



Análise de sensibilidade das aproximações parabólica e hiperbólica do tempo de trânsito do método de reflexão sísmica

Lima, C. C. C. e Leite, L.W.B.
carlima@ufpa.br lwbleite@ufpa.br
Departamento de Geofísica, UFPA, Brasil

Copyright 2005, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Ideas and concepts of the text are authors' responsibility and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In this paper we present a sensitivity analysis of the parabolic and hyperbolic double traveltimes surfaces for a model formed by homogeneous and isotropic layers with curved interfaces. The model is described by the paraxial ray theory, where the normal ray is taken as the zero-offset trajectory. The sensitivity analysis is performed on first order derivatives of the parabolic and hyperbolic traveltimes with respect to each one of the wavefront parameters: (1) the emergence angle of the normal ray (\mathbf{b}_0); (2) the radius of curvature of the normal-incidence-point wave (NIP wave) (R_{NIP}); and (3) the radius of curvature of the N wave (R_N). In this analysis we look for to indicate a relationship between linear and non-linear parts of the optimization, the relative participation of the close-in to the distant data in the inversion problem, as well as to show that to reach the semblance minimal (or maximal) needs few iterations in the optimization process.

Introdução

O destaque deste trabalho são as formas geométricas das funções sensibilidade com o objetivo de analisar as propriedades das janelas espaciais relacionadas aos métodos fundamentais de otimização do tipo gradiente de primeira ordem e de segunda ordem (respectivamente, os métodos de descendência máxima e de Newton). As derivadas de primeira ordem das aproximações da função tempo-duplo de trânsito em relação aos parâmetros é uma forma de medida de sensibilidade do modelo direto no problema de inversão. A definição função sensibilidade segue outros autores, entre eles Wang e Pratt (1997).

As aproximações do tempo duplo de trânsito da reflexão sísmica parabólica e hiperbólica, para o model de interfaces curvas, são regidas pela teoria paraxial do raio. Estas aproximações dependem de três atributos que estão relacionadas a duas frentes de ondas hipotéticas: a onda ponto-de-incidência-normal (onda NIP), e a onda refletor-em-explosão (onda N) (Hubral, 1983). A onda NIP se propaga de forma ascendente a partir de um ponto localizado no refletor. A onda N é ascendente a partir do próprio refletor, e interpretada como uma frente de onda inicial com curvatura igual à curvatura local do refletor. As ondas hipotéticas NIP e N são relacionadas ao raio normal emergente no ponto x_0 através do ângulo \mathbf{b}_0 de emergência, do raio de curvatura R_{NIP} e do raio de

curvatura R_N . As duas aproximações de tempo de trânsito definem a superfície de empilhamento do método CRS (Superfície de Reflexão Comum). A praticidade da aproximação hiperbólica se dá pela aplicação desta no método de empilhamento CRS como apresentado em Müller (1998), Mann et al. (1999), Jäger et al. (2001) entre outros, o que justifica a realização da análise da sensibilidade das aproximações parabólica e hiperbólica neste trabalho (Lima, 2004).

Aproximações parabólica e hiperbólica do tempo de trânsito

O modelo em consideração é formado por camadas com interfaces curvas. Consequentemente, a teoria paraxial do raio é conveniente para se obter aproximações para o tempo-duplo de trânsito, sendo considerado as formas parabólica e hiperbólica. Esta teoria estabelece uma janela ao redor de um determinado raio central (Schleicher et al., 1993), ou através de conceituação mais geométrica (Höcht et al., 1999). Tygel et al. (1997) mostram que estas aproximações podem ser expressas em termos dos atributos cinemáticos das ondas hipotéticas NIP e N ($\mathbf{b}_0, R_{NIP}, R_N$), e são dadas por:

Parabólica:

$$t(x_m, h) = t_0 + \frac{2 \sin \mathbf{b}_0}{v_0} (x_m - x_0) + \frac{\cos^2 \mathbf{b}_0}{v_0} \left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right) \quad (1)$$

Hiperbólica:

$$t^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2 \sin \mathbf{b}_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \mathbf{b}_0}{v_0} \left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right) \quad (2)$$

Nestas, t_0 é o tempo de trânsito ao longo do raio central na configuração afastamento-nulo (AN), x_0 é a coordenada espacial do ponto de referência de um determinado raio central na superfície de aquisição, v_0 é a velocidade ao redor de x_0 , x_m e h são coordenadas espaciais ponto-médio e meio-afastamento para pares fonte-receptor, respectivamente.

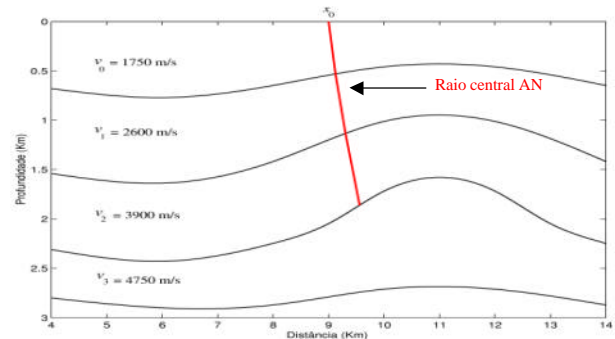


Figura 1: Modelo composto de quatro camadas homogêneas sobre um semi-espaco e interfaces curvas, com um raio central AN (linha de cor vermelha) na coordenada x_0 .

Os parâmetros \mathbf{b}_0 , R_{NIP} , R_N das ondas hipotéticas NIP e N, das quais as aproximações parabólica e hiperbólica dependem, são determinados para cada ponto de amostragem $P_0(x_0, t_0)$ na seção AN simulada. Neste trabalho os atributos cinemáticos são estimados por modelamento direto para um ponto P_0 , para um modelo composto de quatro camadas homogêneas sobre um semi-espço e interfaces curvas. A Figura 1 mostra um raio central AN em linha de cor vermelha na coordenada x_0 onde $v_0 = 1750\text{m/s}$.

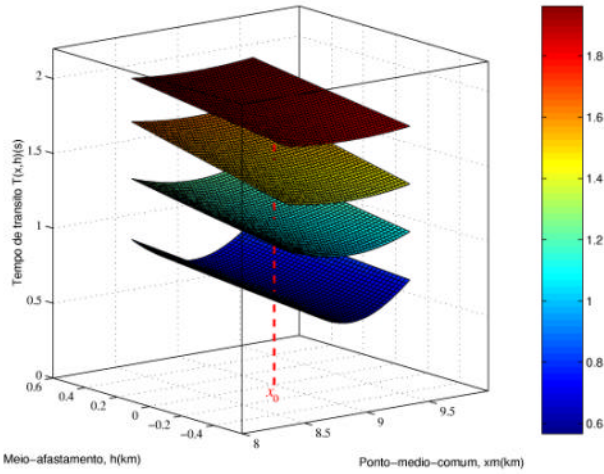


Figura 2: Superfícies de tempos de trânsito de reflexão calculadas pela equação (1) para cada camada do modelo. A janela espacial é limitada a $\Delta h=1.2$ km, $\Delta x_m=2.0$ km.

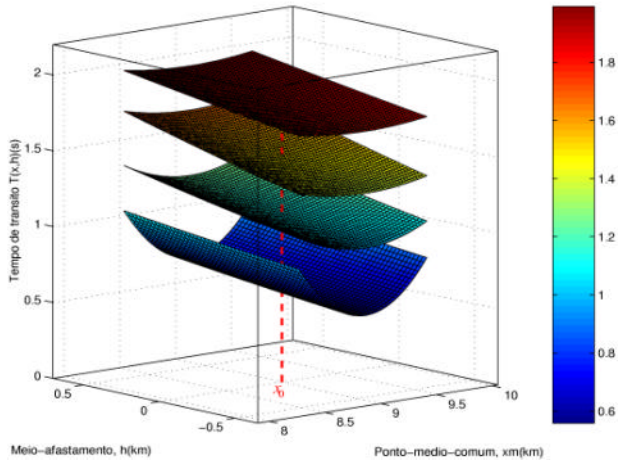


Figura 3: Superfícies de tempos de trânsito de reflexão calculadas pela equação (2) para cada camada do modelo. A janela espacial é limitada a $\Delta h=1.2$ km, $\Delta x_m=2.0$ km.

As Figuras 2 e 3 mostram as superfícies de tempo de trânsito de reflexão relativo a cada interface do modelo da Figura 1, calculadas pelas equações (1) e (2), respectivamente, para a coordenada $x_0 = 9\text{km}$, onde os atributos foram estimados para o ponto P_0 para cada interface como mostra a tabela:

	t_0 (s)	\mathbf{b}_0 (rad)	R_{NIP} (km)	R_N (km)
Interface 1	0,62	- 0,10	0,54	47,20
Interface 2	1,10	- 0,17	1,48	24,75
Interface 3	1,50	- 0,23	3,17	28,07
Interface 4	1,86	- 0,14	5,22	54,68

Análise de sensibilidade das aproximações parabólica e hiperbólica

Um problema fundamental para simulação seções AN utilizando as aproximações de tempo de trânsito parabólica e hiperbólica é a escolha do processo de otimização para estimar melhor os atributos da frente de onda.

Uma questão básica para qualquer processo de otimização é quanto à sensibilidade do funcional (aproximações parabólica e hiperbólica) à variação dos parâmetros. Isto é levado em consideração nos métodos do Gradiente que usam o cálculo de derivadas de primeira ordem em relação aos parâmetros m_j , definidos como: $m_j = (\mathbf{b}_0, R_{NIP}, R_N)$, onde $j = 1, 2, 3$. As funções sensibilidade (derivadas de primeira ordem não-normalizada para o tempo-duplo de trânsito) são representadas em geral na forma:

$$\phi(m_j) = \frac{\partial T(x_m, h; \beta_0, R_{NIP}, R_N, v_0)}{\partial m_j} \quad (3)$$

As derivadas destas aproximações servem para estabelecer os intervalos de empilhamento para um ponto P_0 .

As derivadas para a aproximação parabólica (1) em relação aos atributos \mathbf{b}_0 , R_{NIP} , R_N são apresentadas a seguir. A derivada em relação a \mathbf{b}_0 é dada por:

$$\frac{\partial T(x_m, h)}{\partial \mathbf{b}_0} = \frac{2 \cos \mathbf{b}_0}{v_0} (x_m - x_0) - \frac{2 \cos \mathbf{b}_0 \sin \mathbf{b}_0}{v_0} \left[\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right]. \quad (4)$$

A derivada parcial em relação a R_{NIP} é dada por:

$$\frac{\partial T(x_m, h)}{\partial R_{NIP}} = \frac{-\cos^2 \mathbf{b}_0 h^2}{v_1 R_{NIP}^2}. \quad (5)$$

A derivada parcial em relação a R_N é dada por:

$$\frac{\partial T(x_m, h)}{\partial R_N} = \frac{-\cos^2 \mathbf{b}_0 (x_m - x_0)^2}{v_0 R_N^2}. \quad (6)$$

As derivadas parciais para a aproximação hiperbólica (2) em relação aos atributos \mathbf{b}_0 , R_{NIP} , R_N são apresentadas a seguir. A derivada em relação a \mathbf{b}_0 é dada por:

$$\frac{\partial T(x_m, h)}{\partial \mathbf{b}_0} = \frac{1}{T(x_m, h)} \left[\left(t_0 + \frac{2 \sin \mathbf{b}_0 (x_m - x_0)}{v_0} \right) \left(\frac{2 \cos \mathbf{b}_0 (x_m - x_0)}{v_0} \right) + \left(\frac{2 t_0 \cos \mathbf{b}_0 \sin \mathbf{b}_0}{v_0} \right) \left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right) \right] \quad (7)$$

A derivada parcial em relação a R_{NIP} é dada por:

$$\frac{\partial T(x_m, h)}{\partial R_{NIP}} = \frac{1}{T(x_m, h)} \left(-\frac{h^2}{2 R_{NIP}^2} \right) \quad (8)$$

A derivada parcial em relação a R_N é dada por:

$$\frac{\partial T(x_m, h)}{\partial R_N} = \frac{1}{T(x_m, h)} \left[-\frac{t_0 \cos^2 b_0 (x_m - x_0)^2}{v_0 R_N^2} \right] \quad (9)$$

Resultados

Cada uma das funções sensibilidade, equações (4), (5), (6), (7), (8) e (9) são mostradas nas Figuras 4, 5, 6, 7, 8 e 9, respectivamente, para cinco meio-afastamentos h escolhidos (0,00 km, 0,25 km, 0,50 km, 1,00 km e 2,00 km) e em função da coordenada de ponto-médio x_m , que varia entre 7km a 11km com um incremento de 50m. A coordenada espacial de referência do raio central AN $x_0=9$ km.

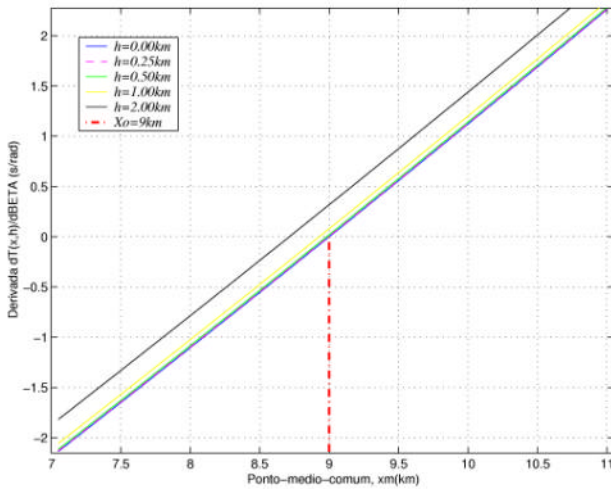


Figura 4: Derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito parabólico em relação a b_0 segundo a equação (4). Cada cor representa um valor de meio-afastamento h segundo a tabela inclusa.

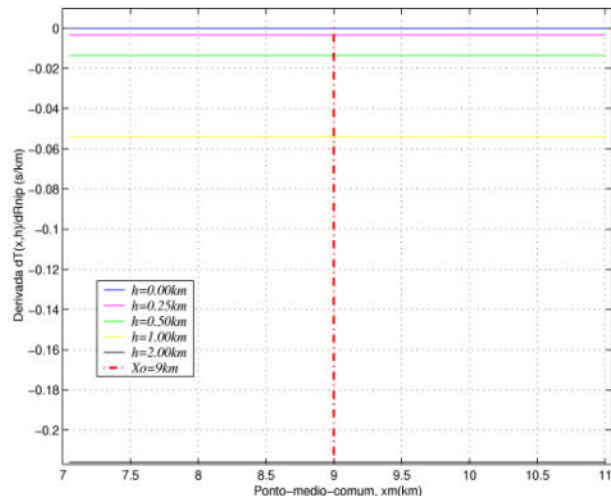


Figura 5: Derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito parabólico em relação a R_{NIP} segundo a equação (5). Cada cor representa um valor de meio-afastamento h segundo a tabela inclusa.

A Figura 4 apresenta uma tendência linear crescente para as curvas, o que informa que o processo de

inversão dependerá mais dos dados externos (x_m grande) do que dos dados internos (x_m pequeno). A Figura 5 apresenta as curvas com formas constante (horizontal), o que informa que o problema de inversão é quase linear com relação ao parâmetro R_{NIP} , o que facilita o processo de inversão. A Figura 6 mostra que as derivadas do tempo de trânsito parabólico em relação a R_N é independente da coordenada h (ver equação 6).

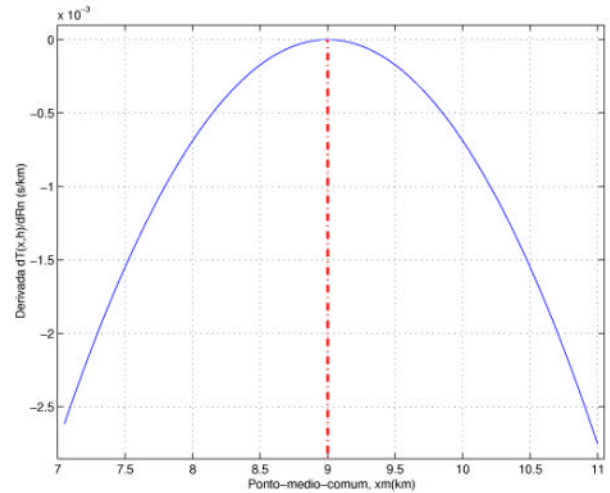


Figura 6: Derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito parabólico em relação a R_N segundo a equação (6).

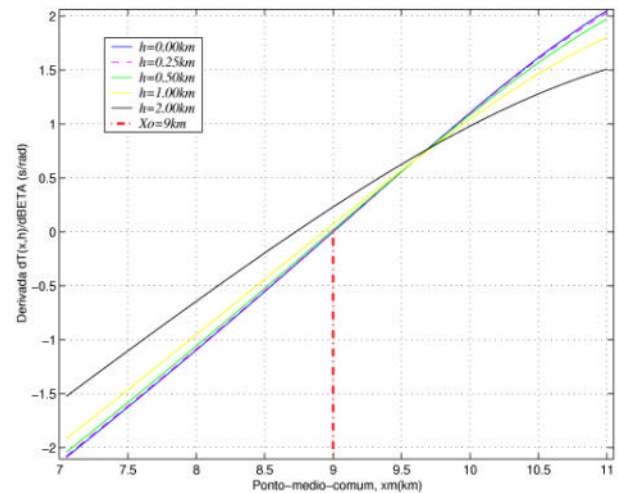


Figura 7: Derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito hiperbólico em relação a b_0 segundo a equação (7). Cada cor representa um valor de meio-afastamento h segundo a tabela inclusa.

A forma parabólica na Figura 6 informa que o processo de inversão dependerá mais dos dados externos (x_m grande) do que dos dados internos (x_m pequeno); ou até mesmo insignificamente para x_m pequeno uma vez que a derivada aproxima a zero neste caso.

As formas quase linear crescente da Figura 7 informa que o processo de inversão dependerá mais dos dados externos (x_m grande) do que dos dados internos (x_m pequeno). Na Figura 8, a forma quase horizontal passa a linear suave crescente, informando que o problema de

inversão aumenta a não-linearidade ao passo que o valor de h aumenta. O processo dependerá mais dos dados externos (x_m grande) do que dos dados internos (x_m pequeno).

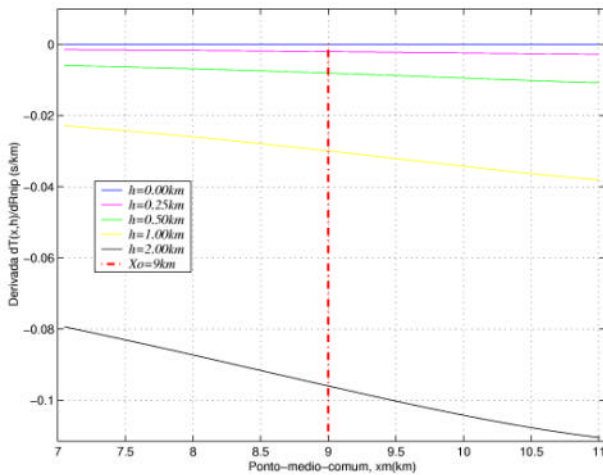


Figura 8: Derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito hiperbólico em relação a R_{NIP} segundo a equação (8). Cada cor representa um valor de meio-afastamento h segundo a tabela inclusa.

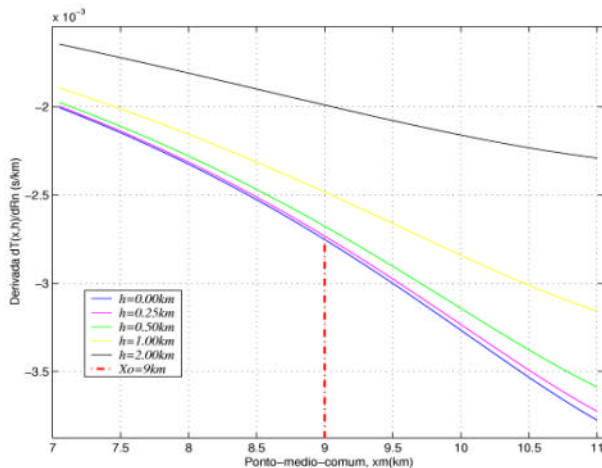


Figura 9: Derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito hiperbólico em relação a R_N segundo a equação (9). Cada cor representa um valor de meio-afastamento h segundo a tabela inclusa.

As formas não-linear da Figura 9 passa a linear crescente, informando que o problema de inversão tende a ser mais linear com o aumento de h . O processo depende mais dos dados externos (x_m grande) do que dos dados internos (x_m pequeno). A figura 10 repete as informações das Figuras 5 e 8, porém na forma de gráfico 3-D onde as abscissas são x_m e h . Observa-se uma linearidade com relação a abscissa h , e uma não-linearidade com relação à abscissa x_m .

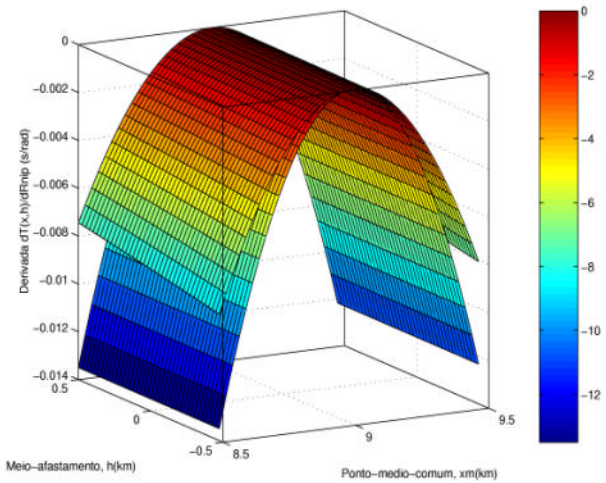


Figura 10: Superfície superior: derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito hiperbólico em relação a R_{NIP} segundo a equação (9). Superfície inferior: derivada de primeira ordem da aproximação do tempo de trânsito parabólico em relação a R_{NIP} .

Conclusões

Estas funções sensibilidade podem participar do método da otimização na busca dos parâmetros no cubo de semblance.

A forma de medida de sensibilidade dos parâmetros do empilhamento CRS é definida como a derivada de primeira ordem dos operadores parabólico e hiperbólico em relação aos parâmetros b_0 , R_{NIP} , R_N . Elas servem para estabelecer, através da análise da forma das figuras destas derivadas, uma quase linearidade em relação a h e x_m em algumas situações e a não-linearidade em outras situações. No entanto, a informação é que estas funções são suaves o que torna os métodos de otimização de segunda ordem atrativos para a busca da máxima coerência no cubo semblance; em outras palavras mais diretas, a busca de máximo de coerência no cubo semblance não necessitaria de muitas iterações no processo de busca do máximo (ou mínimo). Esta análise, todavia, não leva em consideração a presença de ruído que possa alterar as características locais do cubo semblance, que estabelece a presença de mínimos locais.

Agradecimentos

A Agência Nacional de Petróleo (ANP) pelo financiamento da a pesquisa do curso de pós-graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Referências

- Lima, C. C.C, 2004. Sensibilidade dos Atributos da Frente de onda no Método de Empilhamento CRS. Brasil, Universidade Federal do Pará. (Dissertação de Mestrado).
- Höcht, G., de Bazelaire, E., Majer, P., and Hubral, P. 1999. Seismic and optics: Hyperbolae and curvatures. *J. Appl. Geophys.*, 42(3):261–281.

- Hubral, P. 1983. Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth. *Geophysics*, 48:1051–1062.
- Jäger, R., Mann, J., Höcht, G., and Hubral, P. 2001. Common reflection surface stack: Image and attributes. *Geophysics*, 66:97–109.
- Mann, J., Jäger, R., Müller, T., Höcht, G., and Hubral, P. 1999. Common-reflection-surface stack - a real data example. *Journal of Applied Geophysics*, 42:301–318.
- Müller, T. 1998. Common reflection surface stack versus nmo/stack and nmo/dmo/stack. *60th Mtg. Eur.Assoc. Expl. Geophys., Extended Abstracts*.
- Schleicher, J., Tygel, M., and Hubral, P. 1993. Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3d media. *Geophys. Prosp.*, 41:495–513.
- Tygel, M.; Muller, T.; Hubral, P.; Schleicher, J. 1997. Eigenwave Based Multiparameter Traveltime Expansions. In: Annual international meeting, 67. Soc. Expl. Geophysics. p. 1770–1773. *Expanded Abstracts*, Texas.
- Wang, Y. & Pratt, R. G. 1997. Sensitivities of seismic traveltimes and amplitudes in reflection tomography. *Geophysics*, v. 131, p. 618-642.