



# Análise de coeficientes de reflexão em meios elásticos fraturados

Rommel Melhor Mendes, Universidade Federal da Bahia - Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia

Copyright 2006, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no II Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, Natal, 21-23 de setembro de 2006. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Tecno-científica do II SR-SBGI mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. E proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

## Resumo

Nessse trabalho foi estudado o efeito da presença de um sistema de fraturas paralelas entre si e a um dos eixos coordenados horizontais, sobre o campo de coeficientes de reflexão calculados em função das variações de angulo de inclinação e azimute. Foram tomadas duas camadas homogêneas e anisotrópicas separadas por uma interface plana horizontal. A camada superior possuia simetria VTI. Para a camada inferior foram construídos três modelos distintos fazendo-se variar o tipo de preenchimento (fraturas secas ou preenchidas por fluido) e orientação das fraturas (perpendiculares ao eixo x e y, gerando assim, camadas HTIx e HTIy respectivamente. Foram então construídos estereogramas residuais para os coeficientes de reflexão das ondas qP, qS1 e qS2 em função dos ângulos de inclinação e azimute. O objetivo foi averiguar a influência da presenca de fraturas diferentemente caracterizadas, sobre os coeficientes de reflexão, através da detecção de eventuais padrões de variação em algumas dessas superfícies que pudessem indicar características específicas dos meios fraturados.

# Introdução

Meios elásticos, contínuos, homogêneos e isotrópicos quando preenchidos por um ou mais sistemas de fraturas, possuem como característica principal a propensão ao acúmulo de material fluido (gás, água ou óleo), tornando-se reservatórios naturais. Em contrapartida, a presença de tais fraturas exigem a inserção do conceito de anisotropia à teoria elástica (isotrópica) convencional.

A anisotropia induzida pela presença de fraturas não existe a menos que façamos algumas considerações sobre a estrutura geométrica das fraturas e verifiquemos entre elas um espaçamento muito menor do que o comprimento de onda que atravessa o meio. Essas considerações deram origem a teoria de Hudson sobre fraturas em forma de esferóides oblatos inseridas em um meio de fundo isotrópico (Hudson, 1980 e 1981), a qual serviu de base para a construção dos modelos estudados.

Mendes, 2003, estudou a influência da presença de fraturas sobre as superfícies de velocidade de fase em meios diferentemente caracterizados, apontando para a

presença de diversos padrões anômalos distintos, e de bases puramente cinemáticas, que corroboram a identificação e diferenciação de meios fraturados. Na esteira dos resultados animadores, nesse artigo foi avaliado o relacionamento entre parâmetros de fratura e coeficientes de reflexão em meios fraturados. transferindo o foco da análise para o comportamento dinâmico da propagação de ondas em meios elásticos, e construindo, desse modo, um arcabouco que permitiu vislumbrar as nuances da estrutura relacional mais genérica que envolve os diversos aspectos da teoria elastodinâmica, conjugada à ocorrência do fenômeno de fraturamento em meios elásticos. Tal objetivo foi alcançado utilizando-se um método de análise de atributos sísmicos conhecido como análise de Amplitude versus Angle, aplicado à meios com anisotropia induzida pela presença de fraturamento. Esse método, conhecido como AVA, vem sendo estud ado em trabalhos científicos desde a década de 60, tendo alcançado resultados apreciáveis principalmente na detecção de regiões preenchidas por gás. Ademais, variações significativas de amplitude têm sido creditadas a ocorrência de outras feições geológicas pertinentes. Os trabalhos a respeito de AVA, no ent anto, em sua grande maioria, referem-se a meios isotrópicos, os quais estão relacionados a uma parcela importante, porém reduzida, das feições geológicas encontradas em subsuperfície. A análise de AVA em meios fraturados exige que se formule equações que permitam o cálculo dos coeficientes de reflexão em meios com diferentes sistemas de anisotropia.

## Coeficientes de reflexão em meios elásticos anisotrópicos

Aqui será descrito o procedimento para determinação das amplitudes das ondas refletidas e transmitidas em função da amplitude da onda incidente (Psencik, 2000). Para tanto, Considera-se dois semi-espaços homogêneos anisotrópicos separados por uma interface plana. As condições de contorno são estabelecidas no sentido de garantir a continuidade dos vetores de deslocamento e tração após a interface. Essas condições são satisfeitas por três ondas planas refletidas e três ondas planas transmitidas geradas por uma onda plana incidente. As ondas são uma quasi-compressional (qP) e duas quasicisalhantes (qS1 e qS2). O vetor deslocamento e o vetor de tração podem ser escritos respectivamente como:

$$u_{i} \boxtimes_{m} t \supseteq = Ag_{i}F \Box - \tau \boxtimes_{m} p \Box$$
$$T_{i} = \rho a_{ijkl} n_{j} \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{l}} = ====0$$

Onde, A é a amplitude,  $g_i$  é o vetor de polarização, F é o sinal analítico,  $\tau$  é a eikonal,  $\rho$  é a densidade,  $a_{ijkl}$  é o tensor de rigidez elástica normalizado e  $n_j$  é o versor normal à interface. Desta forma, e considerando algumas propriedades do sinal analítico e seus argumentos, temse as condições de contorno escritas da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} -g_{1}^{r_{1}} & -g_{1}^{r_{2}} & -g_{1}^{r_{3}} & g_{1}^{r_{1}} & g_{1}^{r_{2}} & g_{1}^{r_{3}} \\ -g_{2}^{r_{1}} & -g_{2}^{r_{2}} & -g_{2}^{r_{3}} & g_{2}^{r_{1}} & g_{2}^{r_{2}} & g_{2}^{r_{3}} \\ -g_{3}^{r_{1}} & -g_{3}^{r_{2}} & -g_{3}^{r_{3}} & g_{3}^{r_{1}} & g_{3}^{r_{2}} & g_{3}^{r_{3}} \\ -X_{1}^{r_{1}} & -X_{1}^{r_{2}} & -X_{1}^{r_{3}} & X_{1}^{r_{1}} & X_{1}^{r_{2}} & X_{1}^{r_{3}} \\ -X_{2}^{r_{1}} & -X_{2}^{r_{2}} & -X_{2}^{r_{3}} & X_{2}^{r_{1}} & X_{2}^{r_{2}} & X_{2}^{r_{3}} \\ -X_{3}^{r_{1}} & -X_{3}^{r_{2}} & -X_{3}^{r_{3}} & X_{3}^{r_{1}} & X_{3}^{r_{2}} & X_{3}^{r_{3}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} g_{1} \\ g_{2} \\ g_{3} \\ A^{r_{1}} \\ A^{r_{2}} \\ A^{r_{3}} \\ A^{r_{3}} \\ A^{r_{4}} \\ A^{r_{3}} \\ A^{r_{4}} \\ A^{r_{3}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} g_{1} \\ g_{2} \\ g_{3} \\ X_{1} \\ X_{2} \\ X_{3} \end{bmatrix}$$
(2)

onde o sobre índice *r* indica reflexão, o sobre índice *t* indica transmissão e os sobre índices numéricos 1,2,3 indicam as ondas qP, qS1 e qS2 respectivamente. O termo  $X_i$  é dado por:

$$X_i = \rho a_{ijkl} n_j g_k p_l \tag{3}$$

O cálculo das grandezas da equação 2 pode ser visto em Mendes (2003). Essa equação fornece as amplitudes de reflexão e transmissão das ondas qP, qS1 e qS2 incidentes e transmitidas. A partir de então, os coeficientes de reflexão são calculados como:

$$R_{ij} = \frac{A^{ri}}{A^j} \tag{4}$$

Esses coeficientes, que variam em função dos ângulos de inclinação ( $\varphi$ ) e azimute ( $\theta$ ) do raio incidente, trazem consigo informações sobre o tensor de rigidez elástica normalizado pela densidade e podem ser escritos como R<sub>ij</sub>( $\theta, \varphi, a_{ijkl}$ ). A seguir será visto como relacionar os parâmetros de fratura aos elementos do tensor de rigidez elástica.

#### O modelo de Hudson para meios fraturados

O modelo de Hudson (Hudson, 1980 e Hudson, 1981) permite calcular a propagação de ondas elásticas através de materiais que contenham distribuições de fraturas de formato circular. O modelo fornece informações sobre os coeficientes de Lamé do material que preenche as fraturas, o que possibilita identificar preenchimento por fluido, gás ou sólido. Através dele pode-se expressar o tensor de rigidez elástica do meio fraturado como uma expansão em série de potência em torno da densidade de fraturas (*e*). O termo de correção de primeira ordem (C<sup>1</sup><sub>ijkl</sub>) pode ser escrito em função do tensor de rigidez elástica do meio isotrópico de fundo como:

$$C_{ijkl}^{1} = -\frac{e}{\mu}C_{mpij}^{0}C_{npkl}^{0}U_{mn}$$
 (5)

onde  $U_{mn}$  é uma constante adimensional dada em Hudson (1981) e o sub índice *p* representa o eixo coordenado ao qual o sistema de fraturas é

perpendicular. O tensor de rigidez elástica de primeira ordem será dado por (Bakulin et al, 2000):

$$C_{ijkl} = C_{ijkl}^0 + C_{ijkl}^1 \tag{6}$$

Neste caso, devido ao truncamento da série no termo de ordem 1, exige-se que a densidade de fratura (*e*) assuma valores suficientemente pequenos a fim de se preservar a acuidade da equação. No caso de um sistema de fraturas perpendiculares ao eixo  $x_1$ , deve-se construir a matriz de rigidez elástica levando em consideração que, devido a simetria do problema, os valores de U<sub>mn</sub> serão não nulos apenas no caso em que *m=n*. Hudson (1981) mostrou que para fraturas preenchidas por sólidos de baixa resistência a compressão e cisalhamento, e um sistema de fraturas perpendicular ao eixo  $x_3$ , as grandezas U<sub>11</sub>, U<sub>22</sub> e U<sub>33</sub> tornam-se:

$$U_{33} = \left[\frac{3}{4}\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\right) + \frac{3}{4\pi}\left(\frac{\lambda+2\mu}{\mu}\right)\frac{1}{\alpha}\right]^{-1}$$

$$U_{11} = U_{22} = \left[\frac{3}{16}\left(\frac{3\lambda+4\mu}{\lambda+2\mu}\right) + \frac{3}{4\pi}\frac{\mu}{\mu}\frac{1}{\alpha}\right]^{-1}$$
(7)

onde  $\alpha$  é a razão entre os semi eixos menor e maior do esferóide,  $\lambda e \mu$  são os coeficientes de Lamé para o meio de fundo e  $\lambda' e \mu'$  são os coeficientes de Lamé para o material que preenche a fratura. Ele também definiu essas grandezas para os casos de preenchimento por fluido e por gás as quais podem ser vistas em Hudson (1981). Expressões semelhantes podem ser deduzidas para os casos de um sistema de fraturas perpendicular ao eixo  $x_1 e x_2$ .

#### Resultados

Para analisar a influência de sistemas de fraturas diferentemente caracterizados sobre os coeficientes de reflexão, elaboramos um meio composto por duas camadas anisotrópicas distintas separadas por uma interface plana horizontal. A primeira camada possuía simetria VTI e para a segunda camada foram testados modelos com simetria HTIx (sistema de fraturas perpendiculares ao eixo x1) com fraturas secas e preenchidas por fluido e HTIy (sistema de fraturas perpendiculares ao eixo  $x_2$ ) com fraturas secas. O objetivo foi testar possíveis variações significativas nos coeficientes de reflexão guando comparamos sistemas de fraturas diferentemente caracterizados guanto ao tipo de preenchimento e orientação geométrica. A tabela 1 mostra respectivamente os coeficientes não nulos de rigidez normalizados pela densidade e densidade para a primeira camada e de cada modelo adotado para a segunda camada.

Modelo	VTI	HTIx (1)	HTIx(2)	HTly(3)
Coef.		(seco)	(fluido)	(seco)
$a_{11} (m^2/ms^2)$	20,00	14,8610	16,0000	15,7152

a <sub>12</sub> (m²/ms²)	9,00	7,4304	8,0000	7,4304
a <sub>13</sub> (m²/ms²)	10,00	7,4304	8,0000	7,7152
a <sub>22</sub> (m²/ms²)	20,00	15,7152	16,0000	14,8610
$a_{23} (m^2 / ms^2)$	10,00	7,7152	8,0000	7,4304
$a_{33} (m^2 / ms^2)$	26,00	15,7152	16,0000	15,7152
$a_{44} (m^2/ms^2)$	7,00	4,0000	4,0000	3,9148
$a_{55} (m^2/ms^2)$	7,00	3,9148	3,9148	4,0000
$a_{66}  (m^2 / m s^2)$	5,5	3,9148	3,9148	3,9148
ρ ( <b>kg/m</b> 3)	2000	2500	2500	2500

TABELA 1: Coeficientes não nulos de rigidez normalizados pela densidade e densidade para a primeira camada e de cada modelo adotado para a segunda camada. Entre parêntesis os números pelos quais classificamos os modelos.

A figura 1 mostra o módulo da diferença entre os estereogramas (estereograma residual) do modelo 1 e 2 para os 9 coeficientes de reflexão. Através dela podemos analisar a resposta dos coeficientes de reflexão à variação do tipo de preenchimento das fraturas. Percebese, como padrão geral que para ângulos azimutais em torno de 60º a 120º e 240º a 300º , para todos os ângulos de inclinação, não houve variação significativa de todos os coeficientes de reflexão em função do tipo de preenchimento. Não por coincidência, nesses ângulos a incidência do raio ocorre mais próxima ao plano de fraturamento. Observa-se para todos os estereogramas residuais que as anomalias ocorrem para valores altos do ângulo de inclinação. Nas figuras 1a), 1c), 1g) e 1i), as anomalias residuais ocorrem em uma faixa de ângulo azimutal que vai de -30º a 30º e 150º a 210º . Todas essas figuras dizem respeito a estereogramas que não envolvem a onda qS1. As figuras 1f) e 1h), são bastante semelhantes e possuem anomalias residuais acentuadas para ângulos de azimute em torno de 30º, 150º, 210º, e 330°. As figuras 1b), 1d) e 1e), possuem anomalias residuais para ângulos de azimute na faixa de 30º a 60º, 120° a 150°, 210° a 240° e 300° a 330°. Observa-se também uma simetria entre cada quadrante de todos os estereogramas, isto é, dobrando-se cada guadrante sobre o quadrante posterior ou anterior o gráfico se repetirá.

A figura 2 mostra o módulo da diferença entre os estereogramas (estereograma residual) do modelo 1 e 3 para os 9 coeficientes de reflexão. Através dela podemos analisar a resposta dos coeficientes de reflexão à variação na disposição espacial das fraturas. Nas figuras 2a), 2b), 2c) e 2g) (onde a onda qP está presente), observa-se que as anomalias residuais ocorrem para os maiores ângulos de inclinação, enquanto que nas figuras 2e), 2f), 2h) e 2i) (onde a onda qP não está presente), as anomalias residuais ocorrem para os menores ângulos de inclinação. Nas figuras 2a), 2c), 2e), 2g) e 2i), as anomalias residuais acentuam-se para faixas de ângulos azimutais que vão de -30° a 30°, 60° a 120°, 150° a 210°, e 240° a 300°, enquanto que para as figuras 2b), 2d), 2f) e 2h), essas anomalias encontram-se nas faixas azimutais que vão de 30° a 60°, 120° a 150°, 210° a 240° e 300° a 330°. Novamente detecta-se o fenômeno da simetria por quadrante, sendo que agora, tal simetria estende-se também para quadrantes opostos.

## Discussão e Conclusões

Nesse trabalho estudamos os efeitos da presença de fraturas diferentemente caracterizadas quanto ao tipo de preenchimento e disposição espacial sobre os 9 coeficientes de reflexão das ondas que se propagam no meio. A análise dos gráficos da figura 1 permite-nos concluir que apenas os coeficientes de reflexão registrados para ângulos de inclinação elevados são afetados pelo tipo de preenchimento das fraturas. Alem disso, coeficientes de reflexão cujo ângulo de azimute torne a incidência do raio proximamente paralelo ao plano de fratura não são sensíveis ao tipo de preenchimento. Por outro lado, a figura 2 nos permite concluir que alguns coeficientes de reflexão são sensíveis à variação da disposição espacial apenas para ângulos de inclinação pequenos enquanto outros possuem tal sensibilidade apenas para ângulos de inclinação elevados. É possível que a simetria de quadrante, apresentada nos dois casos seja possível devido ao fato da camada superior possuir simetria VTI. Para atestar essa possibilidade é necessário realizar testes tomando-se outra simetria para a camada superior.

## Agradecimentos

O autor agradece à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) pelo apoio financeiro, ao Professor Dr. Milton Porsani por viabilizar as condições necessárias à confecção dessa pesquisa e ao Professor Dr. Jessé Costa pelo auxílio técnico.

#### Referências

BAKULIN, A., GRECHKA, V. E TSVANKIN, I.- 2000 -Estimation of fracture parameters from reflection seismic data - Part I: HTI model due a single fracture set . Geophysics, 65, 1788-1802.

HUDSON, J.A. - 1980 - Overall properties of a cracked solid. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 88, 371-384.

HUDSON, J.A.- 1981 - Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks. Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 64, 133-150.

MENDES, R.M. – 2003 – Caracterização de reservatórios em meios elásticos 3D com anisotropia induzida por fraturas. Tese de Doutorado, CPGG/UFBa.



FIGURA 1 – Estereogramas residuais envolvendo as dferenças entre os modelos 1 e 2. No eixo circular encontram-se os ângulos azimutais e no eixo radial encontram-se os ângulos de inclinação.



FIGURA 2 – Estereogramas residuais envolvendo as diferenças entre os modelos 1 e 3. No eixo circular encontram-se os ângulos azimutais e no eixo radial encontram-se os ângulos de inclinação.