



Diferentes parametrizações do campo de velocidades sísmicas do modelo geológico da quebra da plataforma continental.

Jorge Luís dos Santos Santana¹ & Wilson Mouzer Figueiró¹, 1 - Instituto de Geociências - CPGG-UFBA.

Copyright 2008, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

Resumo

Neste trabalho são obtidas diferentes parametrizações do campo de velocidades sísmicas inerentes ao modelo geológico da quebra da plataforma continental, também denominada talude. O campo de velocidades é representado por cinco tipos distintos de parametrizações, são elas: blocos, polinomiais, trigonométricas, B-splines (linear e quadrática) e ondaletas (Haar, Chapéu Mexicano e Morlet). As características cinemáticas e geométricas do modelo ficam embutidas nos coeficientes das parametrizações. Tais coeficientes são obtidos através de ajuste pelo método de mínimos quadrados.

Introdução

Devido à sua alta complexidade e ao seu caráter qualitativo, modelos geológicos devem ser parametrizados a fim de que os seus aspectos de interesse possam ser representados e tratados quantitativamente, isto é, permitir que o modelo possa ser representado por um conjunto de valores numéricos (parâmetros) e imageado através do cálculo (estimativa) de tais parâmetros. No presente trabalho, o aspecto do modelo que é parametrizado é a velocidade sísmica compressional de suas rochas, ou seja, de seu campo de velocidades sísmicas compressoriais.

Modelo do Talude

O desenvolvimento deste trabalho teve como base o modelo geológico da quebra da plataforma continental (talude), Figura 1, extraído da literatura geológica (Morelock, 2004). Neste modelo foi delimitada a região de interesse cujas dimensões são: 32,0 km x 4,0 km e foram lançadas duas malhas distintas, identificadas como: malha A (Figura 1), e malha B (Santana, 2008).

O modelo em estudo é bastante heterogêneo, sendo, portanto atribuídas diferentes velocidades sísmicas compressoriais para cada tipo de rocha presente. Tais valores para cada tipo de material ou rocha identificada no modelo são mostrados na Tabela 1.

Parametrização por blocos

A parametrização por blocos consiste em dividir o modelo em células que podem ser quadradas, retangulares, triangulares, hexagonais e etc. O processo inicial para a

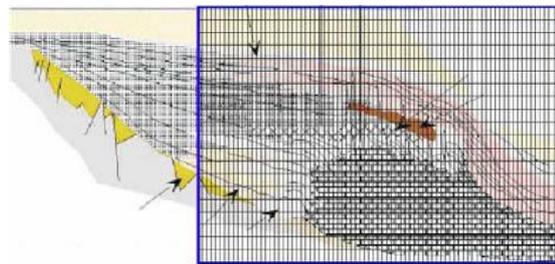


Figura 1 – Modelo geológico da quebra da plataforma continental tomado como ponto de partida. O nível do mar está representado pela linha horizontal na parte superior do modelo. As dimensões, aproximadas, do modelo são: 60,0 km x 4,5 km. Ilustração disponível na rede mundial de computadores no seguinte endereço: <http://geology.uprm.edu/Morelock/marg.htm>

Tipo de Material ou Rocha	Velocidade Compressional (km/s)
Água Salgada	1,5
Sedimentos	2,0
Sedimentos Continentais	
Siliciclásticos	3,0
Folhelho Deltaico	3,2
Sedimentos Indiferenciados	3,9
Calclutito	2,3
Folhelho	2,6
Evaporitos	4,2
Calcário de água rasa	4,4
Bacia Metamórfica	5,2
Calcário	4,9
Sal	6,2

Tabela 1: Valores de velocidade compressional.

obtenção desta parametrização foi lançar sobre o modelo do talude uma malha de nós, neste caso, a escolhida foi a malha A por ser mais refinada que a B. O resultado gerado é mostrado na Figura 2.

Parametrização Polinomial

A utilização de funções polinomiais para parametrizar o campo de velocidades tem como suporte a facilidade de manipulação matemática destas. Além disso, este tipo de parametrização apresenta outras vantagens, tais como: economia de espaço de memória computacional e simplicidade do conjunto de parâmetros (coeficientes do polinômio) a serem estimados em procedimentos de inversão.

O campo de velocidades é construído a partir de informações extraídas da discretização do modelo geológico do talude. O modelo sísmico correspondente é representado pela matriz

$$M = \begin{pmatrix} x_1 & z_1 & v_{1,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_k & z_l & v_{k,l} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & z_m & v_{n,m} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

onde $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $l \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ e $v_{k,l}$ é a velocidade no ponto (x_k, z_l) . Aos pontos de M procura-se ajustar um polinômio da forma:

$$v(x,z) = \sum_{i+j=0}^N c_{ij} x^i z^j, \quad (2)$$

onde i e $j \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$.

Combinando-se (1) com (2), produz-se o sistema de $n \times m$ equações, a saber:

$$\sum_{i+j=0}^N c_{ij} x_k^i z_l^j = v_{k,l}, \quad (3)$$

pois para cada par de números k e l , têm-se uma equação.

Mais sinteticamente, (3) pode ser expresso como

$$A.C = V, \quad (4)$$

A solução de (4) fornecida pelo método dos mínimos quadrados (Menke, 1989), é a seguinte:

$$C = (A^T A)^{-1} A^T V \quad (5)$$

Parametrização Trigonométrica

As motivações para a utilização da parametrização anterior também foram adotadas como critério na escolha da série de funções trigonométricas para a parametrização do campo de velocidades.

A representação da série de funções trigonométricas é feita através da particularização do teorema que fornece séries baseadas em funções ortogonais para funções de duas variáveis (Kreider et al., 1972). Deste modo o campo de velocidades $v(x,z)$ é representado por:

$$v(x,z) = \sum_{i+j=0}^N c_{ij} f_i(x) g_j(z), \quad (6)$$

onde

$$f_i(x) = \frac{1}{2} \left\{ [(-1)^i + 1] \cos\left(\frac{iX}{2}\right) + [(-1)^{i+1} + 1] \operatorname{sen}\left[\frac{(i+1)X}{2}\right] \right\},$$

$$g_j(z) = \frac{1}{2} \left\{ [(-1)^j + 1] \cos\left(\frac{jZ}{2}\right) + [(-1)^{j+1} + 1] \operatorname{sen}\left[\frac{(j+1)Z}{2}\right] \right\},$$

$$X = \frac{\pi(2x - l)}{l},$$

e

$$Z = \frac{\pi(2z - d)}{d}.$$

Parametrização B-Splines

As B-Splines são funções contínuas por partes. Estas funções, que formam uma base $(B_{i,k})$, são polinômios em sub-intervalos, e associada a cada uma delas há um ponto de controle P_i . A superfície B-Spline associada (Dogson, 2000) aos pontos de controle (P_i) é definida por

$$v(x,z) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{n+1} P_{ij} B_{i,k}(x) B_{j,l}(z) \quad (7)$$

As $B_{i,k}$, para $k = 1$, são funções polinomiais por partes definidas recursivamente por

$$B_{i,1}(x) = \begin{cases} 1, & x_i \leq x < x_{i+1} \\ 0, & \text{outros casos} \end{cases} \quad (8)$$

$$B_{i,k}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+k-1} - x_i} B_{i,k-1}(x) + \frac{x_{i+k} - x}{x_{i+k} - x_{i+1}} B_{i+1,k-1}(x)$$

Vetor nó

No estudo das B-Splines um fator muito importante é o vetor nó. Este tipo de vetor pode, por sua definição ser qualquer seqüência de números, desde que cada nó seja maior ou igual ao seu precedente. Neste trabalho utilizamos um vetor nó uniforme e periódico, ou seja, é definido em intervalos iguais. Assim um vetor nó é dito uniforme e periódico quando:

$$x_{i+1} - x_i = \text{const} \tan t, \forall i$$

Parametrização por ondaletas

Ondaletas (ou *Wavelets*) são funções capazes de decompor e descrever outras funções, assim como os senos e cossenos são funções que servem de base para as decomposições de Fourier (Faria, 1997). A decomposição de funções com o uso de ondaletas é conhecida como transformada de ondaletas e tem suas variantes contínua e discreta.

Transformada Contínua de Ondaleta

A transformada de ondaleta de uma função $f(t)$ (Foufoula-Georgiou e Kumar, 1994) é definida por:

$$Wf(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_{a,b}(t)dt = \quad (9)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad a > 0.$$

Neste caso, a é um parâmetro escala, b um parâmetro de translação, e as funções $\psi_{a,b}(t)$ são chamadas de ondaletas.

Para ser considerada uma ondaleta, uma função deve satisfazer as seguintes propriedades:

1. A integral dessa função ondaleta deve ser zero, i.e.,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)dt = 0. \quad (10)$$

2. A função ondaleta deve ter energia unitária, i.e.,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1. \quad (11)$$

Funções Ondaletas

Neste trabalho, as ondaletas utilizadas foram: a de Haar, a do Chapéu Mexicano e a de Morlet.

Ondaleta de Haar

A ondaleta de Haar é a mais simples das ondaletas e é

definida por:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq t < 1 \\ 0, & \text{outros casos} \end{cases}$$

Ondaleta Chapéu Mexicano

A ondaleta mãe Chapéu Mexicano é expressa por:

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (1-t^2)^{-1/4} e^{-t^2/2}. \quad (12)$$

Ondaleta de Morlet

A ondaleta de Morlet utilizada para parametrizar o campo de velocidades é expressa da seguinte forma

$$\psi(t) = e^{-t^2/2} \cos(5t). \quad (13)$$

Campo de Velocidades

Neste trabalho o rigor matemático foi quebrado e a expressão para parametrizar o campo de velocidades sofreu alguns ajustes, sendo expressa de forma discreta apresentando a seguinte forma

$$v(x,z) = \sum_{i=0}^{36} f_i \psi_{x,z}(i). \quad (14)$$

Os f_i 's representam, agora, os coeficientes, obtidos pelo método dos mínimos quadrados e $\psi_{x,z}(i)$ são as ondaletas.

Para a construção dos modelos sísmicos foi utilizada a malha B. Na discretização realizada nesta malha foram excluídos valores de $x \leq 10$ km. Deste modo os modelos sísmicos gerados começam com a distância na superfície (x) igual a 10 km.

Resultados Numéricos

O resultado da parametrização por blocos gerado através da discretização da malha A é um campo bidimensional, heterogêneo e isotrópico de velocidades sísmicas compressionais constituído por $160 \times 20 = 3200$ blocos de lado 0,20 km (ver Figura 2).

Para a construção do campo de velocidades, utilizando a parametrização polinomial e a trigonométrica, a malha A foi a escolhida, utilizando-se como critério o fato desta ser mais refinada que a malha B.

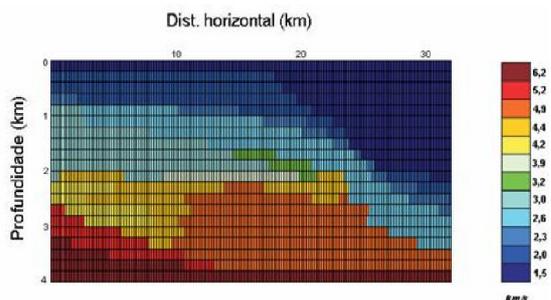


Figura 2 – Modelo sísmico discretizado constituído 160 x 20 = 3200 blocos quadrados homogêneos e isotrópicos de lado 0,2 km.

Adicionando mais termos na equação (3) observou-se uma melhora gradual nos modelos sísmicos gerados. Entretanto, a inclusão de novos termos na série polinomial aponta para a convergência dos modelos. A última parametrização considerada foi obtida por uma forma polinomial, considerando $N = 6$ na equação (3). O modelo resultante foi chamado de M_{P-IX} (ver Figura 3).

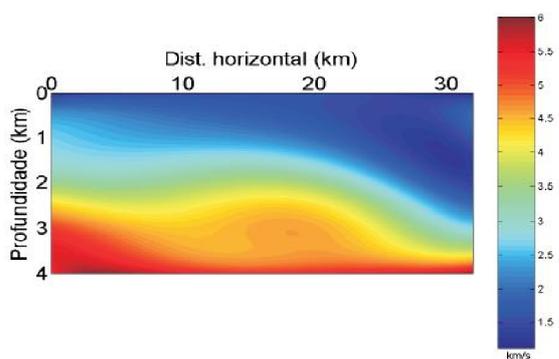


Figura 3 – Representação do modelo do talude obtida através de ajuste polinomial, neste caso $N = 6$. Tal modelo foi chamado de M_{P-IX} .

Também foi observada uma melhora gradual nos modelos sísmicos gerados, em função da adição de novos termos nas séries trigonométricas. Entretanto, a partir de $N = 6$, não houve uma melhora significativa na representação do modelo com a inclusão de novos termos à série trigonométrica. Utilizando $N=10$, na equação (6), temos a última parametrização considerada, sendo o modelo sísmico chamado de M_{T-IX} , conforme mostra a Figura 4.

Uma das parametrizações considerada, utilizando B-Splines, foi obtida utilizando-se $m=32$ e $n=4$ e as ordens k e l iguais a 2 na equação (7). O resultado pode ser visualizado na Figura 5.

A malha utilizada para a geração dos modelos sísmicos, utilizando B-Splines, foi a malha B. A discretização feita nesta malha, para esta parametrização, não possui valores de $x < 1,0$ km e $z < 0,25$ km. Deste modo, os modelos gerados começam com valores de distância na superfície igual ou superior a 1 km.

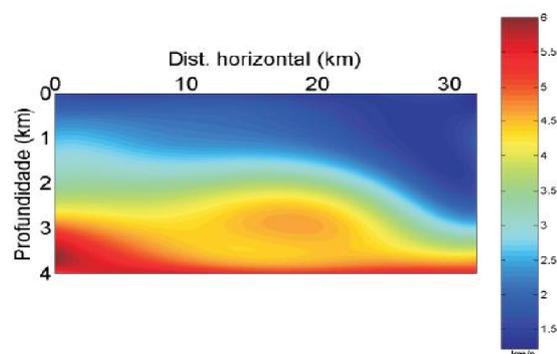


Figura 4 – Representação do modelo do talude obtida através de ajuste à série trigonométrica dada pela equação (6), neste caso $N = 10$

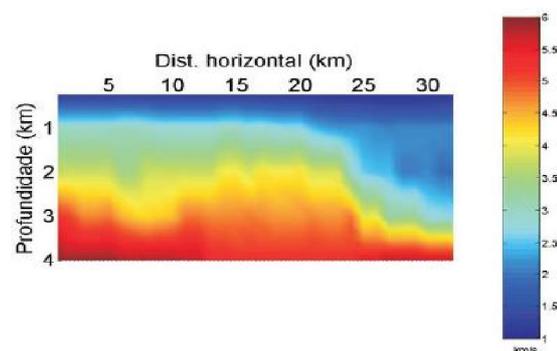


Figura 5 – Representação do modelo do talude através de ajuste B-Spline. Neste caso, as ordens da B-Splines nas dimensões x e z foram, respectivamente, $k = 2$ e $l = 2$.

Para a construção dos modelos sísmicos, utilizando as Ondaletas, foi utilizada a malha B. Na discretização realizada nesta malha, para esta parametrização, foram excluídos valores de $x \leq 10$ km. Deste modo os modelos sísmicos gerados começam com a distância na superfície (x) igual a 10 km.

Os modelos gerados com a parametrização por ondaletas com as funções de Haar, Chapéu Mexicano e Morlet podem ser visualizadas nas Figuras 6, 7 e 8, respectivamente.

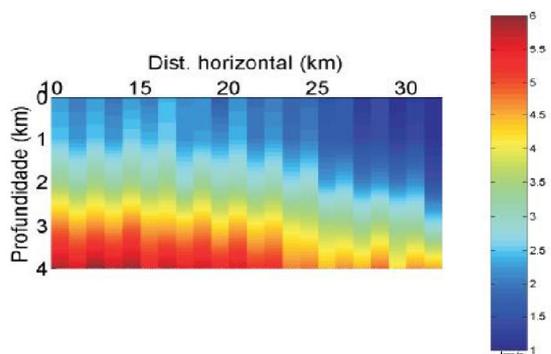


Figura 6 – Modelo M_{OH-I} . Representação do modelo do talude através da ondaleta de Haar .

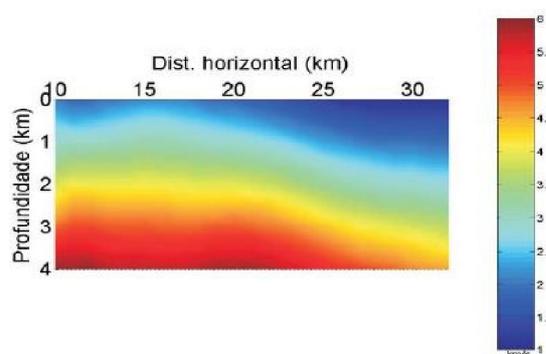


Figura 7 – Modelo M_{OC-I} . Representação do modelo do talude através da ondaleta de Chapéu Mexicano.

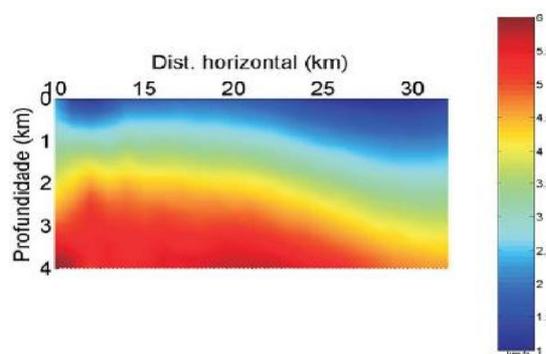


Figura 8 – Modelo M_{OM-I} . Representação do modelo do talude através da ondaleta de Morlet .

Discussão e Conclusões

As diferentes parametrizações realizadas conseguiram

representar as características mais gerais do campo de velocidades sísmicas compressoriais do modelo do talude continental, tais como: a velocidade crescente com a profundidade, o mergulho das camadas na zona da quebra da plataforma e a faixa de velocidades estabelecida.

Todas as características cinemáticas e geométricas do modelo ficam restritas aos coeficientes, que passam a ser os parâmetros do modelo a serem estimados em possíveis procedimentos de inversão.

Tanto na parametrização polinomial quanto na trigonométrica, o acréscimo de novos termos resultou numa melhora gradual da representação paramétrica do modelo do talude.

As parametrizações realizadas com o uso das B-Splines conseguiram aproximar-se bastante do modelo original. Entretanto, acredita-se que a utilização de mais pontos na discretização, bem como o aumento do número de nós, poderá propiciar melhores ajustes.

Outra sugestão, também, seria fazer o uso mais rigoroso, matematicamente, das Ondaletas, pois tal tratamento foge as expectativas iniciais do presente trabalho.

Agradecimentos

A FINEP e a Petrobras

Referências

Dogson, N. (2000) B-Splines. Página eletrônica, Universidade de Cambridge, England, <http://cl.clam.ac.uk/teaching/2000/AGraphHCI/SMEG/node4.html>

Faria, R. R. A. WAVELETS. Página eletrônica, USP (Universidade de São Paulo), São Paulo, SP, Brasil, <http://www.lsi.usp.br/~regis/wlets.htm>

Foufoula-Georgiou, E. e Kumar, P. (1994) Wavelets in Geophysics, Wavelet Analyses and its Applications 4, Academic Press Limited, San Diego, California.

Figueiró, W. M., Novaes, F. C., e Oliveira, S. P., 2005. Obtenção de tempos de trânsito usando raios sísmicos em modelo de talude continental parametrizado por polinômios. II Workshop da Rede Cooperativa de Pesquisa em Risco Exploratório em Petróleo e Gás: Modelagem e Imageamento Sísmico de Bacias Sedimentares, CD-ROM, Belém, PA.

Figueiró, W. M e Artola, F. A. V. (2006) Dados sísmicos gerados por programa computacional de modelagem aplicado ao modelo geológico do talude. III Workshop da Rede Cooperativa de Pesquisa em Risco Exploratório em Petróleo e Gás: Modelagem e Imageamento Sísmico de Bacias Sedimentares, CD-ROM, Salvador, BA.

Kreider, D.; Kuller, R. C.; Ostberg, D. R. e Perkins, F. W. (1972) Introdução à Análise Linear 2, Editora Universal de Brasília, Rio de Janeiro.

Menke, W. (1989) Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory, International Geophysics Series, Academic Press Limited, San Diego, California.

Morelock, J., 2004. Marine Geology. Página eletrônica, Departamento de Ciências Marinhas da Universidade de Porto Rico, <http://geology.uprm.edu/Morelock/marq.htm>

Santana, J. L. S. (2008) Diferentes parametrizações do campo de velocidades sísmicas do modelo geológico da quebra da plataforma continental, Trabalho de Graduação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.