

# Cálculo da matriz de tempo de trânsito por rotação de fase em meios Localmente Tranversalmente Isotrópicos (LTI)

Marco Antonio Cetale Santos\*<sup>1</sup>, Djalma Manoel Soares Filho<sup>2</sup> e Paulo Léo Manassi Osório<sup>1</sup> <sup>1</sup> LPS/DEE/PUC-Rio, <sup>2</sup> PETROBRAS S/A Brasil

Copyright 2005, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the  $9^{th}$  International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 9<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Ideas and concepts of the text are authors' responsibility and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

#### Abstract

We propose an algorithm to compute the travel time matrix of the waves with the largest energy for prestack depth migration in an anisotropic medium with polar local symmetry or locally transversally isotropic (LTI). The algorithm is based in the phase shift concept to extrapolate the wave field. The irregularities that normally appear in the travel time matrix, computed by other methods, such as, ray tracing, when the medium has large velocity variations, do not appear with the same intensity in the proposed method. The algorithm is robust and its extension to the 3D case is straightforward.

#### Introdução

O cálculo dos tempos de trânsito usando a técnica de diferenças finitas para resolver a solução da equação eikonal possui alguns problemas encontrados em regiões anômalas as quais geram zonas cegas (cáusticas). O uso do método do traçado do raio para o cálculo dos tempos de trânsito é eficiente do ponto de vista computacional, porém produz algumas ambigüidades em estruturas complexas, quando há múltiplos caminhos entre a fonte e um ponto do modelo (Geoltrain & Brac, 1993). Faria (1993), propôs um algoritmo eficiente baseado no método do traçado do raio para obter os tempos de trânsito em meios Transversalmente Isotrópicos (TI).

Resolvendo a equação geral da onda é possível efetuar a modelagem sísmica em meios LTI, como proposto em (Cetale Santos et al, 2004). O tempo de trânsito pode ser obtido diretamente neste processo. Seu cálculo é baseado no critério da amplitude máxima da onda direta, porém este cálculo poderia ser afetado em determinadas regiões onde as reflexões tenham amplitudes maiores que as da onda direta, gerando um problema semelhante ao da solução da equação eikonal. Outros critérios como o da amplitude máxima nas proximidades da primeira quebra (Bulcão, 2004) podem ser usados para minimizar as descontinuidades no cálculo do tempo de trânsito.

Aqui é apresentado um algoritmo para o cálculo dos tempos de trânsito da onda direta (TD), baseado na técnica de rotação de fase para a solução da equação acústica da onda para meios Localmente Tranversalmente Isotrópicos (LTI). Esta solução é baseada no algoritmo de migração por rotação de fase

em meios LTI, proposto por (Cetale Santos, 2003). Problemas como o aprisionamento de energia em determinadas regiões do modelo, que provocam erros nos algoritmos mencionados, são resolvidos pelo fato de se solucionar a equação da onda em uma única direção.

#### Método

O cálculo do tempo de trânsito usa a equação escalar da onda no domínio da freqüência, que tem como solução:

$$P(k_x, z_0 + \Delta z, \omega) = e^{ik_z \Delta z} P(k_x, z_0, \omega).$$
<sup>(1)</sup>

Obtém-se p( $x,z+\Delta z,t$ ) com a aplicação da transformada inversa de Fourier, como mostrado por (Gazdag, 1978).

Para uma solução ascendente, usa-se kz negativo igual à

$$k_z = -\sqrt{\frac{w^2}{v^2} - k_x^2} , \qquad (2)$$

Onde  $k_x$ ,  $k_z$ ,  $\omega$  e v são as freqüências espaciais, a freqüência temporal e velocidade, respectivamente.

Tanto na modelagem como na migração, a solução da equação (1) propaga as ondas ascendentes, a única diferença esta no sinal de  $\Delta z$ . No caso da migração, o sinal de  $\Delta z$  é positivo, pois o sismograma que foi adquirido na superfície deve imagear o modelo ao longo de *z* crescente. Já no caso da modelagem, os refletores têm que chegar à superfície no sentido de *z* decrescente (técnica do refletor explosivo).

No cálculo do tempo de trânsito são propagadas as ondas ascendentes e descendentes, dependendo da posição da fonte. Caso a fonte esteja na superfície, a onda propagada é descendente ( $k_z>0$ ) e utiliza-se *z* crescente ( $\Delta z>0$ ). Para se obter os tempos de trânsito de uma fonte posicionada na profundidade  $z_0$ , é necessário propagar as ondas ascendentes e descendentes para obter os valores do tempo de trânsito acima e abaixo da posição da fonte.

Assim, para os pontos do modelo que são isotrópicos,  $k_z$  será computado usando a equação (2), porém com sinal adequado. Por outro lado, para os pontos do modelo que são LTI,  $K_z$  será estimado pelo seguinte algoritmo.

Dada a relação de dispersão:

$$\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k_z = \frac{\omega_z}{\kappa_z}$$

e levando em consideração as relações trigonométricas:

$$\frac{k_z}{\omega} = \frac{\cos\theta}{\nu(\theta - \phi)} \tag{4}$$

$$\frac{k_x}{\omega} = \frac{\sin\theta}{v(\theta - \phi)} \tag{3}$$

A freqüência espacial  $k_z$  é estimada através de uma tabela gerada pela variação de  $\theta$  entre 0 e  $\pi$  rad, e pelo cômputo de  $sin\theta / v(\theta - \phi)$  e  $cos\theta / v(\theta - \phi)$ , que são relacionados aos valores de  $k_x/\omega$  e  $k_z/\omega$  conforme as equações 3 e 4. Uma vez determinados os valores de  $k_x$ e  $\omega$  será possível computar  $k_z$  a partir da tabela (Rousseau,1997). Valores de  $k_x/\omega$  fora da tabela  $sin \theta / v(\theta - \phi)$  representam ondas evanescentes, i.e.,  $k_z$  é um número imaginário, e para estes casos o campo é zerado.

As equações 5 e 6 (Thomsen, 1986) determinam o cálculo das velocidades V<sub>P</sub> e V<sub>SV</sub> respectivamente. Isto é valido para meios anisotrópicos ou isotrópicos. Para meios isotrópicos, porém, estas equações se simplificam para V<sub>P</sub> =  $\alpha$  e V<sub>SV</sub> =  $\beta$ . Desta forma, o cálculo da matriz de tempo de trânsito é feito com um algoritmo híbrido, que não precisa fazer busca em tabela em meios reconhecidos como isotrópicos.

$$v_{P}^{2}(\theta') = \alpha^{2} \Big[ 1 + \varepsilon \cdot \sin^{2}(\theta') + D(\theta') \Big]$$
(5)

$$v_{SV}^{2}(\theta') = \beta^{2} \left[ 1 + \frac{\alpha^{2}}{\beta^{2}} \varepsilon \cdot \sin^{2}(\theta') - \frac{\alpha^{2}}{\beta^{2}} D(\theta') \right]$$
(6)

onde

$$D(\theta') = \frac{f}{2} \cdot \left\{ \left[ 1 + \frac{4\delta}{f^2} \sin^2 \theta' \cos^2 \theta' + 4 \frac{(f+\varepsilon)}{f^2} \varepsilon \sin^4 \theta' \right] - 1 \right\},\$$
  
$$f = 1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \mathbf{e}$$
  
$$\theta' = \theta - \phi,$$

Sendo,  $\theta'$  é o ângulo entre a normal à frente de onda e o eixo de simetria local.

A Figura 1 mostra o fluxograma completo do algoritmo que calcula o tempo de trânsito. O fluxo é iniciado com a criação das tabelas contendo as relações dos valores  $k_{\rm s}/\omega$  e  $k_{\rm s}/\omega$  para cada meio anisotrópico. Estes valores são usados no laço principal do algoritmo. A fonte precisa ser posicionada numa malha de tamanho igual ao do campo de velocidade. A fonte é impulsiva, mas se for utilizado um filtro, pode-se obter resultados melhores. Este campo é propagado para a profundidade  $z+\Delta z$  por rotação de fase, e para cada profundidade é calculado o sismograma correspondente através da transformada de Fourier inversa. Neste sismograma procura-se a localização em tempo do máximo de cada traço. Estes valores são os tempos que a fonte leva para chegar até esta profundidade para cada posição x. Este processo se repete para cada z até a maior profundidade do modelo.

Observe no fluxograma que não há interpolação de velocidades, o campo é construído para cada velocidade independentemente.



Figura 1 – Fluxograma do algoritmo pra cálculo do tempo de trânsito (TD).

# Resultados

Neste trabalho são apresentados três exemplos para ilustrar o funcionamento do método. No exemplo 1 são mostrados os tempos de trânsito da onda P em um meio isotrópico homogêneo. No exemplo 2 são mostrados três casos. Os casos (a) e (b) apresentam os tempos de trânsito da onda qP em um meio TI homogêneo com diferentes inclinações do eixo de simetria. O caso (c) mostra os tempos de uma onda qSV num meio TI com eixo de simetria inclinado. Nestes dois exemplos a fonte está no centro do modelo.

No exemplo 3 é apresentado um meio utilizado por Faria (1993). Em 3(a) são processados os tempos de trânsito para o caso onde todos os meios são VTI, enquanto no caso (b) é considerada uma inclinação no eixo de simetria da camada 2 (TTI). A fonte está localizada na posição (0,0) metros.

## Exemplo 1

A Figura 2 mostra os tempos de trânsito da onda P em um meio homogêneo com parâmetros  $\rho = 2460 \text{ kg/m}^3$  $\alpha = 3000 \text{ m/s}, \beta = 1732 \text{ m/s}.$  Pode-se perceber a forma circular no padrão de cores, o que era esperado por se tratar de um meio isotrópico.



Figura 2 – Tempos de trânsito em um meio isotrópico homogêneo.

## Exemplo 2

São mostrados os tempos de trânsito da propagação das ondas qP e qSV em um meio homogêneo anisotrópico com parâmetros  $\rho$  = 2460 kg/m<sup>3</sup>,  $\alpha$  = 3000 m/s,  $\beta$  = 1732 m/s,  $\varepsilon$  = 0,3 e  $\delta$  = 0,0.

Para os casos (a) e (b), as figuras 3 e 4 mostram os tempos de trânsito da onda qP. No caso (a) não há inclinação do eixo e no (b) é considerada uma inclinação de 30°.

Para o caso(c), a figura 5 mostra os tempos de trânsito da onda qSV com o eixo de simetria inclinado de  $30^{\circ}$ .

Caso (a): Onda qP e Inclinação ( $\phi = 0^{\circ}$ ).



Figura 3 – Tempos de trânsito da onda qP em um meio transversalmente isotrópico, com  $\phi=0^{\circ}$ .

Caso (b): Onda qP e Inclinação ( $\phi = 30^{\circ}$ ).



Figura 4 – Tempos de trânsito da onda qP calculados em um meio TI com eixo inclinado, com  $\phi$ =30°.





Figura 5 – Tempos de trânsito da onda qP calculados em um meio TI com eixo inclinado, com  $\phi$ =30°.

## Exemplo 3

O modelo utilizado para gerar os tempos de trânsito dos casos (a) e (b) deste exemplo é mostrado na Figura 6. A Tabela 1 mostra os parâmetros usados nas quatro camadas do modelo.

A Figura 7 mostra os tempos de trânsito para o modelo da Figura 6, quando o ângulo de inclinação do eixo de simetria é nulo na segunda camada.

A Figura 8 apresenta os tempos de trânsito para o modelo da Figura 6, no caso em que a segunda camada é TTI com eixo de inclinação de 30°.



Figura 6 – modelo para o exemplo 2.

Caso (a) - Camada 2 com inclinação ( $\phi=0^\circ$ ).



Figura 7 - Tempos de trânsito do modelo mostrado na figura 6 (ângulo zero para o meio 2).

Meios	ρ	α	β	ε	δ	¢
	$(kg/m^3)$	(m/s)	(m/s)			-
1	1200	1500	0	0	0	0°
2	2250	2074	869	0,11	0,058	30°
3	2340	3009	1654	0,059	0,042	0°
4	2460	3306	1819	0,169	0,123	0°

Tabela 1- parâmetros do modelo da Figura 6.

Caso (b) - Camada 2 com inclinação ( $\phi$ =30°).



Figura 8 - Tempos de trânsito do modelo mostrado na Figura 6 (meio 2 é TTI com eixo inclinado de 30°)

## Conclusões

Este novo método para cálculo do tempo de trânsito garante a condição de imagem para a migração em meios LTI, tanto para a onda P como para a onda SV. A principal vantagem deste método em relação ao tempo de trânsito extraído da modelagem LTI por diferenças finitas é o calculo preciso dos valores da matriz de tempo de trânsito, o que garante um posicionamento mais preciso dos refletores na migração por rotação de fase em meios LTI.

Alguns artefatos causados pela solução da equação acústica da onda no domínio de Fourier aparecem em algumas interfaces para os afastamentos maiores, como em pontos localizados nas proximidades da fonte. Estes efeitos aparecem no modelo fora da região normalmente iluminada pela fonte, portanto não degradando a qualidade da migração.

#### Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a PETROBRAS pelo suporte financeiro através do programa de pesquisa PRAVAP 19. Gostaríamos também de agradecer a Marcílio Castro de Matos e Felipe Prado Loureiro pelos seus comentários e sugestões.

## Referências

**Bulcão, A.**, 2004, Migração reversa no tempo de dados sísmicos empregando operadores elásticos, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.

**Cetale Santos, M. A.**, 2003, Migração em profundidade por rotação de fase dos campos de onda qP e qSV em meios com simetria polar local, Tese de Doutorado, DEE/PUC-Rio.

**Cetale Santos, M. A.**, Soares Filho, D. M. and Osório, P. L. M., 2004, A Finite Difference Scheme for Locally Transverse Isotropic Media Applied to a Highly Tectonic Deformed Model, 74th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts.

**Faria, E. L. de**, 1993, Modeling, Migration and Focusing Analysis in Transversely Isotropic Media. Ph. D. thesis. The University Texas at Austin.

**Gazdag, J.**, 1978, Wave equation migration with the phase shift method: Geophysics, 43, 1342-1351.

**Geoltrain, A., and Brac, J.**, 1993, Can we image complex structures with first-arrival traveltime?: Geophysics, 58, 564-575.

**Rousseau, J. H. Le**, 1997, Depth migration in heterogeneous, transversely isotropic media with the phase-shift-plus-interpolation method: CWP-249, Colorado School of Mines.

**Thomsen, L.**, 1986, Weak elastic anisotropy: Geophysics, 51, 1954-1966.