



Estimativa de la distribución de la permeabilidad en medios porosos, suavemente heterogéneos

Mariella J. Berrocal Tito^{1*}, Antônio J. Silva Neto¹, Francisco D. Moura Neto¹. ¹Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto Politécnico. IPRJ-UERJ.

Copyright 2008, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumen

Decimos levemente heterogéneos por que consideramos un medio poroso donde el valor máximo de la permeabilidad puede ser hasta 10 veces su valor mínimo. En este trabajo se define ρ como una propiedad del medio inversa de la permeabilidad, ρ es la resistencia del fluido al pasar por un medio. Luego si para un par de fuentes una de inyección y otra de producción, las líneas del campo de velocidad son los posibles caminos del fluido, entonces un arreglo de resistencias que coinciden con las líneas del campo de velocidad representa la oposición que encuentra el fluido al pasar por el medio poroso. Para estimar la distribución de la permeabilidad se estimó primero la resistividad. En este trabajo Los algoritmos empleados para la estimativa de la permeabilidad y resistividad fueron un algoritmo tipo Newton y algoritmo genético.

Introducción

Una mayor recuperación de hidrocarbonatos (petróleo) contenido en un reservorio es el mayor objetivo de las compañías petroleras. Para aumentar el factor de recuperación, la técnica mas usada es la de inyectar agua para forzar la salida del óleo. Líneas de flujo se desenvuelven, entre los pozos inyectoros y productores (succionadores), dependiendo de la distribución espacial de los pozos. La heterogeneidad de la permeabilidad del reservorio es uno de los factores que determina que camino recorre el fluido. La permeabilidad esta relacionado al tamaño de la porosidad que tiene el medio. Si la porosidad es congestionada por partículas indeseables contenidas en el agua, la permeabilidad del reservorio disminuye con el tiempo. (Scheidegger, 1986). Este trabajo puede ser aplicado en los casos donde el valor máximo de la permeabilidad no varia en mas de 10 veces el valor mínimo.

Para tentar estimar la distribución de la permeabilidad consideramos que el sistema está en estado estacionario, esta estimativa puede servir de base para encontrar posteriormente la permeabilidad en función del tiempo.

La estimativa de la distribución de las permeabilidades, tiene muchas aplicaciones como en las áreas de petróleo (Dake, 1979), ingeniería agrícola (Franciss, 2008), ingeniería química (Fávero et al., 2007) y ambiental (Edwards, 2002).

Estimativa de los Campos de Presión y Velocidad

Para modelar el comportamiento de fluidos en medios porosos empleamos las ecuaciones fundamentales de equilibrio, (Strang, 1986 - 1988), (Moura et al., 2001) de donde obtenemos:

$$\begin{cases} V = -\frac{k}{\mu} \nabla p & \text{(Ley de Darcy)} & (1a) \\ \nabla V = 0 & \text{(Ley de balance de masa)} & (1b) \end{cases}$$

donde, C es una matriz, $C(i, j) = \frac{k(i, j)}{\mu(i, j)}$,

k es la permeabilidad,

μ la viscosidad,

V es el vector velocidad, u y v son sus componentes en la dirección x e y respectivamente

p es la presión

f una fuente de inyección o de producción

b una fuente lineal que en este trabajo es cero.

Este sistema puede ser resuelto por diferentes métodos, en este trabajo se utilizó el algoritmo iterativo dado por Gonçalves y Moura, descrito en forma detallada en la tesis de Gonçalves, 2007.

Al resolver este sistema se observa la dependencia de p en k , De ahí que las medidas de las presiones, T , pueden ser escritas como

$$T = p(k) \quad (2)$$

Consideraciones previas sobre la partición del dominio y los datos experimentales

Para la partición del medio se empleó una malla regular, $I \times J$, donde I indica el número de particiones en el eje X y J en el eje Y . Cada cuadrilátero generado por la

partición es denominado elemento de área. Los elementos de área fueron enumerados con $e = 1, 2, \dots, E$,. Siendo E es el número total de elementos de área del dominio. Como es presentado en la figura 1.

$I=5$	$e=1$	2	3	4	5
	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15
	16	17	18	19	20
	21	22		24	$E=25$
0,0					$J=5$

Figura 1. Enumeración de los elementos de área

Las medidas experimentales de presión, son realizadas en pares, en las posiciones de una fuente de inyección, f^+ , y de una fuente de producción, f^- , con $m = 1, 2, \dots, M$, donde m indica un par de medida y M el número total de pares de medidas.

La Fig. 2 muestra las medidas pares que se pueden tener con 3 fuentes de inyección y 7 de producción. Los cuadrados verdes indican las fuentes de producción y los otros cuadrados las fuentes de inyección. En este caso $M=21$.

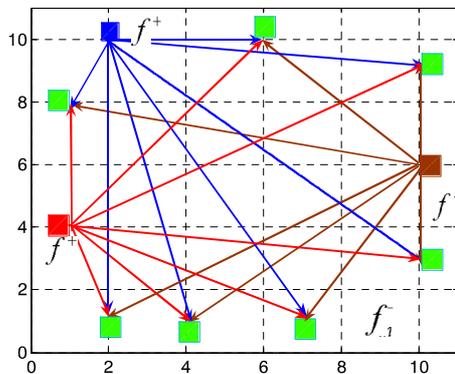


Figura 2 – Pares de medidas. 3 f^+ y 7 f^-

Se tiene que para un par de fuentes f^+ y f^- , de igual intensidad, las líneas que forman el campo de velocidad son los posibles caminos por donde puede pasar el

fluido, como se observa en la Fig. 3, donde ρ_1, ρ_2, \dots , representan una resistividad del fluido en el elemento de área 1, 2, ..., respectivamente, y la línea en zigzag representa la resistencia de uno de los caminos.

Para medios donde la permeabilidad máxima no es mayor a 10 veces el valor mínimo las líneas del campo de velocidad no varía en forma substancial.

La figura 4, muestra un ejemplo de medio heterogéneo formado por dos regiones con permeabilidades 8 veces el valor de a otra.

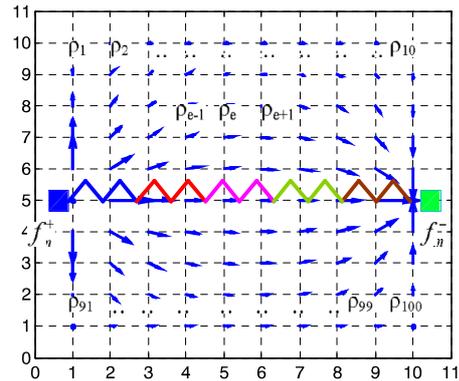


Figura 3. Campo de velocidad

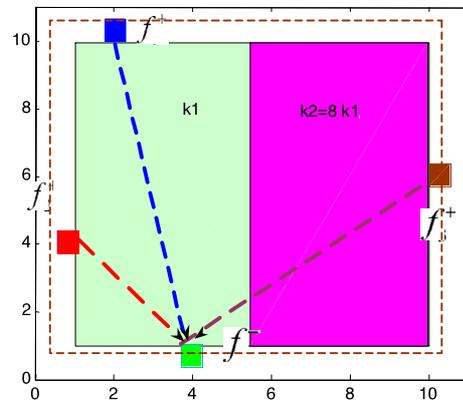


Figura 4. Medio heterogéneo

Las figuras: 5a, 5b, y 5c, muestran los campos de velocidad para 3 fuentes de inyección y una de producción, en el medio heterogéneo de la figura 4.

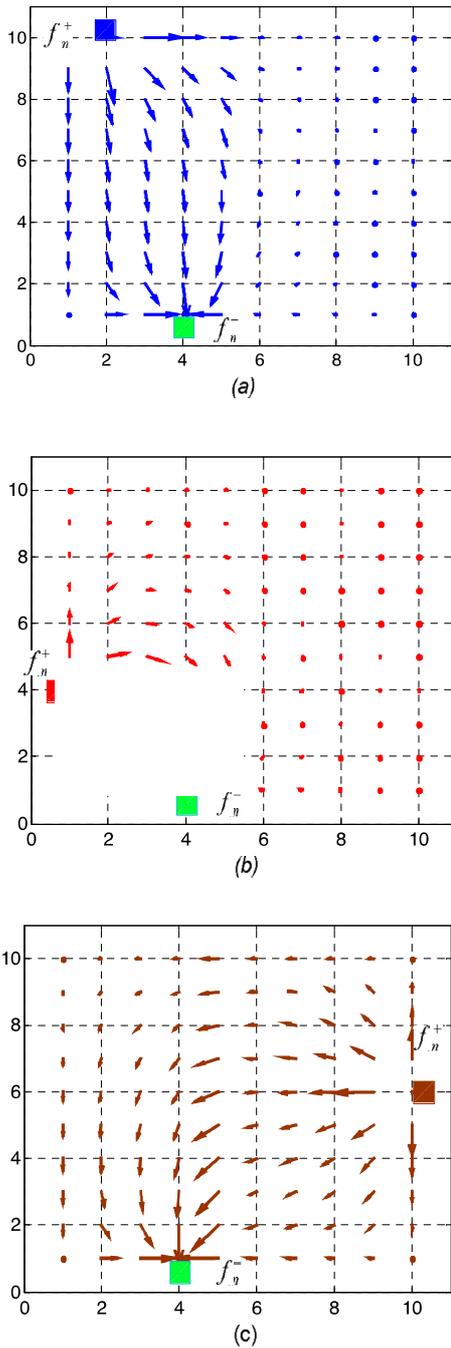


Figura 5. Campo de velocidad para un medio heterogéneo formado por dos regiones

La resistencia que ofrece cada camino al paso del fluido, puede ser estimada como la suma de las resistencias de

cada elemento de área que forma el camino. La resistencia de cada elemento de área es aproximada como:

$$r_e = \rho_e l_e, \text{ con } \rho_e = 1/k_e \quad (3)$$

donde ρ es la resistividad y l_e la longitud interceptada entre el camino y el elemento de área e .

Para cada par de fuentes va a existir un arreglo de resistencias, que puede ser representado por una sola, χ_m , o subíndice, m indica que esta relacionada a las fuentes f_n^+ y f_n^- .

$$\chi_m = \sum_{n=1}^N \frac{1}{\sum_{e \in \text{camino } n} \rho_e l_e} \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

Siendo N el número total de caminos considerados por cada par de fuentes, o el de líneas en cada campo de velocidad. Asumimos que N va ser igual al valor mayor entre I y J .

Sea R el vector formado por todas las resistividades de los elementos de área que forman el dominio, luego χ_m de

forma:

$$\chi_m = G_m(R) \quad , \text{ con } m = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

Luego para M pares de medidas tendremos las funciones G_m con. $m = 1, 2, \dots, M$.

Estimativa de la permeabilidad

Sea K el vector formado por las permeabilidades de todos los elementos de áreas, k_e , que forman el dominio, K esta relacionado con el vector R por:

$$k_e = 1/\rho_e, \text{ con } e = 1, 2, \dots, E. \quad (6)$$

Luego tenemos de la Ec. (2)

$$T = p(R) \quad (7)$$

Dadas las medidas experimentales de presión, T_m , $m = 1, 2, \dots, M$, se va a estimar el vector R , con una estrategia formada por 2 pasos.

Paso 1

Considerando que para un par de medidas T_m existe un vector solución Γ_m formado por las resistividades de un medio homogéneo ρ_m , que minimiza la funcional

$$H_m = |T_m - p(\Gamma_m)|^2, \text{ con } m=1,2,\dots,M \quad (8)$$

Es decir con un par de datos T_m vamos a encontrar una incógnita ρ_m . Para la estimativa de ρ_m se puede usar el método de mínimos cuadrados (Silva Neto et al., 1999). En este trabajo se resolvió de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \rho_{+m}} \\ \frac{\partial}{\partial \rho_{-m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{+m}}{\partial \rho_{+m}} \\ \frac{\partial p_{-m}}{\partial \rho_{-m}} \end{bmatrix} \Delta \rho_m = \begin{bmatrix} (\Gamma_m)_{+m} - T_{+m} \\ (\Gamma_m)_{-m} - T_{-m} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Los sub. índices $+m$ y $-m$ indican la posición de la fuente de inyección y de producción, respectivamente

Si:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \rho_{+m}} & \frac{\partial p_{+m}}{\partial \rho_{+m}} \\ \frac{\partial}{\partial \rho_{-m}} & \frac{\partial p_{-m}}{\partial \rho_{-m}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

El sistema (9) fue resuelto de forma iterativa,

$$\rho_n^\gamma = \rho_n^{\gamma-1} - (A^\gamma)^{-1} A^\gamma T_m \quad (11)$$

$$B_{jj} = \frac{1}{\rho_n^\gamma} (A^\gamma A)_{i,j}; \quad j=1,2, \quad (12)$$

donde γ indica una determinada iteración, A^γ es la transpuesta de A , en menos de 10 iteraciones este algoritmo converge. El valor inicial usado para $\rho_n^0 = 0,1$.

Con los valores calculados de ρ_m y la Ec. (4), podemos encontrar los valores de χ_m .

Luego para un conjunto de M pares de medida obtendremos χ_m , $m=1,2,\dots,M$ valores de resistencias.

Paso 2

Siendo R el vector solución de las resistividades que deseamos estimar, R debe cumplir con la Ec. (5) y minimizar la funcional:

$$F = \left| \sum_{m=1}^M G_m(\Gamma_m) - G_m(R) \right|^2 = \left| \sum_{m=1}^M \chi_m - G_m(R) \right|^2 \quad (13)$$

con $m=1,2,\dots,M$

para la estimativa de R , se sugiere el uso de algoritmos genéticos (Mitchell, 1996).

Resultados previos

En los ejemplos a seguir las medidas entre los pares de las fuentes, fueron tomadas como muestra la Fig. 6.

En el primer y segundo ejemplo se utilizó una malla de 4x4, con $M=8$, pares de medidas.

En el tercer ejemplo se empleó una malla de 10x10 con $M=20$ pares de medidas. La intensidad para cada fuente $f_n^+ = 1$ y $f_n^- = -1$.

En los 3 ejemplos se dio por conocidos los posibles valores de las permeabilidades del medio y se recuperó al 100 por ciento la distribución de las permeabilidades. Las Figs. 7 y 8 presentan las permeabilidades recuperadas en una malla de 4x4 y la Fig. 9 para una malla de 10x10.

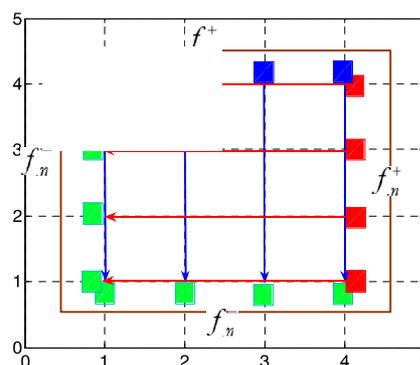


Figura 6. Geometría empleada para obtener las medidas

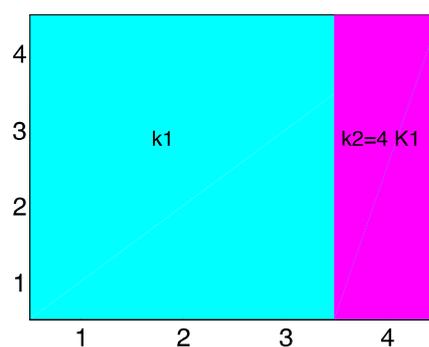


Figura 7. Estimativa de permeabilidad. Ejemplo 1

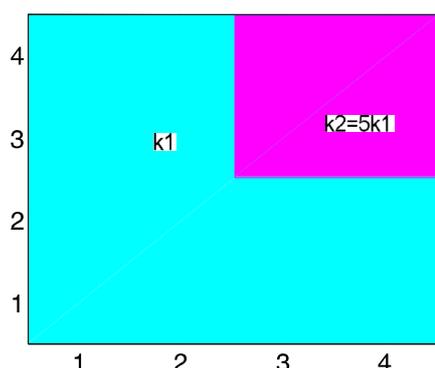


Figura 8. Estimativa de permeabilidad. Ejemplo 2

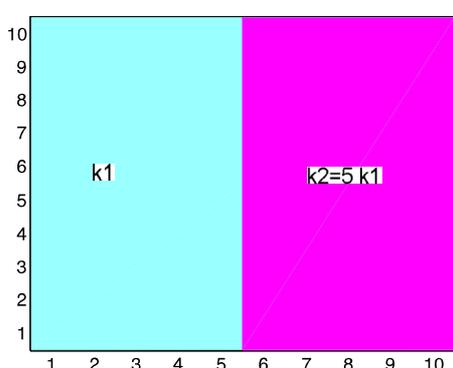


Figura 9. Estimativa de permeabilidad. Ejemplo 3

Discusión y Conclusiones

Estos primeros resultados obtenidos nos dan seguridad para seguir adelante. Sabemos que hay mucho trabajo por realizar.

Actualmente se está desarrollando un software que nos genere la intersección de las líneas del campo de velocidad con los elementos de áreas, a partir de las posiciones de las fuentes. Eso nos permitirá tener más datos para estimar la distribución de las permeabilidades, y trabajar en mallas más grandes.

El tiempo computacional del problema inverso depende del tiempo computacional del problema directo. Por lo que mallas grandes van a precisar de un súper computador y de programación en paralelo.

Este trabajo forma parte de poder encontrar las permeabilidades en el tiempo, para la simulación de accidentes, entre otras aplicaciones.

Este método no puede ser usado en medios heterogéneos donde la permeabilidad está diferenciada entre más de 10 a 1. Debido a que las líneas del campo de velocidades se desforma dependiendo de la

geometría de las perturbaciones. Este es un problema que aun estamos resolviendo.

Agradecimientos

M.J. Berrocal Tito, fue financiado por el Consejo Nacional de desenvolvimiento Científico y Tecnológico (CNPq.).

Referencias

Dake, L. P., 1979. Fundamentals of Reservoir Engineering, Elsevier Scientific Publishing company, new York.

Edwards, C. A., 2002. Assessing the effects of environmental pollutants on soil organisms, communities, processes and ecosystems. *European Journal of Soil Biology*. 38, 225-231.

Fávero, J. L, Muniz, A. R. & Santos, R. P. B., 2007. Análise teórico-experimental da dispersão de poluentes líquidos em solos. *Eng. Sanit. Ambient.* 12, 4.

Franciss, F. O., 2008. Hidráulica de Meios Permeáveis: Escoamento Em Meios Porosos. Interciencia, São Paulo.

Gonçalves, F., 2007. Tesis de doctorado, Instituto Politécnico, Universidad Estadual do Rio de Janeiro, disponible en: www.bdt.d.uerj.br/tde_busca/processaArquivo.php?codArquivo=197&PHPSESSID=e202c8d8fd02a70efe8567bc72be5628

Mitchell M., 1996. An Introduction to Genetic Algorithms. MIT Press, 1996.

Moura Neto, F. D., Gonçalves, F. & Carmona, M. R. M., 2006. A semi-Lagrangian level set method for capturing interfaces in a porous medium. *Journal of Porous Media*, 9, 155-168.

Moura, F. D. N. & Melo, S. T. R., 2001. Darcy's law for a heterogeneous porous medium. *Journal of Porous Media*, Begell House, Inc., 4(2), 165-178.

Scheidegger, A. E., 1974. The Physics of Flow Through Porous Media: 3rd edn. University of Toronto Press.

Silva Neto, A. J., Moura Neto, F.D. Escolha de Modelos – Problemas Inversos em Engenharia. 1999.

Strang, G, 1988. A framework for equilibrium equation. *SIAM Ver*, 30(2), 283-297.

Strang, G. 1986. Introduction to Applied Mathematics, Wellesley - Cambridge Press, Philadelphia.