



Modelagem, traçamento de raios e cálculo de tempos de trânsito em campos de velocidades parametrizados por polinômios.

*Felipe Cavalcanti Mendes¹ & Wilson Mouzer Figueiró¹.

(1) CPGG-UFBA, Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Copyright 2008, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

Abstract

The main objective of this work is to obtain a polynome that's best adjusted to the geological models proposed by this work, anticlinal fold and a model of three layers, both synthetics. The use of a block parameterization also helped in for the comparison between the two models. This research also compares models with different polynomial parameterizations, polynomes of different degrees. The polynomes with degrees 3, 5 and 7 were used. We've also done a ray trace for both models and their polynomial parameterizations and we've calculated the travel time of seismic's rays in each parameterization.

Introdução

As armadilhas ("trapas") de hidrocarboneto mais comuns na natureza são as dobras anticlinais. A procura de melhores técnicas para geração de imagem de estruturas geológicas em sub-superfície – que não podem ser observadas diretamente – é um dos principais objetivos da geofísica de exploração. Identificar as propriedades sísmicas em sub-superfície e obter um modelo geológico mais aproximado do modelo real apresenta-se como um dos maiores desafios da modelagem geofísica.

Dentre as várias técnicas de parametrização de um modelo geológico, uma das mais usadas em modelagem geofísica é a técnica de parametrização polinomial, a qual tenta, através de um polinômio, ajustar um modelo geológico e seu campo de velocidades.

Pode-se ajustar estruturas geológicas, sejam elas complexas ou não, pela parametrização polinomial. Obtendo o campo de velocidades discretizado de um modelo geológico qualquer, podem ser calculados os coeficientes do polinômio que melhor se ajustarão ao modelo real. Importante salientar que existem várias técnicas para o cálculo dos coeficientes do polinômio. Dentre elas, a escolhida para ser realizada neste trabalho foi a mais comum delas: o ajuste pelo método dos mínimos quadrados (Menke, 1989).

Juntamente com a parametrização polinomial, podemos usar o traçamento de raios. Trata-se de um método matemático e computacional que faz parte da "teoria dos raios" (Červený, 1987) e nos permite simular o

comportamento das ondas sísmicas em meios acústicos ou elásticos. Este método vem sendo usado na indústria do petróleo para construção de modelos e imagens em subsolo que são usados na exploração de hidrocarbonetos.

Ao longo da trajetória dos raios sísmicos, podemos calcular os tempos de trânsito de primeira chegada das ondas compressoriais. Os tempos de trânsito aqui modelados são importantes no uso de trabalhos de tomografia sísmica, que possibilitam o uso de técnicas de inversão sísmica.

Metodologia

O traçamento do raio sísmico é resolvido pelo seguinte sistema (Červený, 1987):

$$\begin{cases} \frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} = \vec{P}(\tau) \\ \frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{v^2(x, z)} \right] \end{cases} \quad (1)$$

onde $\vec{X}(\tau)$ é o vetor posição das curvas que representa a trajetória do raio em τ ; $\vec{P}(\tau)$ (vetor vagarosidade) é o vetor tangente a trajetória do raio em τ ; $v(x, z)$ é a velocidade da propagação da onda sísmica no ponto (x, z) no modelo e τ é o parâmetro do raio de dimensão $L^2 T^{-1}$ no sistema internacional (SI). Este parâmetro não tem uma interpretação física direta e é definido como $\int_0^t v^2 dt$, com tempo t medido ao longo da trajetória do raio.

Os raios foram traçados usando expansão em série de Taylor de segunda ordem, através do sistema (1), logo:

$$\begin{cases} \vec{X}(\tau + \delta\tau) = \vec{X} + \vec{P}(\tau, \delta\tau) \\ \vec{P}(\tau + \delta\tau) = \vec{P}(\tau) + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{v^2(x, z)} \right] \delta\tau \end{cases} \quad (2)$$

Usou-se o ângulo de saída dos raios da fonte de 1 (um) grau para o traçamento dos raios (fig. 5 e fig. 6). O parâmetro do raio τ foi de $0,012500 \text{ Km}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Os tempos de trânsito foram numericamente calculados utilizando a seguinte expressão:

$$t = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{1}{v_i} \|\vec{X}_{i+1} - \vec{X}_i\|_2, \quad (3)$$

onde \vec{X}_0 é a posição da fonte, $\vec{X}_i = \vec{X}(i \cdot \delta\tau)$, v_i é a velocidade em \vec{X}_i , $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana e L o número de segmentos retilíneos da poligonal que representa a trajetória do raio dentro do espaço do modelo. Os tempos de trânsito (fig. 7 e fig. 8) também foram calculados ao longo dos raios e plotados em forma de gráficos. No eixo das ordenadas, foi colocado o tempo variando em segundos e no eixo das abscissas a distância variando em Km.

Fez-se uso de um algoritmo em linguagem Fortran desenvolvido pelo Professor Dr. Wilson M. Figueiró, da Universidade Federal da Bahia (CPGG-UFBA) para cálculo dos raios e dos tempos de trânsito. Basicamente, o programa calcula o gradiente em x e em z da função polinomial (4) para posterior cálculo do traçamento de raios e dos tempos de trânsito:

$$v(x, z) = \sum_{i+j=N} c_{ij} \cdot x^i \cdot z^j. \quad (4)$$

Utilizou-se ainda o método dos mínimos quadrados para o cálculo dos coeficientes c_{ij} do polinômio. Tem-se que

$AC = V$ onde A é uma matriz que contém a forma polinomial, e V é o vetor velocidade nos nós da discretização do modelo. A solução é dada pela fórmula do método dos mínimos quadrados (Menke, 1989):

$$C = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot V. \quad (5)$$

Foram usados também os polinômios de grau 3, 5 e 7, onde polinômio de grau 3 é definido pela expressão:

$$V(x, z) = C_{00} + C_{10}x + C_{01}z + C_{20}x^2 + C_{11}x \cdot z + C_{02}z^2 + C_{30}x^3 + C_{21}x^2 \cdot z + C_{12}x \cdot z^2 + C_{03}z^3. \quad (6)$$

O polinômio de grau 5 usado foi da mesma forma que o polinômio de grau 3, completo até o termo $C_{05} \cdot z^5$. O mesmo acontece para o polinômio de grau 7, contudo, este polinômio foi completado até o termo $(C_{34} \cdot x^3 \cdot z^4)$. Os demais termos: $(C_{25} \cdot x^2 \cdot z^5)$, $(C_{16} \cdot x \cdot z^6)$ e

$(C_{07} \cdot z^7)$, por sua vez, não foram usados na parametrização.

Os Modelos têm dimensões de 9,0 km de extensão, eixo x , e 3,0 km de profundidade, eixo z . O modelo de dobra anticlinal (Fig. 1) e o modelo de três camadas (Fig. 2) foram parametrizados por blocos. A discretização foi feita traçando-se colunas e linhas variando de 0,1 km em 0,1 km e medindo-se a velocidade em cada nó do gride, o que resultou num modelo de 31 linhas por 91 colunas (31x91).

Análise dos resultados

Os melhores resultados obtidos foram os dos modelos parametrizados pelos polinômios de grau 5 (fig. 3 e 4 (b)) e de grau 7 (fig. 3 e 4 (c)). O de 3º grau (fig. 3 e 4 (a)) não ficou muito bem caracterizado no modelo da dobra anticlinal (fig. 4) devido à complexidade do modelo e o reduzido número de coeficientes do polinômio. No modelo de três camadas (fig. 3), houve pouca diferença entre as três parametrizações polinomiais. Sendo assim será analisado somente o traçamento de raios (fig. 5 e 6) e tempos de trânsito (fig. 7 e 8) dos campos de velocidades parametrizados pelos polinômios de 5º e 7º grau.

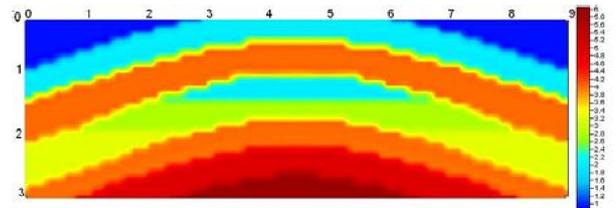


Figura 1- Modelo da dobra anticlinal parametrizado por blocos

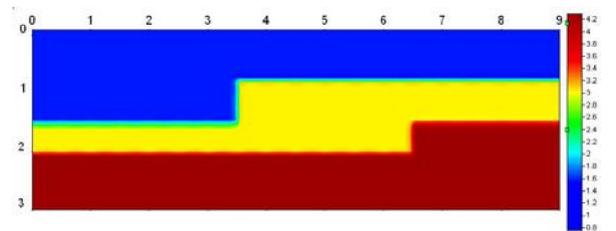


Figura 2- Modelo de três camadas parametrizado por blocos

No modelo de três camadas, a parametrização polinomial ajustou-se bem ao modelo. Inclusive, conseguiu-se suavizá-lo, fato este que não acontece na parametrização por blocos – a qual, apesar de estabelecer uma melhor divisão das camadas, deixa o modelo um tanto grosseiro nas bordas. Isso acontece porque a discretização é feita medindo-se as velocidades em cada nó do gride. Assim, por mais discretizado que seu modelo tenha sido, a parametrização por blocos (fig. 1 e 2) não consegue estabelecer muito bem os limites de cada camada.

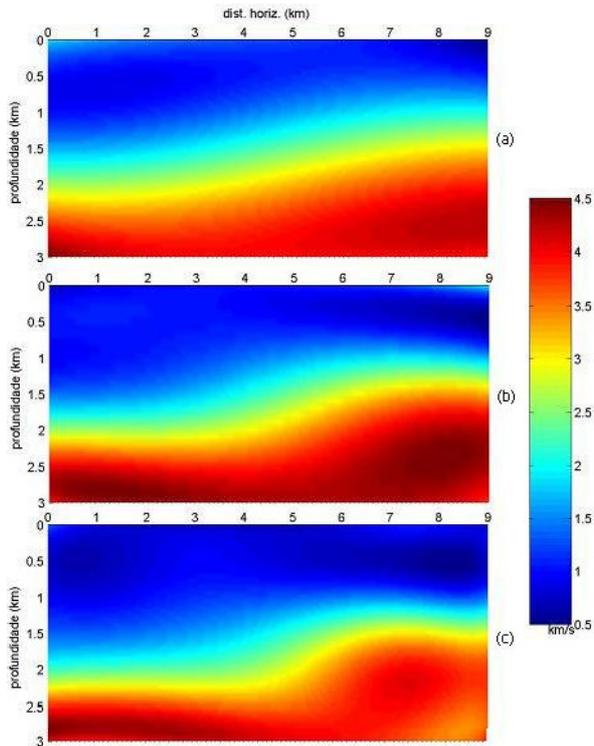


Figura 3- Campo de velocidades do modelo de três camadas parametrizado pelos polinômios de grau 3(a), 5(b), 7(c).

Parametrização Polinomial

A parametrização polinomial de 3º grau que possui 10 coeficientes (**fig. 3 (a)**) já conseguiu uma aproximação satisfatória do que realmente é o modelo. Uma melhora visível foi verificada quando houve o aumento do grau do polinômio e, consecutivamente, uma majoração no número de coeficientes, que passa de 10 para 21 (polinômio de grau 5) e vai para 33 coeficientes (polinômio de grau 7). O polinômio que melhor se ajustou ao modelo de três camadas foi o polinômio incompleto de 7º grau (**fig. 3 (c)**).

Apesar de não conseguir um resultado tão bom quanto o da parametrização feita no modelo de três camadas, a parametrização polinomial do modelo da dobra anticlinal (**fig. 4**) teve um resultado satisfatório, já esperado, dada a maior complexidade do modelo. Mesmo não conseguindo caracterizar muito bem as camadas da anticlinal, os polinômios de 3º grau (**fig. 4(a)**) e 5º grau (**fig. 4(b)**) conseguiram uma boa visualização da estrutura geológica. Ao se usar o polinômio de grau 5, ocorreu uma melhor caracterização das camadas mais inferiores, porém o contraste de velocidade nas camadas intermediárias do modelo não ficou muito bem visível.

Foi necessário um polinômio de 7º grau para que se pudesse obter uma visualização mais fidedigna do modelo geológico real. Consegue-se perceber que nas camadas intermediárias começa a ocorrer uma melhor visualização no contraste de velocidade, ou seja, -uma

melhor divisão das camadas e da estrutura da dobra anticlinal.

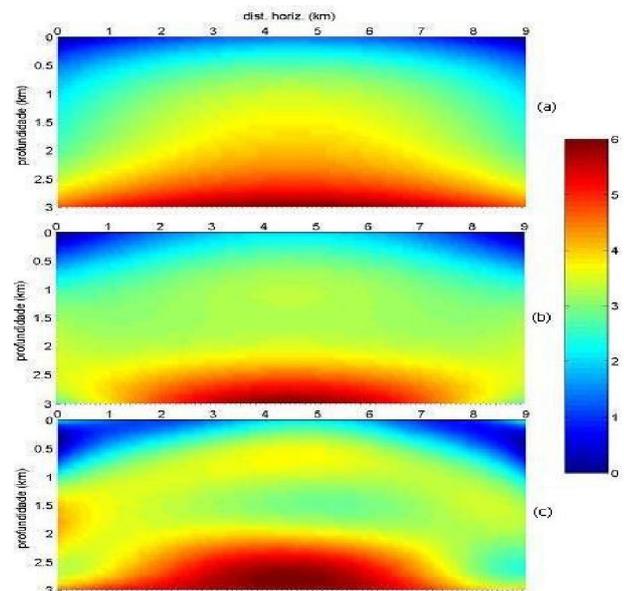


Figura 4- Campo de velocidades da dobra anticlinal parametrizado pelos polinômios de grau 3(a), 5(b) e 7(c).

Traçamento de raios

O traçamento de raios (**fig. 5 e 6**) feito para os polinômios que melhor se ajustaram aos modelos (5º e 7º grau) nos revela uma boa área iluminada pelos raios. Posteriormente, se adicionarmos uma amplitude a estes raios que conseguem chegar à superfície, entre 0 km e 9,0 km, poderíamos obter uma boa visualização dos refletores presentes no modelo em sub-superfície. Para o modelo da dobra anticlinal, apesar do polinômio de grau 7 ter se ajustado melhor do que o de grau 5, o traçamento de raio deste (**fig. 5 (a)**) contemplou uma área maior do modelo, enquanto na parametrização de 7º grau (**fig. 5 (b)**) houve mais zonas de sombra.

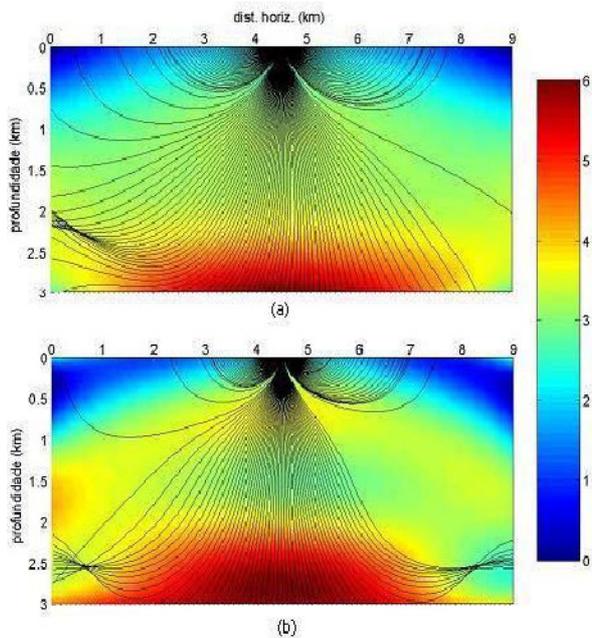


Figura 5- Traçamento de raios do campo de velocidade do modelo da dobra anticlinal com os polinômios de grau 5(a) e 7(b).

Por sua vez, tratando-se do modelo de três camadas, observa-se o inverso. Na parametrização do polinômio de grau 5, o traçamento de raio (**fig. 6(a)**) não contemplou uma área maior do modelo, como para a dobra anticlinal. Já na parametrização de 7º grau, o traçamento de raio não deixou muitas zonas de sombra. Apesar dos raios se comportarem diferentemente para cada modelo, não se pode comparar um modelo com o outro em termos do traçamento de raios, mas sim, observar algumas semelhanças entre os traçamentos.

Na profundidade entre 2,0 km e 2,5 km na (**fig. 5**) e na área de menor velocidade na (**fig. 6**) percebe-se que o raio muda bruscamente sua trajetória ou comporta-se de maneira anômala. Isto pode ter acontecido pelo fato de não ter sido feita nenhuma suavização no campo de velocidade e, em se tratando de uma parametrização polinomial, podem ser encontradas algumas velocidades negativas no campo de velocidades parametrizado, causando um grande contraste ao redor do ponto de baixa velocidade.

Outro aspecto que pode influenciar é o fato de que o cálculo da trajetória do raio é feito calculando-se o gradiente do vetor vagarosidade ($\vec{P}(\tau)$); quando existe uma velocidade menor que $1,0 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, a derivada deste valor resulta em um número muito grande, que pode gerar algum tipo de anomalia no traçado do raio.

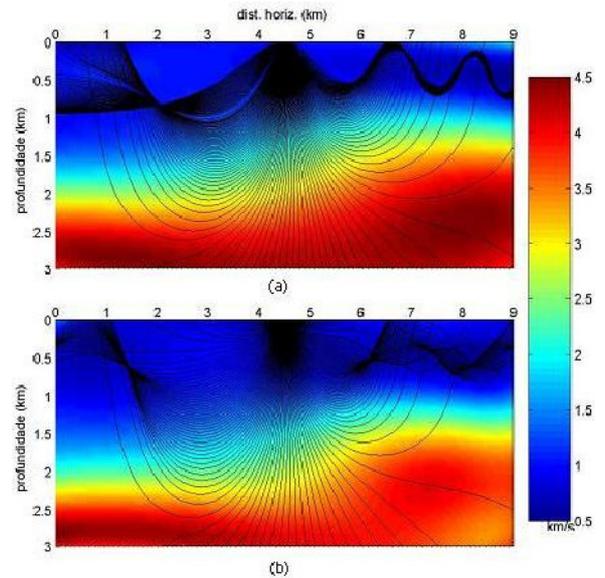


Figura 6- Traçamento de raios do campo de velocidade do modelo de 3 camadas com os polinômios de grau 5(a) e 7(b).

Tempos de trânsito

Toda discussão nos parágrafos anteriores sobre o traçamento de raios em ambos os modelos é confirmada pelos gráficos de tempos de trânsito. Neles podem ser evidenciadas zonas de sombras e efeitos de triplicação do tempo, que é caracterizado por zonas de baixa velocidade. No gráfico de tempos de trânsito relacionado ao modelo da dobra anticlinal (**fig.7**), conseguiu-se observar maiores zonas de sombras na parametrização feita com o polinômio de 7º grau (**fig.7(b)**) do que no gráfico dos tempos de trânsito com a parametrização de grau 5 (**fig. 7(a)**). O mesmo conclui-se para o cálculo dos tempos de trânsito do modelo de três camadas (**fig. 8**). Observa-se, portanto, a ocorrência da triplicação do tempo na (**fig. 8(a)**) entre 4.5s e 5.6s e também na (**fig. 8(b)**) no mesmo intervalo de tempo. Essa triplicação, como já dito, está relacionada a zonas de baixa velocidade (ZBV).

É importante que os tempos de trânsitos estejam coerentes com o traçamento de raio. Para tanto, as figuras desses em forma de gráficos é de suma importância. Outro aspecto que pode ser tomado em relação à importância dos tempos de trânsito é que a partir deles se pode gerar campos de tempos de trânsito que são de grande utilidade na área de migração sísmica, a exemplo temos a migração Kirchhoff no domínio do tempo que necessita desses campos de tempos de trânsito.

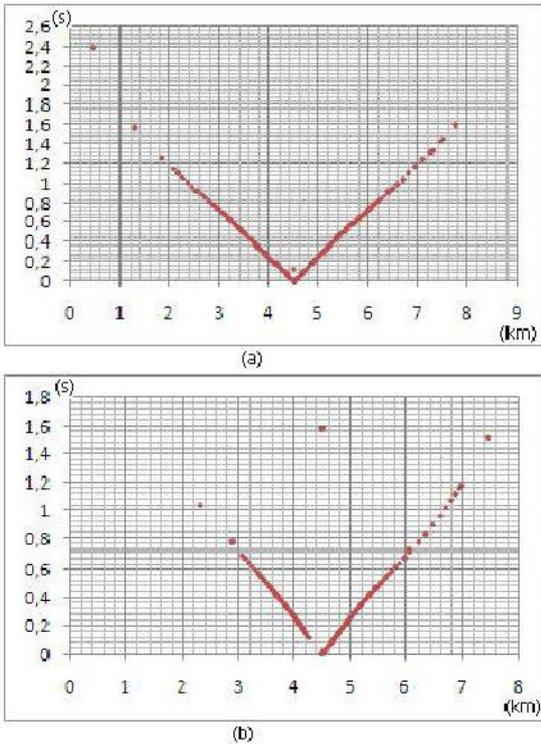


Figura 7- Tempos de transito do modelo da dobra anticlinal usando os polinômios de grau 5(a) e 7(b).

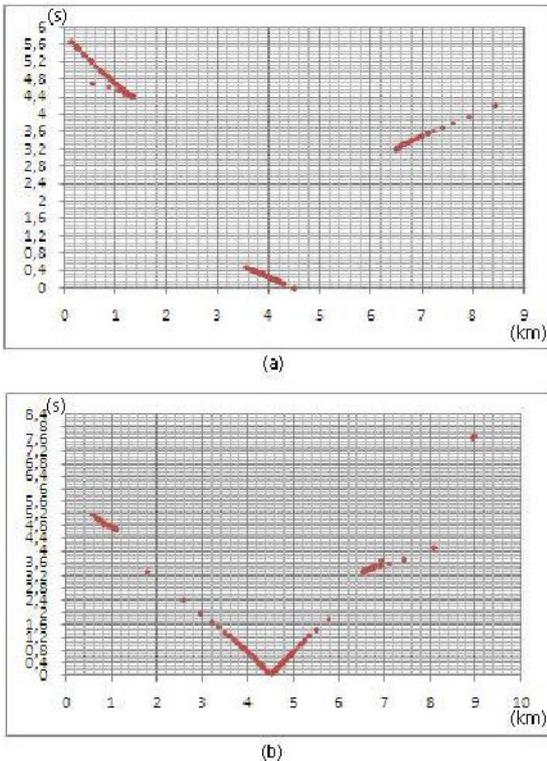


Figura 8- Tempos de transito do modelo de 3 camadas usando os polinômios de grau 5(a) e 7(b).

Discussões e Conclusões

Podemos concluir com este trabalho que ambos os polinômios de 5º e 7º grau conseguiram se ajustar bem aos modelos aqui comparados. Há um melhor ajuste polinomial para o segundo modelo (três camadas) do que para o primeiro modelo (dobra anticlinal). Isto se deve ao fato de o primeiro modelo ter estruturas mais complexas de serem ajustadas pela parametrização polinomial, necessitando, assim, de um número maior de coeficientes, ou seja, um polinômio de maior grau.

O resultado obtido pelo traçamento de raios foi satisfatório e a parametrização polinomial conseguiu se ajustar bem ao modelo, fato este que possibilitou um traçado do raio coerente, o qual nos concedeu ótimos gráficos de tempos de trânsito. Este trabalho nos mostrou que, com o aumento do grau do polinômio, consegue-se parametrizar melhor o campo de velocidades, o que faz com que o modelo parametrizado se aproxime cada vez mais do modelo real.

Com o aumento do grau 5 para o grau 7, ou seja, com uma majoração de dois graus no polinômio, temos um aumento de 12 coeficientes. Com um maior número de coeficientes pode-se “guardar” mais informações sobre o campo de velocidades, o que gera uma melhor parametrização. Trabalhos futuros podem tentar obter uma melhor aproximação dos modelos através de um diferente tipo de parametrização como, por exemplo, a parametrização trigonométrica.

Vimos que o aumento dos coeficientes nos dá uma melhor aproximação na modelagem. Logo, podem ser usadas outras técnicas para a obtenção dos coeficientes que não seja a de mínimos quadrados (Menke, 1989) como, por exemplo, os coeficientes da série de Fourier, ou o cálculo dos coeficientes de uma série trigonométrica sugerido por Donald Kreider & Robert C. Kuller (Introdução a análise Linear 2, 1972) – onde os coeficientes são calculados através de bases ortogonais definidas em espaços euclidianos. Uma melhor precisão nos cálculos dos coeficientes pode gerar melhores resultados.

Quanto mais complexos forem os modelos, quanto mais contrastes de velocidades em pequenos espaços houver, mais difícil será de ajustá-lo. A exemplo, temos o modelo do talude que possui estruturas muito complexas em sub-superfície. Estudos de comparações entre diferentes parametrizações podem ser feitos adiante a fim de encontrar uma melhor técnica de parametrização para os campos de velocidades de modelos de estruturas mais complexas.

Agradecimentos

Agradecemos ao LAGEP/CPGG/UFBA pelas instalações que permitiram a realização do trabalho e à ANP pela bolsa de estudos e pelos recursos disponibilizados.

Referências

FIGUEIRÓ, Wilson M.; OLIVEIRA, Saulo P.; NOVAES, Fábio da C. **Traçamento de raios sísmicos para obtenção de tempo de trânsito em modelos de talude com parametrização polinomial**. Anais do Workshop do Projeto de rede cooperativa Risco Exploratório, Natal (RN), 2000.

ČERVENÝ, V. **Ray Method for Three-Dimensional Seismic Modeling**. Petroleum Industry Course, The Norwegian Institute of Technology. ,1987

PIEDRAHÍTA, Carlos., **Generalização do Método de Continuação no Traçamento de Raios Utilizando o Conceito dos Autômatos Finitos**. Universidade Estadual de Campinas. Tese de Doutorado.

KREIDER, D.; KULLER, Robert C.; PERKINS, Fred W. **Introdução à análise Linear 2**. Séries de Fourier. Universidade de Brasília, Brasil, 1972.

MENKE, W., **Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory**. International Geophysics Series, Academic Press, Volume 45, 1989.