



## Modelagem sísmica SH viscoelástica anisotrópica

Roberto H. M. dos Santos e Marco A. B. Botelho CPGG/UFBa, Brasil.

Copyright 2005, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 9<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 9<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Ideas and concepts of the text are author's responsibility and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

Elastic solids and viscoelastic fluids differ widely in their characteristics of deformation. The deformed solids elastically return to the undeformed state as soon as the applied loads are removed. Viscous fluids present no trend to return to their original configuration after the deformation. Moreover, the elastic tensions are directly related with the deformations; in the case of, in a viscous fluid, the tensions (except for the hydrostatic components) are related with the deformation speed. The behavior of a material that presents a combination of both characteristics, elastic and viscoelastic, is called viscoelastic behavior. In this work we initially analyze the effect of attenuation the propagation of SH wave in a isotropic viscoelastic media. We compare the seismograms generated with the viscoelastic equation and with acoustic equation, using the same isotropic acoustic velocity field.

### Introdução

Devido a dificuldade crescente em se descobrir novos e significantes reservas de hidrocarbonetos, é cada vez maior o interesse na caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos com o objetivo de recuperar campos de óleo, obtendo-se como resultado final o aumento da produção. A caracterização do reservatório consiste em usar os métodos geofísicos para descrição detalhada da estrutura do ambiente de reservatório e dos fluxos de seus fluidos, é o conhecimento de como as propriedades das rochas dos reservatórios de hidrocarbonetos e seus fluidos influenciam na resposta geofísica, especialmente na propagação de ondas sísmicas. O processo de caracterização de reservatórios é baseado primordialmente nas informações obtidas de poços. Entretanto, no caso onde os dados são insuficientes para a caracterização, torna-se necessários outros meios para que este processo seja mais completo e abrangente. O emprego de técnicas numéricas para efetuar modelamento sísmico tem sido muito utilizado na prospecção sísmica onde, por meio de um procedimento direto, é possível simular a propagação de ondas e estudar todos os parâmetros que são necessários para a

caracterização de reservatório. O modelamento direto de dados sísmicos representa papel fundamental neste processo de caracterização onde não há dados disponíveis, pois através deste procedimento podemos compreender qual a parcela de contribuição de cada um dos parâmetros petrofísicos na propagação de ondas sísmicas. O procedimento usado neste trabalho para a caracterização de reservatórios leva em consideração uma série de parâmetros tais como: mineralogia, propriedades das rochas (porosidade, saturações em óleo, água e gás, permeabilidade, compressibilidade), dos fluidos (viscosidade, composição química, molhabilidade, compressibilidade) e dos fatores ambientais (pressão nos poros, tensões, temperatura), assim como das variações espaciais e temporais desses parâmetros. Historicamente, são relevantes as seguintes contribuições: Reshet e Hsiung (1988), que introduziu o uso de sismogramas sintéticos com operadores diferenciáveis pseudospectral, onde considera um meio de pequena perda e modela a superfície livre chamando de método "Zero-padding". Nesse trabalho usamos o método de diferenças finitas que usa as chamadas formulações homogêneas e heterogêneas para resolver a equação do movimento. No primeiro caso, o movimento em cada região homogênea é descrito por uma equação do movimento com parâmetros constantes acústicos. Para esse método, condições de contorno sobre todas interfaces devem ser explicitamente satisfeitas. A formulação heterogênea incorpora implicitamente as condições de contorno para construir a representação de diferenças finitas usando a equação do movimento para meios heterogêneos. Este trabalho está baseado no trabalho de Carcione (2000).

### Equação Dinâmica

Nesta seção, nós derivamos as equações diferenciais descrevendo a propagação da onda em termos dos deslocamentos do material. A conservação do momento linear implica

$$\partial_j \sigma_{ij} + f_i = \rho \partial_{tt}^2 u_i \quad (1)$$

onde  $u_i$  são as componentes do vetor deslocamento,  $\rho$  é a densidade de massa e  $f_i$  são as componentes da força por unidade de volume. Assumindo um volume  $\Omega$  limitado por uma superfície  $S$ , o volume integral da equação (1) é o balanço entre a tração da superfície em  $S$  - obtido aplicando o teorema do divergente para  $\partial_j \sigma_{ij}$  - e a força com o termo de inércia  $\rho \partial_{tt}^2 u_i$ . A equação (1) é conhecida como equação de Euler para a elasticidade, correspondendo a lei de Newton para movimento de partículas.

A substituição da lei de Hooke na equação (1) resulta

$$\partial_j (c_{ijkl} \epsilon_{kl}) + f_i = \rho \partial_{tt}^2 u_i \quad (2)$$

Para o uso da notação matricial curta, nós introduzimos a notação de Auld (Auld, 1990) para os operadores diferenciais. O operador gradiente simétrico tem sua representação matricial seguinte

$$\nabla = \begin{pmatrix} \partial_1 & 0 & 0 & 0 & \partial_3 & \partial_2 \\ 0 & \partial_2 & 0 & \partial_3 & 0 & \partial_1 \\ 0 & 0 & \partial_3 & \partial_2 & \partial_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

A relação deslocamento-deformação pode ser escrita como

$$e = \nabla^T \cdot \mathbf{u}, \quad (e_I = \nabla_{Ij} u_j), \quad (4)$$

com

$$\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6)^T = (e_{11}, e_{22}, e_{33}, e_{23}, e_{13}, e_{12})^T \quad (5)$$

O divergente do tensor esforço  $\partial_i \sigma_{ij}$  pode ser expresso como  $\nabla \cdot \sigma$ , e a equação (1) torna-se

$$\nabla \cdot \sigma + \mathbf{f} = \rho \partial_{tt}^2 \mathbf{u}, \quad (6)$$

onde

$$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6)^T = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12})^T, \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3), \quad (8)$$

e

$$\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3). \quad (9)$$

De forma similar, usando a notação matricial, a relação esforço-deformação

$$\sigma_{\mathbf{I}} = \mathbf{C}_{IJ} e_J, \quad (10)$$

lê-se

$$\sigma = \mathbf{C} \cdot \mathbf{e}, \quad (11)$$

com a matriz elasticidade dada por

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

O estado de deformação zero corresponde ao equilíbrio estático com o mínimo de energia de deformação ( $V = 0$ ). Por causa disso a energia deve crescer constantemente quando o meio é deformado, nós temos  $c_{ij} e_I e_J > 0$ . Matematicamente, essa expressão envolve componentes  $e_I$  não zerados que define uma função quadrática exata, que, por definição, impoem alguns contrastes nas constantes elásticas (condição de estabilidade, veja Auld (1990)); isto é, todo determinante principal deve ser maior que zero,

$$c_{I(J)} > 0, \quad \det \begin{pmatrix} c_{I(J)} & c_{IJ} \\ c_{IJ} & c_{I(J)} \end{pmatrix} > 0, \quad (13)$$

Alternativamente, a densidade energia-deformação pode ser expressa em termos dos auto-valores da matriz  $\mathbf{C}$ , isto é,  $\Lambda_I = 1, \dots, 6$ , chamados auto-rigidez Kelvin (1856) que é,  $2V = \Lambda_I e_I^T \cdot e_I$ , onde  $e_I$  são auto-vetores ou auto-deformações. É claro que uma energia de deformação positiva implica na condição  $\Lambda_I > 0$  (veja Pipkin (1976)).

Combinandos as equações (4), (6) e (11) resulta

$$\nabla \cdot [\mathbf{C} \cdot (\nabla^T \cdot \mathbf{u})] + \mathbf{f} = \rho \partial_{tt}^2 \mathbf{u}, \quad (14)$$

ou

$$\Gamma_{\nabla} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{f} = \rho \partial_{tt}^2 \mathbf{u}, \quad (\Gamma_{\nabla ij} u_j + f_i = \rho \partial_{tt}^2 u_i), \quad (15)$$

onde

$$\Gamma_{\nabla} = \nabla \cdot \mathbf{C} \cdot \nabla^T, \quad (\Gamma_{\nabla ij} = \nabla_{il} c_{IJ} \nabla_{Jj}) \quad (16)$$

é o operador diferencial da matriz simétrica 3x3 de Kelvin-Christoffel.

### Relação Esforço-Deformação

Atenuação é uma característica associada com um estado de deformação do meio (por exemplo um estado da onda) e, por isso, um número pequeno de parâmetros são suficientes para obtenção dos coeficientes de relaxação. Em meios isotrópicos, duas funções relaxação definem completamente as propriedades anelásticas. Finalmente para meios saturados, calcular a média de Backus é uma aproximação fisicamente boa para obter as componentes de relaxação de um meio transversalmente isotrópico. Duas leis constitutiva alternativas, não restringindo para meios saturados, como é a aproximação de Backus, relacionam ondas e deformação de modelos para processos anelásticos, usando na maioria seis funções de relaxação. Foi definido que a relação esforço-deformação para um meio viscoelástico isoterma, pode ser escrito como:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = \psi_{ijkl}(\mathbf{x}, t) * \partial_t \epsilon_{kl}(\mathbf{x}, t). \quad (17)$$

Usando a notação Voigt, temos que

$$\sigma = \psi * \partial_t \mathbf{e}. \quad (18)$$

Campo em tempo harmônico são representados pela parte real de

$$[\cdot] \exp(i\omega t), \quad (19)$$

Onde  $[\cdot]$  representa um vetor complexo que só depende das coordenadas espaciais. Substituindo a dependência em tempo na relação de esforço deformação nós obtemos

$$\sigma = \mathbf{P} \cdot \mathbf{e}, \quad (\sigma_I = p_{IJ} e_J), \quad (20)$$

Onde

$$p_{IJ} = \int_{-\infty}^{\infty} \partial_t \psi_{IJ}(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (21)$$

São componentes da matriz  $P(x, \omega)$ . Para meios anelásticos, os componentes de  $P$  são complexos e dependem da frequência. Note que a relação esforço-deformação anelástica discutida por Auld (1990) é um caso particular de (20). Auld introduz uma matriz  $\eta$  viscoelástica tal que  $P(\omega) = C + i\omega\eta$ , com  $C$  sendo a matriz

limite elástico de baixa frequência. Essa equação é correspondente a relação esforço-deformação de Kelvin-Voigt

$$M(w) = M_R + iw\eta. \quad (22)$$

Como pode ser visto em Carcione (1995) nós podemos usar todos os módulos complexos, satisfazendo as seguintes condições :

1. Seja uma função Hermitian de  $w$ .
2. A parte real e imaginária seja muito maior que zero, quando a densidade da energia de deformação e da energia de dissipação são positivas.
3. Os limites de frequências alta e baixa são valores reais e coincidentes com os valores relaxado e não relaxado da função relaxação.
4. As partes real e imaginária são transformadas parciais de Hilbert.
5. Seja analítica na camada de baixo plano complexo  $w$ .

Para descrever as propriedades anelásticas do meio. Os mais simples modelos realísticos é o formado por um único elemento de Zener que descreve cada modalidade elástica da deformação (identificada pelo índice  $\nu$ ), cujo módulo complexo (dimensões) podem ser expressados como

$$M_\nu(w) = \frac{\sqrt{Q_{0\nu}^2 + 1} - 1 + iwQ_{0\nu}\tau_0}{\sqrt{Q_{0\nu}^2 + 1} + 1 + iwQ_{0\nu}\tau_0}, \quad (23)$$

Onde as parametrizações

$$Q_0 = \frac{2\tau_0}{\tau_\epsilon - \tau_\sigma}. \quad (24)$$

e

$$\tau_\epsilon = \frac{\tau_0}{Q_0}(\sqrt{Q_0^2 + 1} + 1) \quad e \quad \tau_\sigma = \frac{\tau_0}{Q_0}(\sqrt{Q_0^2 + 1} - 1). \quad (25)$$

são usadas. Nós veremos que dependendo da classe de simetria, o subscrito  $\nu$  vai de 1 a 6 na maioria. O fator de qualidade  $Q_\nu$ , associado com cada módulo, é igual a parte real de  $M_\nu$ , dividida por sua parte imaginária. Em  $w_0 = 1/\tau_0$ , a curva  $Q_\nu(w)$  tem seu valor mais baixo:  $Q_\nu(w_0) = Q_{0\nu}$ . O limite de alta frequência correspondente para o caso elástico, com  $M_\nu \rightarrow 1$ . Outros módulos complexos também podem ser apropriados exceto (23), conforme a dependencia desejada da atenuação da frequência.

Sendo  $C_{IJ}$  a constante elástica de rigidez (ou relaxação). Onde,  $P_{IJ}(w \rightarrow \infty) = C_{IJ}$ . A lei de Hook pode ser escrita na notação de Voigt ou na notação de Kelvin.

### Equação do movimento SH

Consideremos que o plano  $(x, z)$  é o plano simétrico de um meio monoclinico. Considerando o plano transversal implica que as únicas deformações não nulas são as componentes  $\sigma_{12}$  e  $\sigma_{23}$ . Segue alguns passos para obtenção da equação 3-D do movimento, a formulação do deslocamento da equação do movimento SH é dada por

i) Equação de Euler

$$\partial_t v_2 = \rho^{-1}(\partial_1 \sigma_{12} + \partial_3 \sigma_{23} + f_2) \quad (26)$$

ii) A relação esforço-deformação

$$\begin{aligned} \sigma_4 &= c_{44}e_4 + c_{46}e_6 + c_{44} \sum_{l=1}^{L_2} e_{23l}, \\ \sigma_6 &= c_{46}e_4 + c_{66}e_6 + c_{66} \sum_{l=1}^{L_4} e_{12l}. \end{aligned} \quad (27)$$

iii) Equações em termos da variável de memória

$$\begin{aligned} \partial_t e_{23l} &= \varphi_{2l}(0)e_{23} - \frac{1}{\tau_{(2)}} e_{23l}, \quad l = 1, \dots, L_2 \\ \partial_t e_{13l} &= \varphi_{3l}(0)e_{13} - \frac{1}{\tau_{(3)}} e_{13l}, \quad l = 1, \dots, L_3. \end{aligned} \quad (28)$$

Para maiores detalhes sobre a equação da onda que descreve o comportamento da onda SH são encontradas em Carcione e Carvallini (1995).

### Conclusões

Muitas das aplicações de modelagem sísmica assumem que a subsuperfície do meio é acústico, e só em casos limites é considerado a geologia elástica. Quando o objetivo é modelar uma estrutura geológica real, por exemplo reservatórios de hidrocarbonetos, essa suposição pode não ajustar bem os efeitos como a atenuação e dispersão que são fundamentais na posição e amplitude dos eventos sísmicos.

Este trabalho consiste em um esquema de modelagem que simula a resposta de um meio isotrópico viscoelástico usando um modelo baseado no sólido linear estratificado. O modelo incorpora muitas das dissipações mecânicas presentes nas rochas, em particular as que apresentam relaxação. O tempo de relaxação são os parâmetros para modelar uma realística frequência dependente, fator de qualidade e velocidade da onda.

O exemplo mostra que para o modelamento viscoelástico calculamos a resposta de uma interface separando regiões com diferentes atenuação características. Esse sistema usa uma exemplo de uma malha para um modelo geológico de alta dissipação. A modelagem descreve exatamente a atenuação e a dispersão da onda direta e convertida S. As características viscoelásticas da onda S pode ser controlada independentemente por uma propriedade conhecida como relaxação no tempo.

### Agradecimentos

Roberto H. M. dos Santos agradece a CAPES pelo apoio financeiro. Ambos autores agradecem a prestimosa e desinteressada orientação de estudo recebida do Dr. José M. Carcione. Agradecemos ao apoio da PEGEÉSSE do Brasil a essa pesquisa, através do convênio UFBA/PGS/FAPEX.

### Referências Bibliográficas

- Auld, B. A.** (1990) Acoustic fields and waves in solids, Vol I. Krieger Pulbl. Co.
- Carcione J. M.** (1995) Constitutive model and wave equation for linear, viscoelastic, anisotropic media, *Geophysics*, **60**:537–548.
- Carcione J. M.** (2000) Wave fields in real media. Handbook of Geophysical exploration.
- Kelvin L., Thomson W.** (1856) Elements of a mathematical theory of elasticity, *Phil. Trans. R. Soc. London*, **146**:481–498.
- Pipkin** (1976) Constraints in linearly elastic materials, *Journal of elasticity*, **6**:179–193.
- Reshef M., Kosloff D., Edwards M., Hsiung C.** (1988) Three-dimensional elastic modeling by the fourier method, *Geophysics*, **53**:1184–1193.

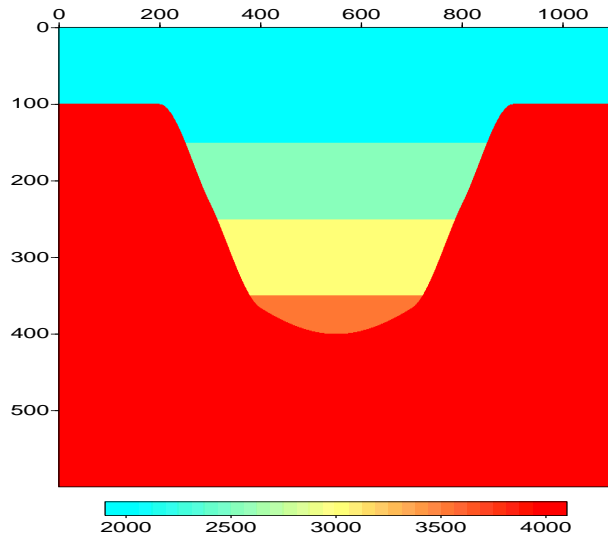


Figura 1: Modelo de velocidade com uma bacia. As camadas são anisotrópicas.

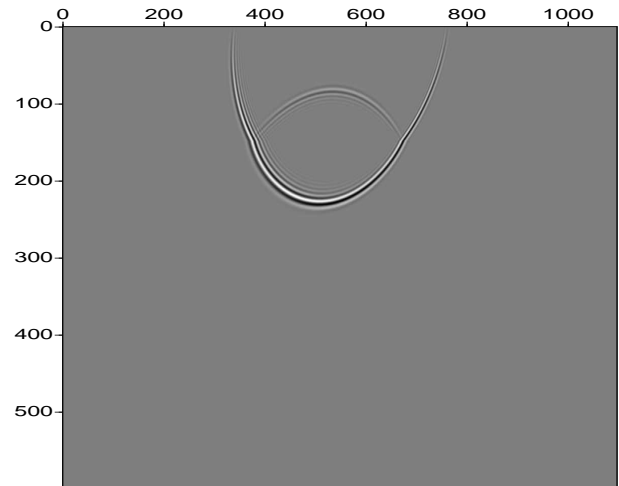


Figura 3: Snapshot do deslocamento da onda SH em 0.3 s, com  $C_{46} = -0.2(C_{44})$ .

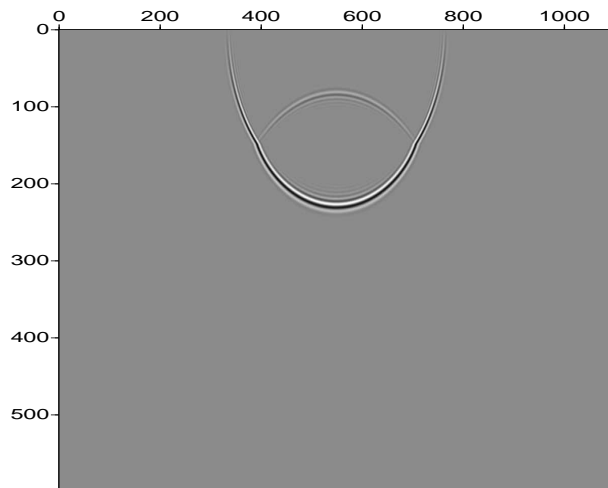


Figura 2: Snapshot do deslocamento da onda SH em 0.3 s, com  $C_{46} = 0$ .

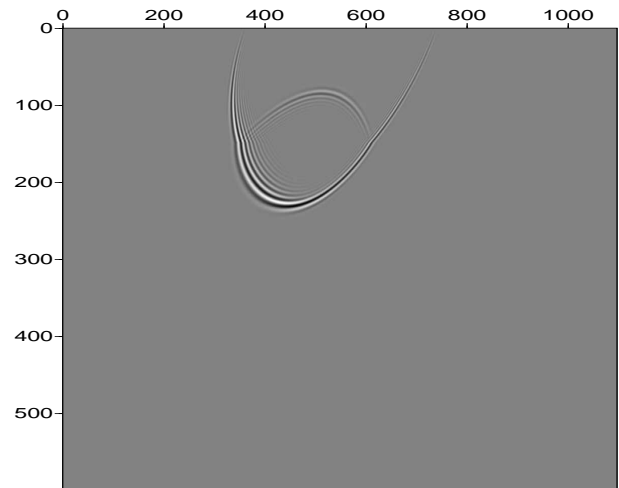


Figura 4: Snapshot do deslocamento da onda SH em 0.3 s, com  $C_{46} = -0.5(C_{44})$ .

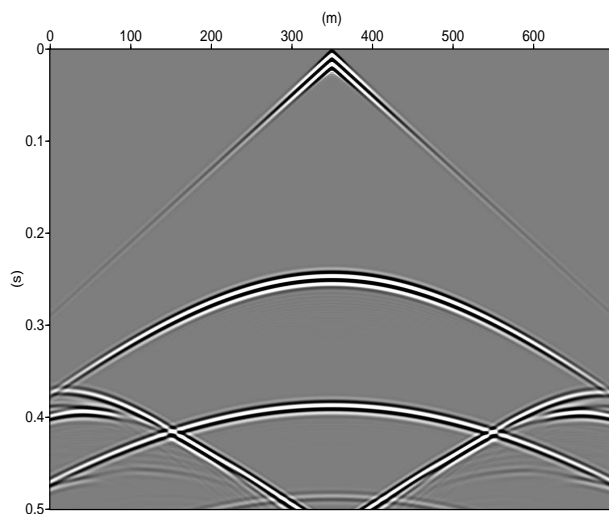


Figura 5: Sismograma sintético de modelagem viscoelástica anisotrópica obtido por DF referente ao modelo da Figura 1. Com  $C_{46} = 0$ ,  $dx = dz = 2m$  e  $dt = 0.0003ms$ .

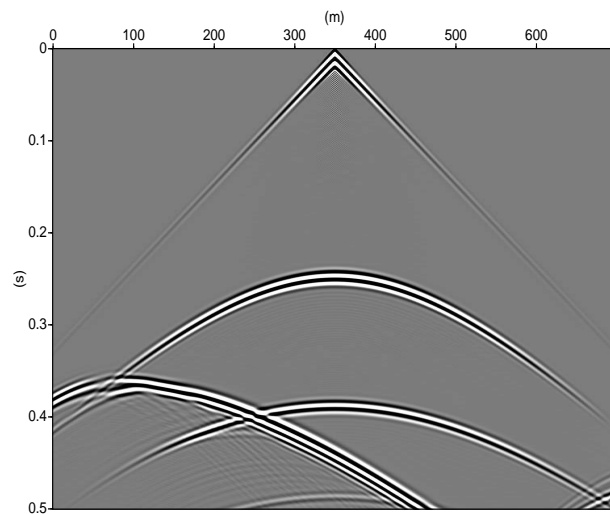


Figura 7: Sismograma sintético de modelagem viscoelástica anisotrópica obtido por DF referente ao modelo da Figura 1. Com  $C_{46} = -0.5(C_{44})$ ,  $dx = dz = 2m$  e  $dt = 0.0003ms$ .

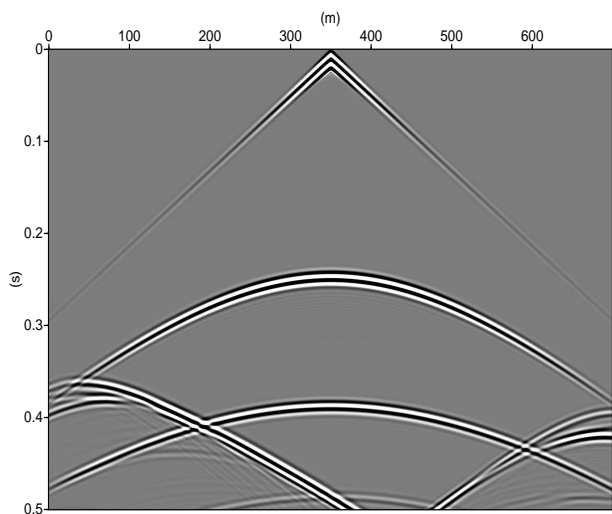


Figura 6: Sismograma sintético de modelagem viscoelástica anisotrópica obtido por DF referente ao modelo da Figura 1. Com  $C_{46} = -0.2(C_{44})$ ,  $dx = dz = 2m$  e  $dt = 0.0003ms$ .