



## Indução eletromagnética multi-freqüência de um corpo esférico

Eduardo Naomitsu Agapito Urasaki e Hédison Kiuity Sato, CPGG/IGEO/UFBA

Copyright 2008, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

*Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.*

### Abstract

The model of a conducting and permeable sphere, that may represent a massive mineralized body, was analyzed qualitatively in the frequency domain for the effect of the variation of the parameters of the acquisition (coil separation and depth to center of sphere), in the mutual impedance, for usual arrangements in the geophysical EM prospecting. The analysis of the mutual impedance for three synthetic models allowed to observe: (i) the arrangements HCP (horizontal coplanar) and VCP (vertical coplanar) always possess symmetrical profiles in relation to the center of the sphere, being this last entirely positive, while PERP (perpendicular), although not having coupling with the primary field, produce complex anomalies, more difficult to interpret; (ii) larger separation between transmitter and receiver reduces the intensity of the primary field in the receiver, increases the magnitude of the response, and modifies the shape of the anomaly; and (iii) increasing the frequency modifies the magnitude of the response: the in-phase part increases, while the quadrature part depends on the parameters of the body and the acquisition.

### Resumo

O modelo de uma esfera condutora e permeável, que representa um corpo mineralizado maciço, foi analisado qualitativamente, no domínio da freqüência, para os efeitos da variação dos parâmetros da aquisição (espaçamento transmissor-receptor e distância vertical ao centro da esfera), na impedância mútua, para os arranjos mais comumente utilizados na geofísica de prospecção. A análise da impedância mútua para três modelos sintéticos permitiu observar que: (i) os arranjos HCP (horizontal coplanar) e VCP (vertical coplanar) possuem perfis simétricos em relação ao centro da esfera, sendo este último sempre positivo, enquanto que PERP (perpendicular), apesar de não ter acoplamento com o campo primário, possui anomalias mais complexas, dificultando sua interpretação; (ii) maior afastamento entre transmissor e receptor reduz a intensidade do campo primário no receptor, aumenta a magnitude da resposta, e altera a forma da anomalia; e (iii) o aumento da freqüência modifica a magnitude da resposta: a parte em fase tende a aumentar, enquanto que a em quadratura continua dependente dos parâmetros do corpo e da aquisição.

### Introdução

O método eletromagnético tem sido intensivamente utilizado na prospecção geofísica como um meio eficaz para a exploração e detecção de corpos geológicos que exibem acentuado contraste de condutividade com o meio em que estão inseridos, existindo atualmente considerável quantidade de sistemas e métodos disponíveis. Não tão recente, foram introduzidos os sistemas que operam a multi-freqüência.

A resposta eletromagnética de corpos condutores com simetria esférica tem sido do constante interesse dos geofísicos, devido às suas possíveis aplicações na prospecção de corpos mineralizados maciços – de grande interesse econômico – e por constituir a geometria de dimensões finitas mais simples.

O modelo analítico de uma esfera condutora e homogênea demonstrou sua utilidade como elemento guia na interpretação de resultados experimentais de prospecção eletromagnética.

Este modelo tem sido investigado no espaço livre (Wait & Spies, 1969; Nabighian, 1970; Lodha & West, 1976; Best & Shamma, 1979), contendo camadas esféricas (Guedes, 1979; Fuller, 1971; Nabighian, 1971) ou inserida num meio condutivo (Singh, 1973).

É neste contexto que verificou-se a importância de representar computacionalmente o modelo de uma esfera condutora e permeável situada num meio infinitamente resistivo sob a ação de um dipolo magnético oscilante no intervalo da aproximação quase-estática, obtendo a resposta eletromagnética, que controla o comportamento do campo magnético secundário na região exterior à esfera.

O desenvolvimento desse programa permitiu o estudo em multi-freqüência para os efeitos da variação dos parâmetros da aquisição (espaçamento transmissor-receptor e distância vertical ao centro da esfera), na impedância mútua, para os arranjos mais comumente utilizados na geofísica de prospecção.

Por ser um programa de fácil manuseio e livre distribuição, serve tanto como material didático para as disciplinas de geofísica correlatas, como também ferramenta de modelagem e interpretação de dados na execução de trabalhos de pesquisa.

### Metodologia

O cálculo da impedância mútua foi feito com expressões bastante conhecidas na literatura, Wait (1955) e Grant &

West (1965), conjuntamente com procedimentos numéricos dados por Abramowitz & Stegun (1970).

Uma análise dos parâmetros da elipse de polarização (*tilt angle* e elipticidade) foram feitas por Grant & West (1965) e Smith & Ward (1974), sendo que os cálculos foram desenvolvidos baseados na descrição de Sampaio (2006).

Em Urasaki (2007) há uma descrição minuciosa de todos os procedimentos matemáticos e computacionais para o desenvolvimento de um programa que calcula a impedância mútua e a elipse de polarização, de modo que no presente artigo tem-se uma parte desses resultados, no que concerne à impedância mútua.

### Resultados

Realizados os procedimentos computacionais, obteve-se um programa em *Fortran 90/95* capaz de fornecer a resposta eletromagnética multi-freqüência no intervalo quase-estático para o modelo de uma esfera condutora e permeável inserida num meio resistivo sob a ação de um campo dipolar.

Examinaremos, qualitativamente, a impedância mútua para os arranjos mais comumente utilizados, o horizontal coplanar (HCP), o perpendicular (PERP) e o vertical coplanar (VCP), para três modelos, sendo dois gerados pela alteração de uma das propriedades do primeiro, os quais compararemos entre si.

Os parâmetros do primeiro modelo estão descritos na Tabela 1, e os resultados obtidos encontram-se na Figura 1, em que a locação da resposta é atribuída na posição da meia distância transmissor–receptor (Tx-Rx).

Tabela 1 – Descrição dos parâmetros do modelo 1.

Parâmetro	Valor
Raio da esfera	50 m
Condutividade elétrica da esfera	$1 \text{ Sm}^{-1}$
Permeabilidade magnética da esfera	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1} (\mu_0)$
N-ésima freqüência da corrente no dipolo transmissor	$21 \times 8^{n-1} \text{ Hz}$ , $n = 1, \dots, 5$
Momento magnético do dipolo transmissor	$1 \text{ A m}^2$
Distância transmissor–receptor	1 m
Distância vertical (eixo z) do centro da esfera ao plano do levantamento (plano x-y)	100 m

Para o segundo modelo, a única alteração, em relação aos parâmetros do primeiro, é a distância vertical, de 100 m para 50 m, de forma que a esfera tangencia o plano do levantamento. Os perfis correspondentes para o mesmo grupo e ordem dos arranjos estão na Figura 2.

Já para os parâmetros do terceiro modelo, a mudança foi no aumento da separação transmissor–receptor em 100 vezes, de 1 m para 100 m, em que os gráficos correspondentes podem ser observados na Figura 3.

Pela análise dos três modelos pode-se concluir que:

1. As configurações HCP e VCP são simétricas em relação ao centro da esfera, permitindo uma primeira estimativa da sua posição espacial;
2. O arranjo PERP não possui o componente do campo primário no campo total, todavia, apresenta anomalias mais complexas, de modo que a forma da anomalia em quadratura é significativamente diferente da em fase (Figura 3b), indicando que a resposta não é puramente dipolar (Frischknecht et al., 1991);
3. A anomalia do VCP é completamente positiva. Segundo Frischknecht et al. (1991) devido a esta propriedade um simples perfil pode ser utilizado para distinguir entre um corpo aproximadamente equidimensional de um longo cilindro de mesma seção transversal;
4. Para a parte em fase, a magnitude é crescente com a freqüência e, para a parte em quadratura, a maior magnitude fica numa certa faixa da freqüência, que depende dos parâmetros do corpo e da aquisição. Ambos os casos estão diretamente relacionados à *função resposta*, tal que, para a parte em fase, quanto maior o *parâmetro resposta* mais próximo do limite indutivo e maior a magnitude (até saturar na magnitude máxima, que é igual a 1), e para a parte em quadratura, o valor máximo encontra-se numa pequena faixa do domínio da freqüência;
5. Uma maior separação entre os dipolos contribui para minimizar o efeito do campo primário no receptor, como também aproximar a bobina transmissora de dimensões finitas em um dipolo magnético oscilante, contudo, distâncias demasiadas podem acarretar em perda do sinal da resposta eletromagnética da esfera, tendo em vista o afastamento entre o transmissor e/ou receptor dela, assim como, infligir o limite da aproximação quase-estática (de acordo com Grant e West (1965) essa distância deve ser inferior a 1 km);
6. A magnitude da resposta depende dos parâmetros da esfera e da aquisição, desta forma, a utilização de multi-freqüência é essencial para garantir que pelo menos uma das respostas obtidas seja apreciável, já que se for nula ou próxima disso (lembrar que o ruído está presente nos levantamentos reais), indicará, a princípio, que não há nenhum corpo em subsuperfície, ou ainda, que suas propriedades não diferem consideravelmente da encaixante.

### Conclusões

Foi possível representar na forma computacional a resposta eletromagnética para o modelo de uma esfera condutora e permeável situada num meio infinitamente resistivo sob ação de um dipolo magnético oscilante no intervalo da aproximação quase-estática para até 60

multipolos e parâmetro resposta de  $10^{-300}$  a  $10^{300}$  ordens de grandeza com desvio médio relativo de  $\pm 10^{-15}$ .

A análise qualitativa da impedância mútua para três modelos sintéticos permitiu observar que a magnitude e forma da anomalia sofrem influência de muitos fatores, portanto, a escolha dos parâmetros da aquisição são de fundamental importância para o sucesso da pesquisa, de modo que: (i) os arranjos HCP e VCP possuem perfis simétricos em relação ao centro da esfera, sendo este último sempre positivo, enquanto que PERP, apesar de não ter acoplamento com o campo primário, possui anomalias mais complexas, dificultando sua interpretação; (ii) um maior afastamento entre transmissor e receptor reduz a intensidade do campo primário no receptor, aumenta a magnitude da resposta, e altera a forma da anomalia; e (iii) o aumento da frequência modifica a magnitude da resposta: a parte em fase tende a aumentar, enquanto que a em quadratura continua dependente dos parâmetros do corpo e da aquisição.

Assim, o emprego do programa em áreas em que se tenha uma noção do corpo pode contribuir para o sucesso da pesquisa, tendo em vista que já se pode ir em campo prevendo os resultados a serem obtidos. Neste caso, o campo serve de verificação da hipótese. E quanto às áreas virgens, a confirmação de que os parâmetros escolhidos para o levantamento permitem a obtenção de resultados satisfatórios, para diferentes modelos do corpo, incrementa o êxito da aquisição.

Dessa forma, possibilita sua utilização como ferramenta de modelagem e interpretação nos trabalhos de pesquisa, bem como material didático nas disciplinas de geofísica correlatas.

Além disso, o programa admite a incorporação de novos algoritmos (subrotinas), haja vista que é de livre distribuição, permitindo sua adaptação a estudos mais específicos, bem como a utilização das suas subrotinas em outros programas de interesse.

#### Agradecimentos

Eduardo Urasaki agradece à SBGf pelo patrocínio na forma de bolsa de estudos.

#### Referências

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A., 1970. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. Dover Publications, New York, USA.
- Best, M. E. & Shamma, B. R., 1979. A general solution for a spherical conductor in a magnetic dipole field. *Geophysics*, 44(4): 781–800.
- Frischknecht, F. C., Labson, V. F., Spies, B. R. & Anderson, W. L., 1991. Profiling methods using small sources. In: Nabighian, M. N. (Ed.), *Electromagnetic methods in applied geophysics*, vol. 2, application, parts A and B de Investigations in geophysics no. 3, cap. 3, p. 105–270, SEG, Tulsa, Oklahoma.

Fuller, B. D., 1971. Electromagnetic response of a conductive sphere surrounded by a conductive shell. *Geophysics*, 36(1): 9–24.

Grant, F. S. & West, G. F., 1965. *Interpretation theory in applied geophysics*. McGraw-Hill, New York, USA.

Guedes, C. D., 1979. Indução eletromagnética em um sistema de multi-camadas esféricas condutoras e permeáveis, separadas pelo vácuo. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador (BA), Brasil. 117 p.

Lodha, G. S. & West, G. F., 1976. Practical airborne EM (AEM) interpretation using a sphere model. *Geophysics*, 41(6A): 1157–1169.

Nabighian, M. N., 1970. Quasi-static transient response of a conducting permeable sphere in a dipolar field. *Geophysics*, 35(2): 303–309.

Nabighian, M. N., 1971. Quasi-static transient response of a conducting permeable two-layer sphere in a dipolar field. *Geophysics*, 36(1): 25–37.

Sampaio, E. E. S., 2006. Campo eletromagnético devido a uma linha de dipolos elétricos em um meio condutor. Editora da Universidade Federal da Bahia, Salvador (BA), Brasil.

Singh, S. K., 1973. Electromagnetic transient response of a conducting sphere embedded in a conductive medium. *Geophysics*, 38(5): 864–893.

Smith, B. D. & Ward, S. H., 1974. On the computation of polarization ellipse parameters. *Geophysics*, 39(6): 867–869.

Urasaki, E. N. A., 2007. Indução eletromagnética multi-frequência de um modelo esférico condutor e permeável no intervalo da aproximação quase-estática. Trabalho de Graduação, Universidade Federal da Bahia, Salvador (BA), Brasil. 86 p.

Wait, J. R. & Spies, K. P., 1969. Quasi-static transient response of a conducting permeable sphere. *Geophysics*, 34(5): 789–792.

Wait, J. R., 1955. Mutual electromagnetic coupling of loops over a homogeneous ground. *Geophysics*, 20(3): 630–637.

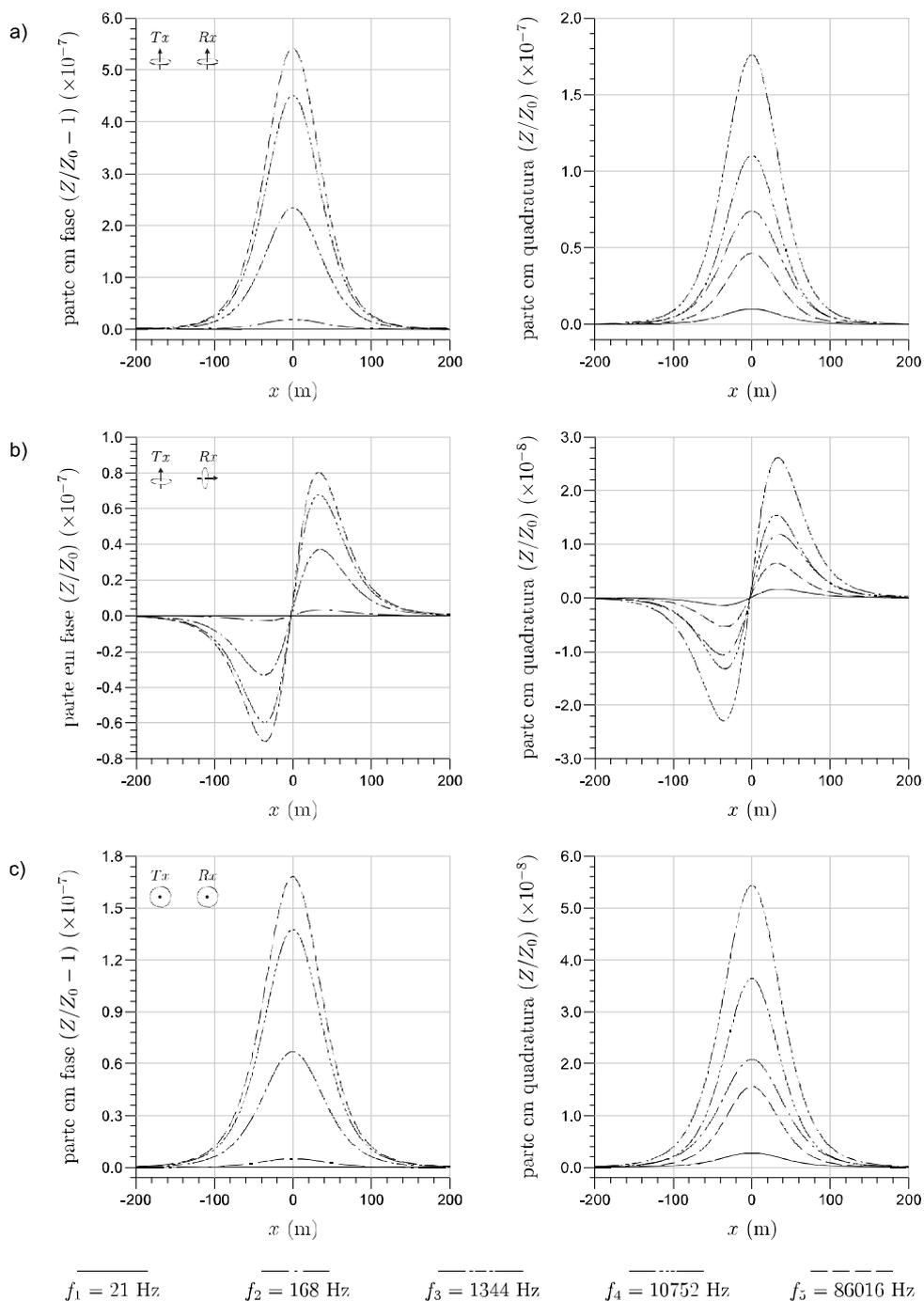


Figura 1 – Impedância mútua multi-freqüência com os parâmetros dados pelo modelo 1 para os arranjos HCP (a), PERP (b) e VCP (c).

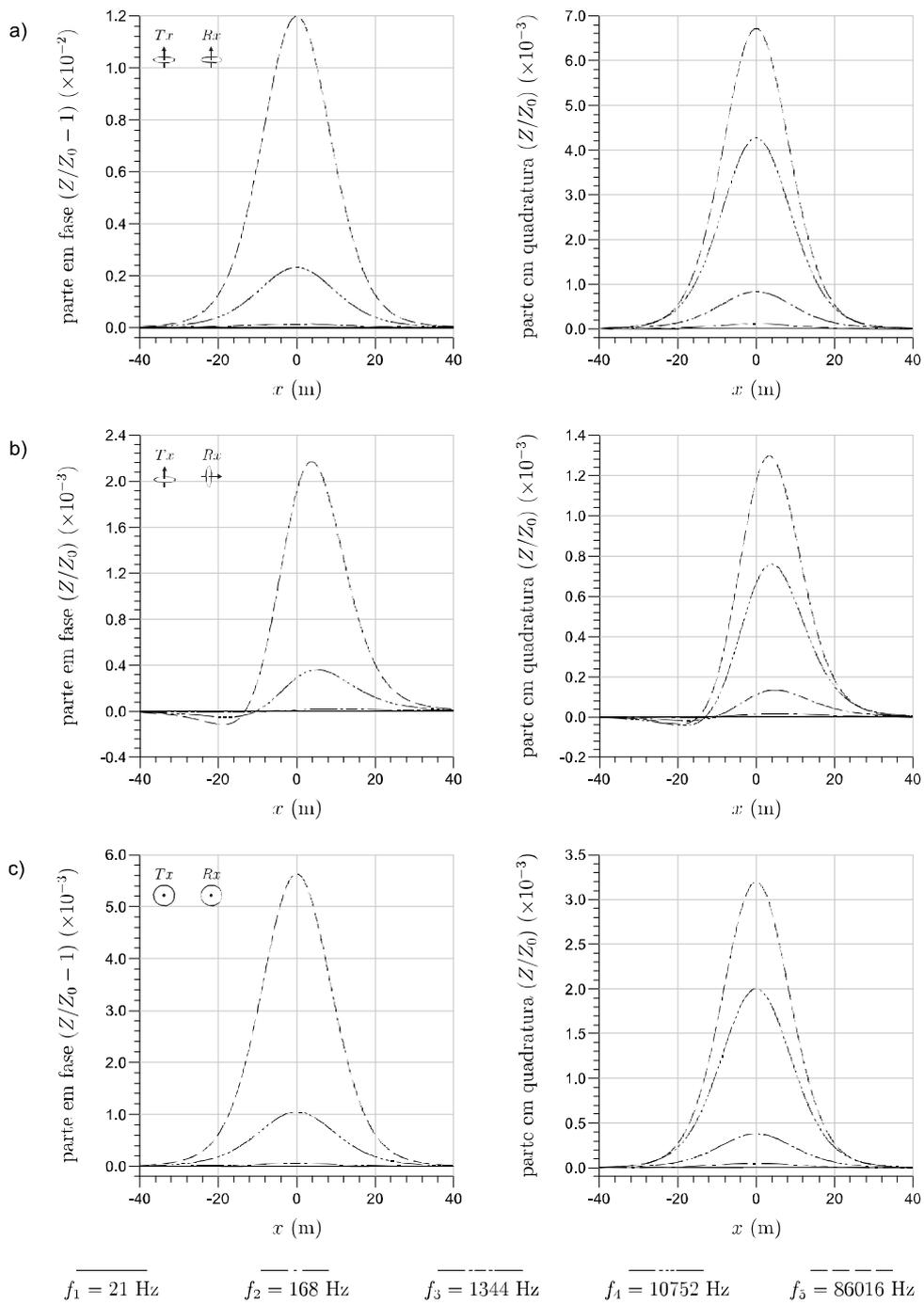


Figura 2 – Impedância mútua multi-freqüência com os parâmetros dados pelo modelo 2 para os arranjos HCP (a), PERP (b) e VCP (c).

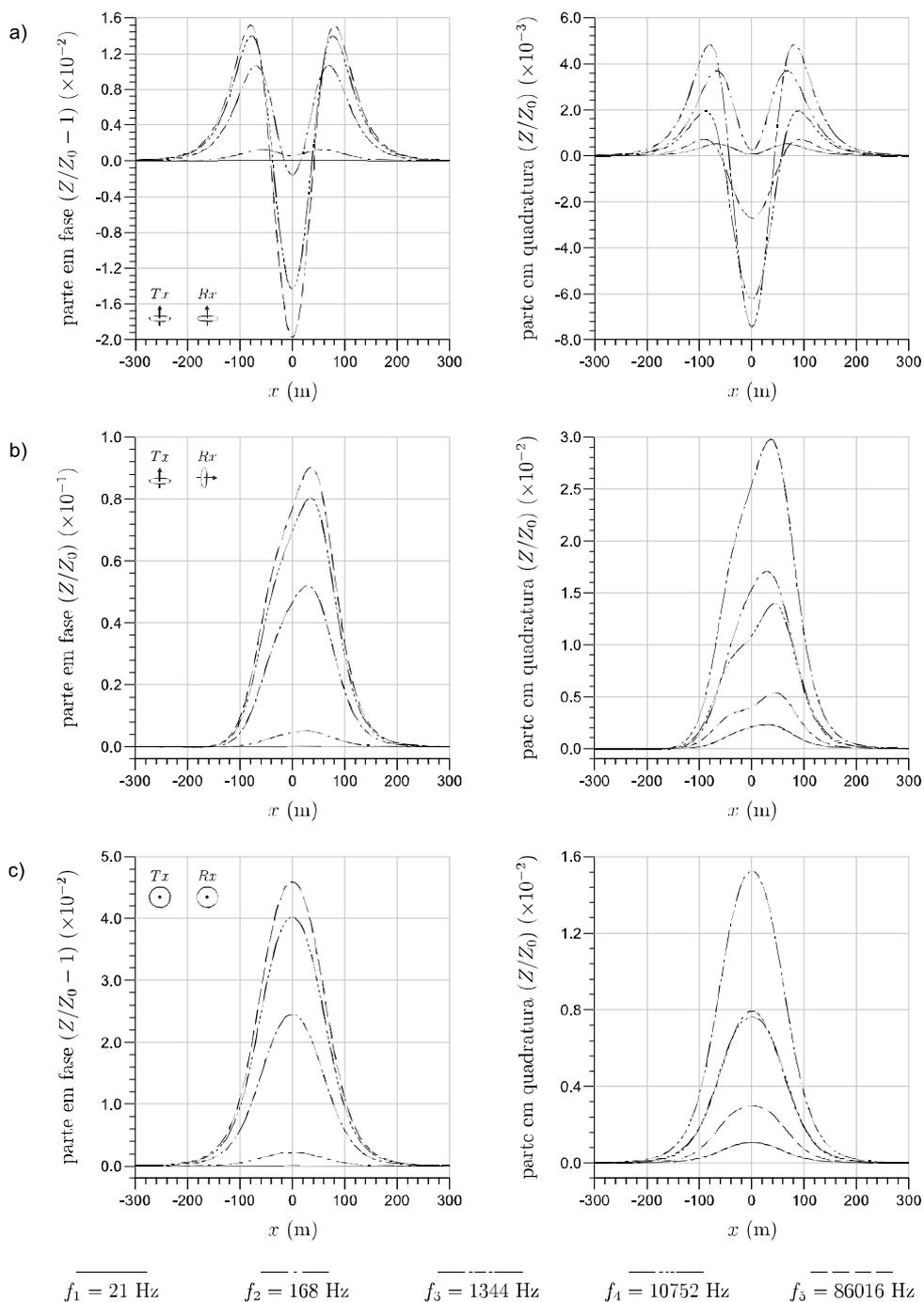


Figura 3 – Impedância mútua multi-freqüência com os parâmetros dados pelo modelo 3 para os arranjos HCP (a), PERP (b) e VCP (c).