se mostrou suficiente para garantir a convergência em pelo menos três dígitos.

Para o cálculo dos coeficientes integrais foi utilizada a sub-rotina DQDAG da biblioteca do IMSL (1989), com o emprego de um erro relativo da ordem de 10^{-6} .

Para a obtenção dos autovalores, autofunções norma e condição inicial transformada elaboraram-se um código que calculas estas estes parâmetros utilizando a técnica da contagem de sinais. O critério de convergência usado adotou um erro relativo de 10⁻⁶.

Simulações Numéricas

Diversas simulações numéricas foram realizadas, tendo como base o modelo proposto no presente trabalho. Investigaram inicialmente a sensibilidade dos resultados do modelo as variações nos parâmetros principais (tais como gradiente térmico do meio, vazão de fluidos, e potencial para a transferência de calor - fator Beta). As simulações também tiveram como objetivo a avaliação

dos campos térmicos das zonas de recarga e descarga e da zona do reservatório hidrotermal. Todas as simulações foram efetuadas para sistemas geotermais de dimensões de alguns quilômetros e supondo que a temperatura de entrada de fluidos é de 20°C. A escolha desses valores é de certo modo arbitrária, mas compatível com os valores médios encontrados na maioria dos sistemas geotermais na área de estudo. Como exemplo ilustrativo apresenta-se na Figura (2) os resultados das simulações das temperaturas na zona de recarga (Trecho A-C da figura - 1) para uma vazão constante de 50m³/h. Nesta figura as linhas em cor vermelha e verde representam as temperaturas de parede (T_P) para gradientes geotermais (G) de 30 e 50°C/km respectivamente. As curvas em cor laranja e rosa indicam respectivamente as temperaturas do fluido (T_M) para os mesmos valores de gradientes térmicos. O fato marcante dos resultados obtidos é que variações no gradiente térmico da ordem de 40 a 50% induzem apenas variações de ordem de 5% nas temperaturas de fluidos nos canais de recarga. Esta característica é uma consequência da baixa eficiência no intercambio de energia térmica entre a parede e o fluido, em situações em que a distancia de percolação é pequena. A eficiência de intercâmbio torna-se significativo somente para distancias superiores a um guilômetro.





Figura (3) A distribuição de temperaturas ao longo do trecho "A-C", para valores diferentes de vazão (V).

A influencia de vazão nas temperaturas dos canais na zona de recarga é ilustrada na Figura (3). Como é de esperar os aumentos de temperaturas são maiores nos casos onde a vazão é menor. Contudo, para vazões superiores a 50m³/h a variação nas temperaturas do fluido são pequenas, em distancias inferiores a um quilômetro. Esta característica é uma conseqüência da baixa eficiência no intercambio de energia térmica entre a parede e o fluido, quando a distancia de percolação é pequena. A eficiência de intercâmbio térmico torna-se significativo para distancias superiores a um quilômetro.

Figura (4) variação do fluxo de calor em função da distância ao longo do trecho "A-C".

A figura (4) ilustra a evolução de fluxo de calor em função da distancia ao longo do trecho "A-C". A evolução do fluxo de calor, como era de se esperar, pela própria física do problema sofre forte influencia do gradiente geotermal (GR), figura (4).

Figura (5) Distribuição de temperatura ao longo do trecho "C-D", para valores diferentes de vazão e o mesmo valor do gradiente geotermal.

A distribuição de temperaturas ao longo do trecho intermediário "C-D" é ilustrada na Figura (5). Neste caso as temperaturas variam na parte inicial do trecho (até cerca de 4 km), mas atinge rapidamente o valor do equilíbrio. De acordo com os resultados das simulações a influencia da vazão nas temperaturas deste trecho é pequena.

A figura (6) mostra o variação da temperatura da parede e a temperatura do fluido ao longo de todo percurso para um mesmo valor do gradiente térmico.

Figura (6) Distribuição de Temperatura ao longo do aqüífero.

Comparação com Dados Experimentais

Os resultados das perfilagens térmicas em poços artesianos, situados na área geotermal de Cachoeira Dourada (GO), foram utilizados na tentativa inicial de validação do modelo. Os poços estão situados na zona de descarga e, portanto comparação com resultados do modelo referente ao trecho "D-B" seria mais apropriada. Como exemplo de aplicação do modelo apresenta-se na figura (7) perfil térmico do poço CD-5

Figura (7) Perfil de temperatura do poço CD-5, late Termas Clube.

Nota-se nesta figura que o perfil ao todo não é linear, mas apresenta concavidade em relação ao eixo de profundidade. Sendo um poço jorrante, o regime térmico no interior do poço é perturbado pelos movimentos ascendentes de fluidos. Assim o perfil indicado na figura não é representativo do campo térmico da camada de basalto. A natureza da parte inferior do perfil indica que as águas termais são provenientes de um aqüífero situado na profundidade de 300 a 320 metros. O valor do gradiente térmico no presente caso é 42,57°C/km.

Nota-se nesta figura que o perfil apresenta concavidade em relação ao eixo de profundidade, na parte superior. Como nos casos anteriores este comportamento é decorrente do movimento ascendente de fluidos termais no interior do poço. As águas são provenientes de um aqüífero cujo topo se encontra em profundidades de 300 a 320 metros. Contudo, há uma variação abrupta com aumento significativo de temperaturas no intervalo de 340 a 380 metros. Variações desta natureza são indicativos da presença de um segundo aqüífero mais profundo com temperaturas ainda maiores. A mudança abrupta é provavelmente devido à presença de uma camada de baixa permeabilidade separando os dois aqüíferos. Os gradientes térmicos dos aqüíferos superior e inferior são respectivamente 39,2ºC/km e 33,7ºC/km.

Conclusão

Os resultados obtidos demonstram que o modelo proposto representa de forma satisfatória o problema de circulação hidrotermal em meios fraturados. A técnica de transformação integral generalizada ou GITT como é mais conhecida na literatura internacional, provou ser poderosa ferramenta para solução de problemas geotérmicos em função da sua flexibilidade e facilidade de implementação computacional. A validação do modelo e método de solução foi mostrado com sucesso com a reprodução dos dados de perfilagem do poço CC5 em Cachoeira Dourada – GO. A continuação deste trabalho, considerando propriedades físicas variáveis e outros tipos de geometria, poderá consagrar a utilização da GITT em geofísica.

Agradecimentos

As simulações numéricas foram realizadas utilizando recursos computacionais do Laboratório de Geotermia do Observatório Nacional – ON/MCT.

Os dados citados no presente trabalho foram coletados com auxílio da Prefeitura Municipal de Cachoeira Dourada (GO).

Trabalho realizado sem auxílio das entidades nacionais de fomento á Pesquisa.

Referências Bibliográficas

Bodvarsson, G., 1969, On the temperature of water flowing through fractures, J. Geophys. Res., 74, 1987-1992.

Bodvarsson, G. and Lowell, R.P., 1972, Ocean floor heat flow and the circulation of interstitial waters, J. Geophys. Res., 77, 4472-4475.

Cebeci, T. and Bradshaw, P., 1988. Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer, Springer-Verlag, NY.

Cotta, R. M., 1993, Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow, CRC Press, Boca Raton.

IMSL Library, 1989, Math/Lib, Houston, Texas.

Lowell, R.P., 1975, Circulation in fractures, hot springs and convective heat transport on mid-ocean ridge crests, Geophys. J. R. astr. Soc., 40, 351-365.

Mikhailov, M. D. and Özisik, M. N., 1984, **U**nified Analysis ande Solutions of Heat and Mass Diffusion, John Wiley, NY.

Özisik, M. N., 1980, Heat Conduction, John Wiley, NY.

Strens, M.R. and Cann, J.R., 1982, A model of hydrothermal circulation in fault zones at mid-ocean ridge crests, Geophys. J. R. astr. Soc., 71, 225-240.

Swanberg, C.A. and Morgan, P., 1979. The linear relation between temperature based on silica content of groundwater and regional heat flow: A new heat flow map of the United States. Pure and Applied Geophysics, 117, 227-241.

Turcotte, D.L. and Schubert, G., 1982, Geodynamics: Applications of continuum physics to geological problems, Wiley, New York.

Apêndice

solução usando a técnica GITT é do tipo: $O_{1}(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} w(X) A_{n}(Y)$ (A1)

$$\theta^{(X,Y)} = \sum_{i=1}^{\Sigma} \psi_i(Y) A_i(X)$$

De acordo com as idéias da técnica da transformada, o problema auxiliar deve ser escolhido de tal maneira que contenha o máximo de informações sobre o operador difusivo do problema original, bem como de suas condições de contorno. Por outro lado este problema auxiliar deve ser, dentro do possível, simples e de fácil solução analítica. portanto, para este caso, o problema de autovalor escolhido é o seguinte problema auxiliar:

$$\frac{d^{-2}\psi_{i}(\mathbf{y})}{dY^{-2}} + \mu_{i}^{-2}Pe \psi_{i}(Y)U(Y) = 0$$
 (A2)

condições de contorno

$$\frac{d\psi}{dY}\frac{(\mathbf{Y}=0)}{dY} = 0 \qquad \qquad \frac{d\psi}{dY}\frac{(\mathbf{Y}=1)}{dY} = 0 \tag{A3}$$

Para determinação de $A_i(X)$ multiplica-se a solução proposta por ψ_j (Y), e integra-se ao longo do domínio 0>Y>1

$$\int_{0}^{1} \theta(X,Y) \psi_{j}(Y) dY = \sum_{i=1}^{\infty} A_{i}(X) \int_{0}^{1} \psi_{j}(Y) \psi_{i}(Y) dY \quad (A4)$$

pela propriedade da ortogonalidade das autofunções y_i o lado direito é nulo se i \neq j. para i = j, logo pode-se determinar o valor de A_{j} ;

$$A_{i}(X) = \frac{1}{N_{i}} \int_{0}^{1} \theta(X, Y) U(Y) \psi_{i}(Y) dY$$
(A5)

 N_i é a norma associada a cada autovalor μ_i e a toda autofunção ψ_i , cujo valor é determinado através da seguinte expressão:

$$N_{i} = \int_{0}^{1} \psi_{i}^{2} (Y) U(Y) dY$$
 (A6)

definindo

$$\overline{\theta_i}(X) = \int_0^1 \theta(X) U(Y) \psi_i(Y) dY$$
(A7)

podemos escrever

$$A_i(X) = \frac{\overline{\Theta_i}(X)}{N_i} \tag{A8}$$

assim como também definir o par transformada - inversa: Transformada:

$$\overline{\theta_i}(X) = \int_0^1 \theta(X) U(Y) \psi_i(Y) dY$$
(A9)

Inversa:

$$\theta(X,Y) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \overline{\theta}(X) \psi_i(Y)$$
(A10)