



## O Uso do Geóide no Estudo de Mecanismos de Compensação Isostática

Luiz Gabriel S. de Oliveira – DEFIS/ICEB/UFOP

Denizar Blitzkow – EP/USP

Maria Sílvia C. Barbosa e Issamu Endo – DEGEO/EM/UFOP

Copyright 2005, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 9<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 9<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Ideas and concepts of the text are authors' responsibility and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

In this paper, we present some equations for the determination of the models of isostatic compensation, where geoid anomalies can be applied. This technique is based on the admittance function, which is related with geoid anomalies in the frequency domain by a simple mathematical formulation.

### Introdução

Com o advento de missões espaciais específicas para o estudo do campo gravitacional terrestre, como as missões GRACE e GOCE (Rummel et al., 2002), o conhecimento das ondulações geoidais ganhou cada vez mais importância na formulação de hipóteses sobre a distribuição de densidades no interior da Terra (Chapman, 1979).

Em particular, o estudo das ondulações geoidais pode ser bastante útil na investigação dos mecanismos de compensação isostática ocorrentes na litosfera terrestre (Watts, 2001). Em função dos modelos geopotenciais trabalharem com os comprimentos de onda mais longos do campo gravitacional, sua interpretação possibilita o conhecimento de informações sobre a distribuição de densidades na litosfera terrestre que a gravimetria terrestre tradicional pode não permitir verificar (Oliveira et al., 2004).

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar um procedimento matemático para o cálculo de anomalias geoidais referentes a modelos de compensação isostática, permitindo a utilização do geóide no estudo de processos geodinâmicos que venham a ocorrer nos mais diversos cenários tectônicos, podendo propiciar um melhor conhecimento da estrutura da litosfera terrestre.

### Metodologia

No domínio da frequência, a relação entre os espectros da topografia/batimetria  $H(k)$  e das anomalias gravimétricas  $\Delta g(k)$ , obtidos pela aplicação da transformada de Fourier, se relacionam segundo a seguinte equação

$$Z'(k) = \frac{\Delta g(k)}{H(k)} \quad (1)$$

que é conhecida como função admitância (McKenzie e Bowin, 1976).

Chapman (1979) apresenta uma técnica simples para a obtenção a função admitância relacionada às ondulações geoidais  $Z(k)$ , a partir do conhecimento de  $Z'(k)$ . Esta formulação é dada por

$$Z(k) = \frac{Z'(k)}{gk} \quad (2)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $k$  o número de onda.

Com base na equação (2), serão desenvolvidas expressões para o cálculo de anomalias geoidais teóricas referentes a modelos de compensação isostática da crosta terrestre.

### Modelos Isostáticos

Inicialmente serão apresentadas equações para o cálculo de anomalias geoidais vinculadas aos modelos de compensação de Airy e Pratt, que são encontradas na literatura (Jones, 1983).

Admitindo-se  $\rho_c$  e  $\rho_w$  como sendo os valores de densidade para a crosta oceânica e a água do mar, o modelo de compensação isostática de Airy, em termos de função admitância gravimétrica, é expressa por (McKenzie e Bowin, 1976)

$$Z'(k) = 2\pi G(\rho_c - \rho_w)e^{-kd}(1 - e^{-kt}) \quad (3)$$

onde  $t$  representa a espessura média da crosta,  $d$  a profundidade média da lâmina d'água e  $G$  a constante de gravitação universal. Aplicando a equação (2) em (3), obtem-se

$$Z(k) = \frac{2\pi G}{gk}(\rho_c - \rho_w)e^{-kd}(1 - e^{-kt}) \quad (4)$$

que representa a relação entre as ondulações geoidais e a batimetria.

Para a hipótese de compensação isostática formulada por Pratt, a admitância gravimétrica é dada por (Watts, 2001)

$$Z'(k) = 2\pi G e^{-kd} \left[ (\rho_c - \rho_w) + (\rho_m - \rho_c)e^{-kt_c} - (\rho_m - \rho_w)e^{-k(D'c-t_c)} \right] \quad (5)$$

onde  $\rho_m$  representa a densidade do manto e  $D'c$  a profundidade de compensação. Aplicando a equação (2), obtem-se a função admitância geoidal segundo o modelo de compensação isostática de Pratt

$$Z(k) = \frac{2\pi G}{gk} e^{-kd} \left[ (\rho_c - \rho_w) + (\rho_m - \rho_c)e^{-kt_c} - (\rho_m - \rho_w)e^{-k(D'c-t_c)} \right] \quad (6)$$

As equações (4) e (6) são diretamente aplicáveis no estudo da isostasia ocorrente na crosta oceânica.

Watt (2001) apresenta desenvolvimentos teóricos específicos para o cálculo da função admitância gravimétrica teórica em regiões continentais. Neste estudo serão apresentadas formulações para o uso de anomalias geoidais para apenas dois casos.

#### a) Cargas Superficiais:

A presença de uma topografia  $h(x)$  é responsável pela existência de uma deflexão local  $w(x)$  na interface crosta-manto. Trabalhando no domínio da frequência, a admitância gravitacional para este caso é expressa por

$$Z'(k) = -2\pi G \rho_c e^{-kZ_t} \left[ \frac{Dk^4}{(\rho_m - \rho_c)} + 1 \right]^{-1} \quad (7)$$

onde  $\rho_c$  é a densidade da carga,  $D$  é o módulo de rigidez flexural e  $Z_t$  a espessura crustal média.

Aplicando (2) em (7), é obtida a função admitância geoidal correspondente a este modelo de compensação isostática

$$Z(k) = \frac{-2\pi G}{gk} \rho_c e^{-kZ_t} \left[ \frac{Dk^4}{(\rho_m - \rho_c)} + 1 \right]^{-1} \quad (8)$$

#### b) Cargas Soterradas:

Neste caso, cargas ocorrentes dentro da crosta continental promovem a deformação de sua base devido à movimentação do manto subjacente. A função admitância gravitacional correspondente é expressa por

$$Z'(k) = 2\pi G (\rho_m - \rho_c) \left[ e^{-kZ_t} - \frac{e^{-kZ_L} (Dk^4 + \rho_m g)}{(\rho_m - \rho_c)g} \right] \quad (9)$$

que, aplicada na equação (2), fornece

$$Z(k) = \frac{2\pi G}{gk} (\rho_m - \rho_c) \left[ e^{-kZ_t} - \frac{e^{-kZ_L} (Dk^4 + \rho_m g)}{(\rho_m - \rho_c)g} \right] \quad (10)$$

que é a equação da função admitância geoidal para este caso, com  $Z_L$  sendo a profundidade das forças de ascensão (flutuabilidade) no manto superior, abaixo do nível do mar.

### Discussão e Conclusões

Este trabalho apresentou um conjunto de equações que demonstram a relação entre anomalias geoidais e modelos de compensação isostática ocorrentes na crosta terrestre.

A vantagem de se trabalhar com anomalias geoidais reside no fato de sua maior sensibilidade a mudanças de densidade no manto terrestre (Lambeck, 1988). Esta característica pode influenciar no estudo de mecanismos de compensação isostática em regiões cuja evolução geodinâmica mostra-se complexa, como é o caso do Cráton São Francisco Meridional, e em particular, na região do Quadrilátero Ferrífero (Oliveira et al., 2004).

Em especial, as equações (8) e (10) podem ser utilizadas na obtenção dos parâmetros reológicos  $D$  e  $Te$  (espessura elástica) em regiões marcadas por tectônica compressional (overthrusting), onde distribuições de densidades no manto superior podem subestimar seus reais valores.

Outro ponto importante é a possibilidade de cálculo de anomalias geoidais ( $N$ ) referentes aos modelos de compensação isostática aqui apresentados, no domínio da frequência, multiplicando-se os espectros da batimetria/topografia pelas equações de admitância geoidal. Posteriormente, os valores de  $N$  podem ser determinados com uso da transformada inversa de Fourier.

### Referências

- Chapman, M.**, 1979, Techniques for interpretation of geoid anomalies: Journal of Geophysical Research, Vol. 84, p3793-3802.
- Jones, G. M.**, 1983, Isostatic geoid anomalies over trenches and island arcs: Tectonophysics, Vol. 99, p119-137.
- Lambeck, K.**, 1988, Geophysical Geodesy: the slow deformation of the Earth. Oxford Science Publications, Oxford, UK.
- McKenzie, D. P. e Bowin, C.**, 1976, The relationship between bathymetry and gravity in the Atlantic Ocean: Journal of Geophysical Research, Vol. 81, p1903-1915.
- Oliveira, L. G. S., Barbosa, M. S. C., Endo, I. e Blitzkow, D.**, 2004, Anomalias Geoidais e a Estrutura da Litosfera no Cráton São Francisco Meridional: Simpósio Regional da SBGf, São Paulo. Em CD-ROM.
- Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P. e Woodworth, P.**, 2002, Dedicated gravity field missions – principles and aims: Journal of Geodynamics, Vol. 33, p3-20.
- Watts, A. B.**, 2001, Isostasy and Flexure of the Lithosphere. Cambridge University Press, Cambridge, UK.