



Migração FD e FFD usando aproximação de Padé complexa

Daniela Amazonas, UFPA

Jessé Costa, UFPA

Copyright 2006, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no II Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, Natal, 21-23 de setembro de 2006. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Tecno-científica do II SBGF mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

Resumo

Apresentamos dois algoritmos estáveis para a migração por diferenças finitas e migração híbrida por Fourier finite difference. Os algoritmos utilizam expansão de Padé complexa para aproximar o operador de raiz quadrada associado à equação da onda unidirecional. O algoritmo proposto de migração apresenta resposta ao impulso semelhante à migração PSPI, como indicam simulações da resposta ao impulso e de migração pós-empilhamento usando o modelo Marmousi. O algoritmo também foi utilizado para migração pré-empilhamento apresentando resultados satisfatórios e a um custo computacional muito menor que o método Fourier finite difference plus interpolation.

Introdução

Algoritmos de migração baseados na equação de onda apresentam melhor desempenho na presença de forte variação lateral de velocidade. As migrações por diferenças finitas, phase shift, split-step, phase screen e a migração por Fourier finite difference são abordagens para migração usando a equação da onda.

A migração phase-shift é um método eficiente e preciso de propagação com grandes ângulos, se a velocidade variar somente com a profundidade. Já a migração phase-shift plus interpolation (PSPI) é mais tolerante a variações de velocidade. Por outro lado, a migração por diferenças finitas permite modelos com variações laterais de velocidade, mas apresenta limitações para ângulos grandes de incidência e ondas evanescentes. Ristow e Rühl (1994), propuseram um algoritmo híbrido de diferenças finitas, phase-shift e split-step denominado Fourier finite difference (FFD), que apresenta vantagens em relação a cada um destes métodos aplicados isoladamente, particularmente em modelos com fortes variações laterais de velocidade.

Infelizmente, quando o método FFD é aplicado na presença de descontinuidades acentuadas no modelo de velocidade, apresenta instabilidade numérica. Para corrigir esta limitação Biondi (2002) propôs modificações ao algoritmo FFD que o torna incondicionalmente estável, o qual denominou Fourier finite difference plus

interpolation (FFDPI). Este algoritmo requer interpolação do campo de velocidades o que aumenta o seu custo computacional em relação ao algoritmo FFD.

Zhang et al (2003) aplicou uma técnica com aproximações de Padé complexa para o método de migração 3D por diferenças finitas. Todavia, esse método não se mostrou eficiente para propagação de grandes ângulos. Ainda utilizando a aproximação de Padé complexa Zhang et al (2004) apresentou o método de migração split-step complex Padé Fourier 3D que está baseado no operador exponencial exato multiplicando e dividindo pelo exponencial aproximado que é usado na solução de Fourier.

Utilizando a expansão de Padé complexa (Milinazzo et al, 1997) para aproximar o operador de raiz quadrada da equação da onda unidirecional, apresentamos um algoritmo de migração 2D por diferenças finitas e um outro de migração FFD também 2D que apresentam maior estabilidade que a implementação FFD original e desempenho equivalente ao algoritmo FFDPI com custo computacional menor.

Metodologia

Os algoritmos a seguir utilizam aproximações racionais para a equação da onda unidirecional:

$$\frac{\partial P(\bar{x}, \omega)}{\partial x_3} = \frac{-i\omega}{c(\bar{x})} \sqrt{1 + \frac{c^2(\bar{x})}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} P(\bar{x}, \omega), \quad (1)$$

em que $P(x, \omega)$ é o campo de pressão, $c(\bar{x})$ é a velocidade e $i = \sqrt{-1}$. Para aproximar a raiz quadrada da Eq. (1) nós utilizamos aproximações da forma:

$$\sqrt{1+z} = e^{i\alpha/2} \sqrt{1 + [(1+z)e^{-i\alpha} - 1]} \approx R_N(z) = C_0 + \sum_{n=1}^N \frac{A_n z}{1 + B_n z}, \quad (2)$$

em que

$$C_0 = e^{i\alpha/2} \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{a_n [e^{-i\alpha} - 1]}{1 + b_n (e^{-i\alpha} - 1)} \right), \quad z = \frac{c^2(\bar{x})}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2},$$

$$A_n = \frac{e^{-i\alpha/2} a_n}{[1 + b_n (e^{-i\alpha} - 1)]^2} \quad \text{e} \quad B_n = \frac{b_n e^{-i\alpha}}{1 + b_n (e^{-i\alpha} - 1)}.$$

A_n e B_n são coeficientes de Padé complexos propostos por Milinazzo et al (1997), a_n e b_n são os coeficientes da expansão de Padé real (Bamberger et al, 1988) e são dados por

$$a_n = \frac{2}{2N+1} \operatorname{sen}^2 \frac{n\pi}{2N+1} \quad \text{e} \quad b_n = \cos^2 \frac{n\pi}{2N+1}.$$

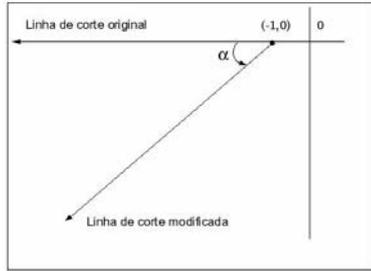


Figura 1: Esquema do plano z e da linha de corte

No plano complexo, a expansão de Padé com coeficientes reais corresponde às aproximações da raiz quadrada com linhas de corte ao longo do eixo real negativo. A introdução da fase α na Eq. (2) rotaciona a linha de corte e desloca o ponto de ramificação da raiz da origem para o ponto $(-1,0)$ conforme mostra a Fig. 1. Esta modificação resulta em uma melhor representação da parte evanescente do espectro, desta forma melhorando a estabilidade da aproximação.

Substituindo (2) em (1) temos:

$$\frac{\partial P(\bar{x}, \omega)}{\partial x_3} = \frac{-i\omega}{c(\bar{x})} \left[C_0 + \sum_{n=1}^N \frac{A_n \frac{c^2(\bar{x})}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}}{1 + B_n \frac{c^2(\bar{x})}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} \right] P(\bar{x}, \omega). \quad (3)$$

A implementação da Eq. (3) resulta no algoritmo de migração por diferenças finitas com aproximação de Padé complexa.

Seguindo metodologia semelhante a utilizada por Ristow e Rühl (1994), deduzimos a seguinte aproximação para a migração FFD utilizando expansão de Padé complexa:

$$\begin{aligned} \frac{-i\omega}{c(\bar{x})} \sqrt{1 + \frac{c^2(\bar{x})}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} &\approx \frac{-i\omega}{c_r} \sqrt{1 + \frac{c_r^2}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} P(\bar{x}, \omega) + \\ (i\omega) \left(\frac{1}{c(\bar{x})} - \frac{1}{c_r} \right) C_0 P(\bar{x}, \omega) + \\ (-i\omega) \left[\sum_{n=1}^N \frac{A_n \left(\frac{c - c_r}{\omega^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}}{1 + 2B_n \left(\frac{c^2 + c_r^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} \right] P(\bar{x}, \omega) \end{aligned} \quad (4)$$

em que a velocidade de referência C_r é a velocidade mínima em cada nível do processo de continuação do campo de ondas para baixo. Na próxima seção apresentamos os resultados dos dois algoritmos de migração, baseados nas Eqs. (3) e (4) e comparamos com os resultados de outros algoritmos de migração em profundidade utilizando continuação para baixo do campo de ondas.

Resposta ao impulso no modelo Marmousi

Para avaliar o desempenho dos algoritmos utilizando aproximação de Padé complexa comparamos a resposta ao impulso dos mesmos com os seguintes algoritmos de migração por continuação para baixo do campo de ondas: FD, FFD, PSPI e FFDPI. Exceto o algoritmo FFDPI, utilizamos as implementações do pacote SU (Cohen e Stockwell, 2005). A resposta ao impulso foi avaliada no modelo Marmousi, para um pulso Ricker com frequência pico de 25Hz, para um traço na posição central do modelo, no instante 0,8s. Para realçar os eventos, aplicamos o mesmo ganho a todos os resultados.

A Fig. 2 mostra a resposta ao impulso da migração por diferenças finitas para grande abertura. A Fig. 3 mostra a resposta ao impulso da migração FD utilizando a Eq. (3), a rotação da linha de corte foi de 90 graus. A redução da dispersão numérica no resultado com a aproximação de Padé complexa é evidente e decorre do tratamento mais adequado para as ondas evanescentes, como indica Milinazzo et al (1997) e Yevick et al (2000). A resposta ao impulso do algoritmo proposto na Eq. (4) está apresentada na Fig. 5. Comparando com a resposta ao impulso do algoritmo FFD original, Fig. 4, o algoritmo proposto apresenta maior qualidade na imagem e menor dispersão numérica.

Para melhor avaliar a resposta do novo algoritmo comparamos seu resultado com a resposta ao impulso da migração PSPI, Fig. 6, e a resposta ao impulso usando o algoritmo FFDPI proposto por Biondi (2002), Fig. 7. Observa-se maior semelhança entre a resposta ao impulso destes três algoritmos do que com a resposta ao impulso do algoritmo FFD original. Entretanto, o algoritmo proposto não requer nenhuma interpolação de migrações feitas com diferentes velocidades de referência. Esta característica é responsável pelo seu menor custo computacional em relação ao algoritmo FFDPI.

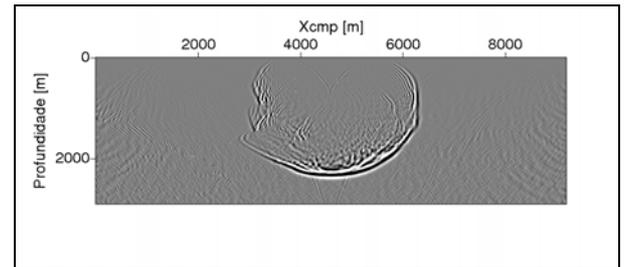


Figura 2: Resposta ao impulso utilizando o método FD convencional

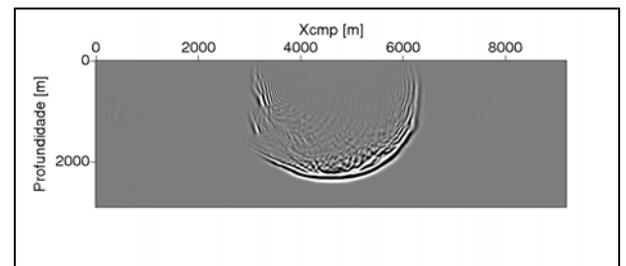


Figura 3: Resposta ao impulso utilizando o método FD com aproximação de Padé complexa

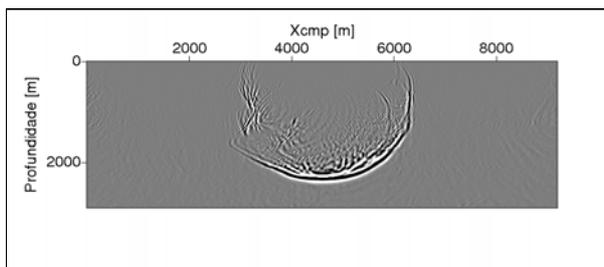


Figura 4: Resposta ao impulso utilizando o método FFD original

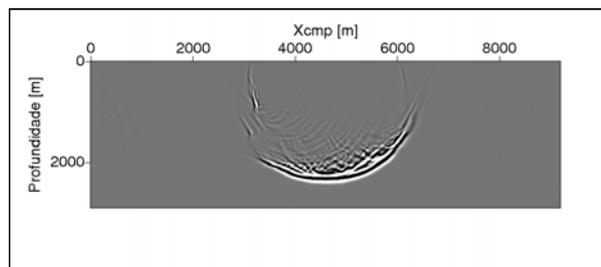


Figura 5: Resposta ao impulso utilizando o método FFD com aproximação de Padé complexa

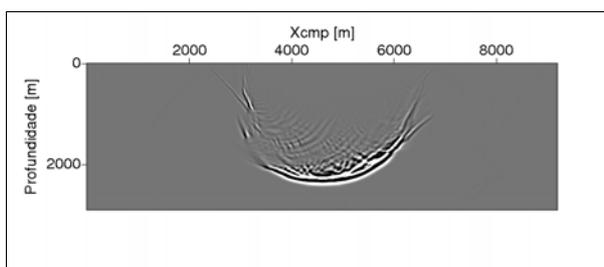


Figura 6: Resposta ao impulso utilizando o método PSPI

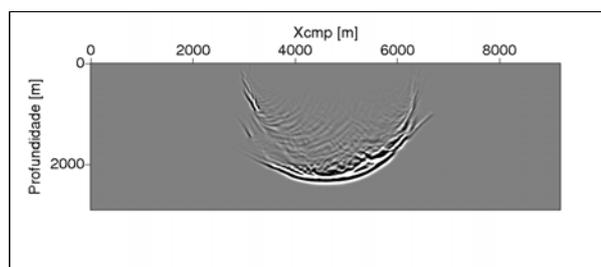


Figura 7: Resposta ao impulso utilizando o método FFDPI

Migração Pré-empilhamento dos dados Marmousi

Como segundo experimento numérico, efetuamos a migração pré-empilhamento no modelo Marmousi no domínio de tiro comum. O resultado da migração com as implementações descritas acima foram comparados aos métodos FFDPI, PSPI, FFD e FD. Novamente, com exceção do algoritmo FFDPI, foi utilizada a implementação do pacote Seismic Unix. Utilizamos a prescrição de Bagaini et al (1995) na escolha de velocidades para o termo de deslocamento de fase em nossa implementação do algoritmo FFDPI.

A condição de imagem em todos os algoritmos foi a correlação entre o campo incidente e o campo retropropagado. Para todos os exemplos a seguir o campo incidente foi calculado usando um pulso Ricker com frequência pico de 25Hz. A banda de frequência utilizada foi de 0 a 60Hz. Nenhum pré-processamento foi aplicado aos dados de entrada. Utilizamos oito parcelas da expansão nas equações (3) e (4).

A Fig. 8 mostra o resultado da migração utilizando o método FD original enquanto a Fig. 9 mostra os dados migrados pelo método FD com aproximação de Padé complexa. É evidente a melhoria na definição dos refletores. A diferença na frequência do sinal deve-se ao fato de nas implementações do SU termos usado uma janela Hamming com frequências de 5Hz, 10Hz, 40Hz e 50Hz.

A Fig. 10 mostra o método FFD original que comparado ao nosso algoritmo FFD, Fig. 11, apresenta menor qualidade de definição nas falhas estruturais do modelo. Comparando ainda a Fig. 11 com a Fig. 12, método PSPI, é perceptível a dificuldade do método PSPI em imagear estruturas até aproximadamente 1500m em profundidade enquanto nosso algoritmo FFD mostra essas estruturas com uma boa definição.

Ao observar a Fig. 13 que mostra a aplicação do método FFDPI e a Fig. 11, é notória a semelhança entre elas, com exceção das áreas A, B e C, o que a ressalta a qualidade do método FFDPI.

A Fig.14 mostra o modelo de velocidade do dado Marmousi. Comparando os resultados de todos os métodos de migração que utilizamos neste trabalho com a Fig. 14 notamos que nosso algoritmo consegue imagear o reservatório (área D) com resolução semelhante ao método FFDPI.

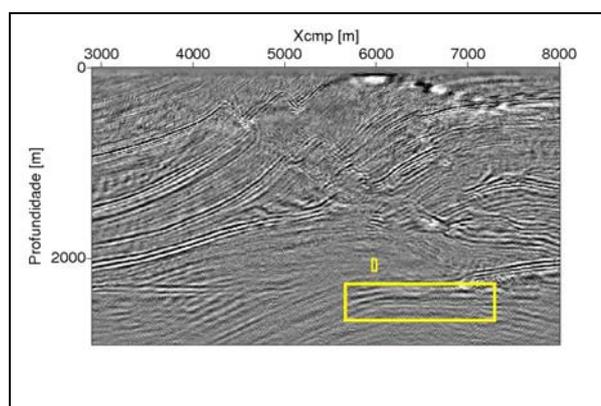


Figura 8: Migração pré-empilhamento utilizando o método FD original.

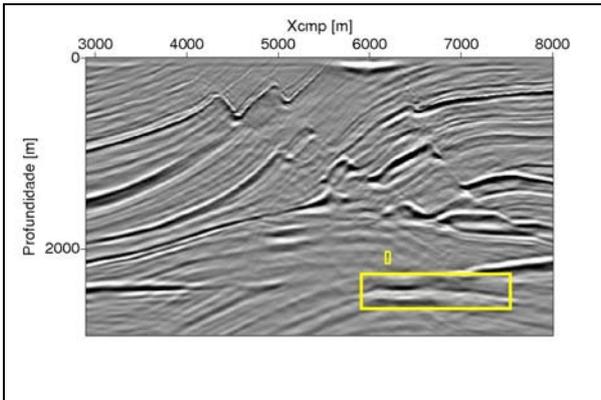


Figura 9: Migração pré-empilhamento utilizando o método FD com aproximação de Padé complexa.

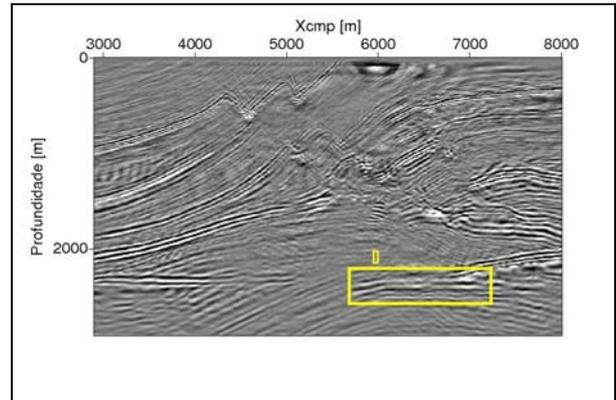


Figura 10: Migração pré-empilhamento utilizando o método FFD original.

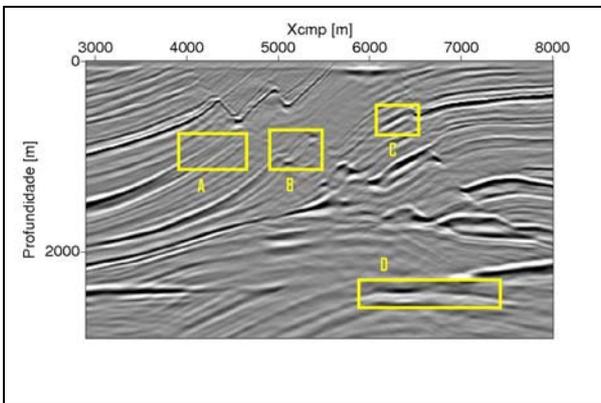


Figura 11: Migração pré-empilhamento utilizando o método FFD com aproximação de Padé complexa.

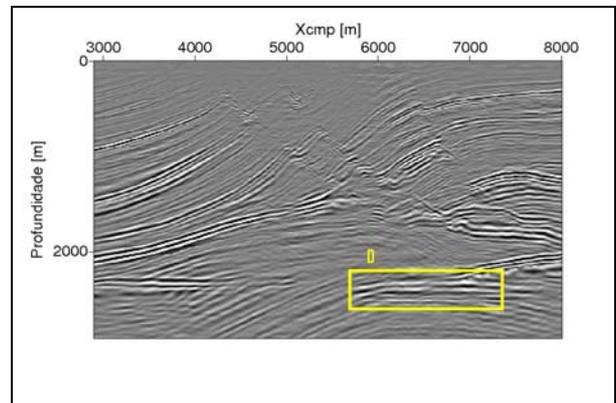


Figura 12: Migração pré-empilhamento utilizando o método PSPI.

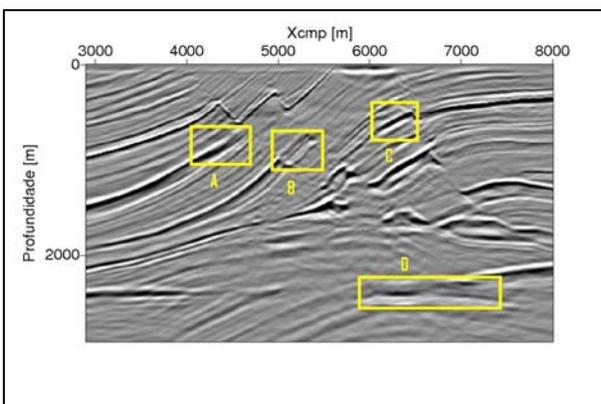


Figura 13: Migração pré-empilhamento utilizando o método FFDPI.

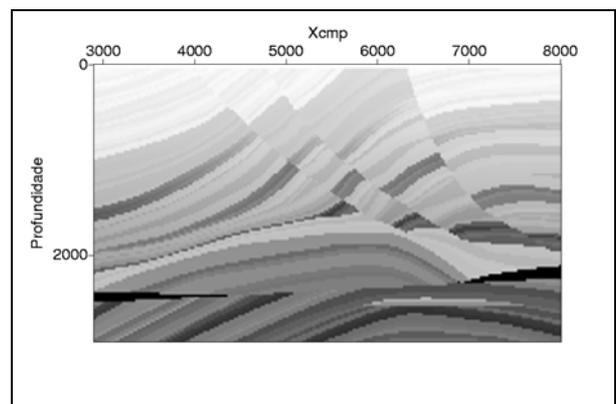


Figura 14: Modelo de velocidade Marmousi

Discussão e Conclusões

Para modelar fortes variações laterais de velocidade, a combinação da precisão dos métodos de Fourier para migração de eventos com forte inclinação com a flexibilidade de diferenças finitas implícita produz métodos de continuação para baixo precisos e eficientes.

A correção FFD é a mais eficaz que a migração por diferenças finitas, pois inclui termos de deslocamento de fase, split-step além de termos de difração calculados por diferenças finitas.

A avaliação da resposta impulsiva do algoritmo proposto, no modelo de velocidade Marmousi, foi comparada a resposta impulsiva da migração por deslocamento de fase, da migração por diferenças finitas, da migração FFD e FFDPI. Os resultados mostram que a resposta impulsiva da migração FFD usando aproximação de Padé complexa se aproxima da migração por deslocamento de fase e da migração FFDPI, o que sugere que o operador pode migrar eventos com forte mergulho.

Os resultados da migração pré-empilhamento usando FFD com aproximação de Padé complexa indicam que esta abordagem melhora a estabilidade do algoritmo original e apresenta resultados semelhantes ao método FFDPI a um custo computacional muito inferior.

Agradecimentos

Agradecemos o financiamento oferecido através do projeto patrocinado por FINEP/CNPq/PETROBRAS e ao CNPq pela bolsa de mestrado.

Referências

BAGAINI, C., BONOMI, E., PIERONI, E. 1995. Data parallel implementation of 3-D PSPI. 65th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 188-191.

BAMBERGER, A., et al, 1988. Higher order paraxial wave equation approximations in heterogeneous media. J. Appl. Math.,48: 129-154.

BIONDI, B., 2002. Stable wide-angle Fourier finite-difference downward extrapolation of 3-D wavefields. Geophysics, 67: 872-882

COHEN, J. K. & STOCKWELL, Jr. J. W. 2005. CWP/SU: Seismic Un*x Release n. 39 a free package for seismic research e processing, Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines.

MILINAZZO, F. A., ZALA, C. A. & BROOKE, G. H. 1997. Rational square-root approximations for parabolic equation algorithms. J. Acoust. Soc. Am., vol. 101, n. 2: 760-766.

RISTOW, D. & RÜHL, T., 1994. Fourier finite-difference migration. Geophysics, 59: 1882-1893.

YEVICK, D. & THOMSON, D. J. 2000. Complex Padé approximants for wide-angle acoustic propagators. J. Acoust. Soc. Am., vol. 108: 2784-2790.

ZHANG, L., RECTOR, J.W.,HOVERSTEN, G. M., & FOMEL, S. 2004. Split-Step complex Padé-Fourier Depth migration. SEG Int'l Exposition and 74th Annual Meeting. Denver, Colorado.