



## Modelamento matemático do campo geomagnético principal e sua variação secular no Brasil entre 1500 e 1900.

Cosme F. Ponte Neto (cosme@on.br), Observatório Nacional-MCT; Israel Nunes de Almeida Junior, bolsista PIBIC/CNPq

Copyright 2004, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

*Este texto foi preparado para a apresentação no I Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, São Paulo, 26-28 de setembro de 2004. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Tecno-científica do I SR-SBGf mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.*

### Resumo

Neste trabalho será apresentado um modelo polinomial de 5° grau, para a determinação dos elementos do campo geomagnético e da sua variação secular no Brasil entre os anos de 1500 e 1900. O modelo foi ajustado a partir de dados compilados por Wendel (1933) e Gama (1966) e dados gerados através de um modelo global por harmônicos esféricos proposto por Korte e Constable (2003). Os dados compilados por Wendel foram determinados por vários pesquisadores, cobrem o período de 1500 e 1900 e contém apenas dados da declinação magnética. Os dados compilados por Gama são medidas de declinação, inclinação e componente horizontal do campo, realizadas por Van Rikevorsel, entre 1883 e 1900.

O modelo é válido no período de 1500 a 1900, entre as latitudes 10°N e 40°S e as longitudes 30°W e 80°W.

### Introdução

O estudo sistemático da morfologia do campo geomagnético começou com os trabalhos de Gauss em meados do século XVII. As medidas geomagnéticas antes de Gauss limitavam-se a determinação da declinação magnética e na elaboração de cartas isogônicas de grande importância para a navegação na época. Gauss deu início ao monitoramento contínuo e sistemático do campo, estruturou a primeira rede de observatórios geomagnéticos, estabelecendo as bases do geomagnetismo moderno, e criou o modelo de representação do campo por harmônicos esféricos, que permite a separação entre as contribuições internas e externas do campo geomagnético, este modelo é usado até hoje para representar o campo em escala global.

No Brasil, os dados geomagnéticos entre 1500 e 1883 limitam-se basicamente a determinações da declinação magnética. Entre 1883 e 1900 foi realizada uma série de medidas, por Van Rikevorsel, em cujas medidas foram determinadas a declinação magnética, a componente horizontal e a inclinação do campo geomagnético. A partir de 1910 o Observatório Nacional passou o monitorar continua e sistematicamente todos os elementos do campo geomagnético, em estações distribuídas pelo território nacional, nos moldes das redes geomagnéticas atuais, passou também a publicar estes

dados e a elaborar modelos matemáticos para o campo de forma sistemática, conforme Gama(1966), Godoy (1982) e Mota e Barreto(1986).

Neste trabalho optou-se pelo período entre 1500 e 1900 com o objetivo de integrar os dados disponíveis neste período, com os dados gerados por um modelo global por harmônicos esféricos. Sabemos que os modelos globais não representam bem a declinação magnética do Brasil neste período, uma vez que os dados observacionais do Brasil, neste período, não foram usados na elaboração dos modelos globais analisados: Korte e Constable (2003) e Hongre et al (1998). Contudo, os modelos globais são baseados em dados paleomagnéticos e de paleointensidade em escala global, trazendo informações importantes da variação secular, da inclinação e da intensidade total do campo em localidades e datas nas quais não existem dados observacionais. Deste modo, o modelo proposto leva em consideração as informações de todos os dados disponíveis, em escala global e regional. Outro fator importante na escolha do intervalo entre 1500 e 1900 é a existência do modelo IGRF, a partir de 1900, quando as medidas passaram a ser mais precisas e sistemáticas em todo o globo, caracterizando a utilização de uma outra geração de modelos matemáticos para a representação do campo geomagnético.

### Justificativa

A caracterização dos elementos do campo geomagnético no passado, em vários intervalos de tempo, é de grande interesse para várias áreas do conhecimento. Desde a descoberta do Brasil, grande quantidade de documentos cita informações relacionadas com a declinação magnética em diversas localidades do território nacional. São documentos técnicos relacionados à navegação, engenharia civil, agrimensura, cartografia e também documentos jurídicos. Alguns destes documentos trazem informações precisas sobre o campo geomagnético no passado que serão utilizadas neste trabalho, por outro lado, deste modelo pode contribuir para o esclarecimento de problemas freqüentes, principalmente nas áreas de engenharia e agrimensura, nas quais necessita-se de informação sobre o campo geomagnético no passado para a correta interpretação de registros históricos.

Além da contribuição no campo da história, o arqueomagnetismo pode, através do conhecimento do campo geomagnético no passado e de registros paleomagnéticos, contribuir para estudos arqueológicos importantes, como a ocupação humana nas Américas, datação de sítios arqueológicos, de peças de cerâmicas e de pinturas rupestres. Nos trabalhos de arqueomagnetismo, normalmente o campo geomagnético

deve ser conhecido em períodos bem mais antigos, entre 5 mil e 10 mil anos atrás, desta forma este trabalho pode representar um primeiro passo na elaboração de novos modelos que avancem sucessivamente no passado, possibilitando aplicações nesta área do conhecimento.

**Dados usados no ajuste do modelo**

Foram utilizados 3 tipos de dados neste trabalho: dados sintéticos gerados através de um modelo por harmônicos esféricos globais, proposto por Korte e Constable (2003); medidas da declinação magnética compiladas por Wendel (1933) e medidas da declinação magnética, inclinação e campo total compiladas por Gama (1966).

Os dados sintéticos estão distribuídos num grid regular de 2,5° x 2,5°, estes dados são importantes para melhorar a homogeneidade da distribuição espacial e temporal dos dados e para relacionar o modelo proposto a dados com distribuição global, dando ao modelo uma continuidade com as feições globais do campo.

Foram testados dois modelos globais, um proposto por Korte e Constable (2003) e outro proposto por Hongre et al (1998). Para escolher o modelo que mais se aproxima dos dados observacionais, foi calculada a somatória dos desvios quadráticos médios entre os dados experimentais e os dados do modelo. Este teste mostrou que o modelo de Korte e Constable (2003) apresentou o melhor ajuste aos dados experimentais. A tabela 1 e a figura 1 mostram a quantidade e a distribuição dos dados.

Tabela 1. Dados usados no ajuste.

Dados	Wendel *	Gama *	Sintéticos **	Total
Declinação	347	183	7497	8027
Inclinação	-	181	7497	7678
Campo total	-	172	7497	7669

\* autores da compilação dos dados

\*\* modelo proposto por Korte e Constable (2003)

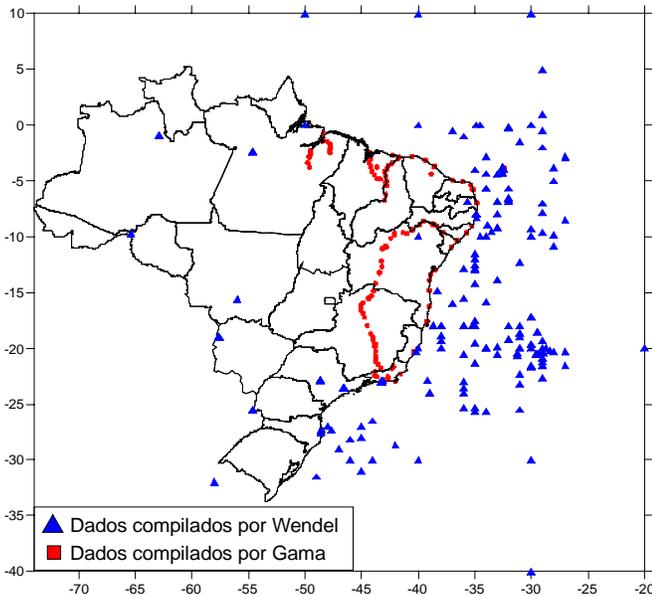


Figura 1. Dados experimentais.

**Modelo matemático e metodologia.**

O modelo proposto é um polinômio de 5° grau, com 56 coeficientes para o cálculo cada um dos 3 elemento do campo geomagnético (declinação, inclinação e intensidade total) como funções das coordenadas geográficas e do tempo. Os polinômios são dados pelas seguintes expressões:

$$Decl = f_1(Long, Lat, t) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^{n-k} \sum_{i=0}^{n-k-j} A_{i,j,k} (Long - Long_0)^i .(Lat - Lat_0)^j .(t - t_0)^k$$

$$Incl = f_2(Long, Lat, t) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^{n-k} \sum_{i=0}^{n-k-j} B_{i,j,k} (Long - Long_0)^i .(Lat - Lat_0)^j .(t - t_0)^k$$

$$F = f_3(Long, Lat, t) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^{n-k} \sum_{i=0}^{n-k-j} C_{i,j,k} (Long - Long_0)^i .(Lat - Lat_0)^j .(t - t_0)^k$$

Onde  $A_{i,j,k}$  ;  $B_{i,j,k}$  e  $C_{i,j,k}$  são os coeficientes dos polinômios.

As expressões acima são uma extensão, para funções de três variáveis, da expansão em série de Maclaurin, proposta por Balch e Thompson (1989), para o ajuste de superfícies em duas dimensões.

Com o objetivo de reduzir o valor dos coeficientes, as variáveis Lat, Long e t são subtraída, em todos os monômios, de um valor constante que corresponde ao centro do intervalo de validade do modelo. Este artifício contribui para diminuir o erro numérico do modelo, aumentando assim a sua precisão.

Os valores adotados são os seguintes:

$$Lat_0 = +15^\circ; Long_0 = +55^\circ; t_0 = -1700 \text{ anos}$$

As latitudes Sul e as longitudes Leste são consideradas negativas e devem ser expressas em graus decimais, a data deve ser expressa em “ano-fração” .

**Ajuste dos coeficientes**

O ajuste dos coeficientes foi feito através de mínimos quadrados ponderados, no qual os dados sintéticos receberam pesos diferentes dos dados observacionais, de modo que o modelo se aproxime o melhor possível dos dados, no locais onde existem estes dados experimentais, e valores coerentes com os padrões esperados para o campo, em locais onde não existem dados. Aplicando um ajuste polinomial usando apenas os dados experimentais notou-se que o modelo não funcionava bem para regiões com poucos dados, fornecendo valores incompatíveis e inviabilizando a proposta de um modelo para todo o Brasil, abrangendo o período de 400 anos. Para contornar estas dificuldades optou-se por acrescentar dados sintéticos para estabilizar o modelo em toda extensão espacial e temporal proposta. Com isso espera-se que o modelo proposto seja mais confiável do que o modelo global, uma vez que estamos usando dados observacionais que não foram usados nos modelos globais.

A formulação por mínimos quadrados é dada abaixo.

$$A = (H^T.W.H)^{-1} H^T.W.Decl$$

$$B = (H^T.W.H)^{-1} H^T.W.Incl$$

$$C = (H^T.W.H)^{-1} H^T.W.F$$

Sendo:

A, B e C - os vetores dos coeficientes ajustados

H - As matrizes Jacobianas de cada sistema linear

W - Matriz dos pesos usados na ponderação

F, Incl e Decl - os vetores dos dados

O ajuste dos coeficientes de cada elemento do campo é feito de forma independente, de modo que não é necessário usar o mesmo número de dados, nem a mesma distribuição espacial e temporal dos dados para o ajuste dos 3 conjuntos de coeficientes. Isto é vantajoso uma vez que existem muitos pontos onde só se conhece a declinação magnética, estes pontos só serão usados na determinação dos coeficientes relativos a este elemento do campo.

**Determinação dos pesos**

O ajuste por mínimos quadrados ponderados justifica-se pelo fato de serem usados dados de naturezas diferentes. Os dados experimentais são mais importantes do que os dados sintéticos e devem ter um peso maior no ajuste. Além disso, os dados sintéticos são mais numerosos do que os dados experimentais e a ponderação pode corrigir esta discrepância, estabelecendo níveis adequados de importância para as três categorias de dados usados no ajuste.

Adotou-se o seguinte critério para estimar os pesos de cada categoria de dados.

$$Peso = \frac{n^{\circ}total\ de\ dados}{n^{\circ}\ de\ dados\ de\ cada\ categoria}$$

Os pesos usados estão apresentados na tabela 2

Tabela 2. Pesos usados, por categoria de dados.

Pesos	Wendel *	Gama *	Dados sintéticos **
Declinação	23	44	1
Inclinação	-	42	1
Campo Total	-	45	1

\* autores da compilação dos dados

\*\* modelo de Korte e Constable (2003)

**Cálculo da variação secular do campo geomagnético.**

A variação secular do campo geomagnético geralmente é expressa em termos das variações anuais dos seus elementos. Estes valores podem ser calculados, num determinado ponto e numa determinada data, através das expressões abaixo, considerando um Δt = 1 ano.

$$\frac{\Delta Decl}{ano} = f_1(Long, Lat, (t + 0,5)) - f_1(Long, Lat, (t - 0,5))$$

$$\frac{\Delta Incl}{ano} = f_2(Long, Lat, (t + 0,5)) - f_2(Long, Lat, (t - 0,5))$$

$$\frac{\Delta F}{ano} = f_3(Long, Lat, (t + 0,5)) - f_3(Long, Lat, (t - 0,5))$$

**Resultados**

Os coeficientes calculados estão apresentados na tabela 3. Estes coeficientes sintetizam os resultados deste trabalho e são os parâmetros matemáticos que definem o modelo.

As figuras 2a e 2b mostram os dados experimentais da declinação magnética e os dados fornecidos pelos modelos globais e pelo modelo proposto, para a cidade de São Paulo e para o arquipélago de Fernando de Noronha.

Estas duas localidades foram escolhidas para esta comparação porque são os dois locais onde existe o maior número de dados experimentais homogeneamente distribuídos no período estudado, além disso, estes dois locais encontram-se bastante abastados entre si, em relação às dimensões do Brasil, fator que favorece a escolha destes locais como pontos de controle para comparar os resultados.

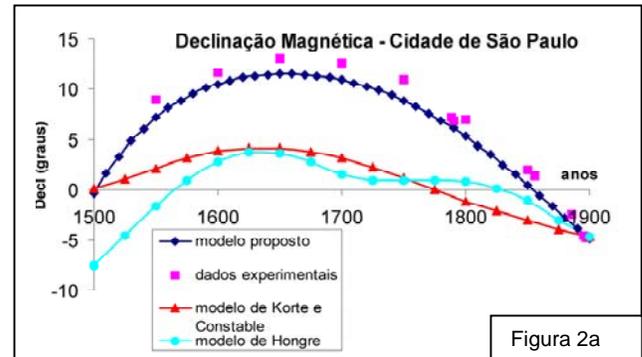


Figura 2a

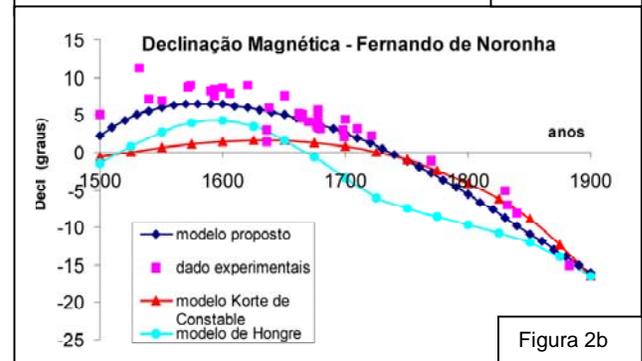


Figura 2b

As figuras 2a e 2b mostram que na cidade de São Paulo e em Fernando de Noronha, o modelo proposto apresenta um ajuste aos dados experimentais melhor do que o ajuste dos modelos globais propostos por Korte e Hongre.

O parâmetro de ajuste FIT é usado para quantificar a qualidade de um ajuste, Balch e Thompson (1989). Foi calculado o FIT para os dados da figura 2 e obteve-se o seguinte resultado:

FIT	Korte	Hongre	Modelo proposto
São Paulo	56%	52%	85%
F. Noronha	63%	58%	81%

A comparação dos FITs confirma que o modelo proposto representa melhor a declinação nestes dois locais.

Tabela 3. Coeficientes do polinômio

i	j	k	A <sub>i,j,k</sub>	B <sub>i,j,k</sub>	C <sub>i,j,k</sub>
0	0	0	7,4520E+00	-1,9016E+01	3,1613E+04
1	0	0	1,7119E-01	1,7207E-01	-5,4918E+01
2	0	0	-8,6148E-03	-3,4256E-04	9,4536E-03
3	0	0	-3,5591E-04	-2,7294E-04	3,4257E-02
4	0	0	6,3897E-06	-2,3227E-06	4,2533E-04
5	0	0	2,0718E-07	2,4661E-07	-1,0819E-05
0	1	0	-4,3622E-01	1,8176E+00	-2,3089E+02
1	1	0	-7,3758E-03	1,5421E-04	1,4462E+00
2	1	0	6,4512E-04	4,3512E-05	-2,9463E-02
3	1	0	4,4600E-06	8,4998E-07	-7,3263E-04
4	1	0	-3,6389E-07	-3,1919E-08	-1,6654E-05
0	2	0	-1,6693E-03	1,2972E-02	1,1872E+01
1	2	0	-4,9209E-04	-1,7880E-04	7,0940E-02
2	2	0	3,0297E-06	3,6134E-06	-6,3261E-04
3	2	0	4,1649E-07	3,3561E-07	-5,3417E-05
0	3	0	9,7194E-04	-1,2969E-04	5,3886E-02
1	3	0	8,6381E-06	-1,1369E-06	-1,6262E-03
2	3	0	-4,8907E-07	-1,3471E-07	7,1569E-05
0	4	0	-7,2985E-06	-6,7353E-06	-2,7659E-03
1	4	0	1,5497E-07	-7,8830E-08	-5,2996E-05
0	5	0	-6,3412E-07	-1,8971E-07	6,2132E-05
0	0	1	-8,3633E-03	6,3684E-02	4,1564E+00
1	0	1	-1,0103E-03	1,5717E-04	3,3426E-01
2	0	1	-7,6345E-05	3,1797E-06	-2,9514E-03
3	0	1	-8,8926E-07	-1,0330E-06	4,2175E-05
4	0	1	3,1315E-08	-2,5868E-08	3,0388E-06
0	1	1	7,2995E-04	1,0536E-03	6,2581E-01
1	1	1	-4,0815E-06	9,3526E-06	6,1971E-03
2	1	1	-2,3286E-07	1,5095E-07	-3,3746E-04
3	1	1	9,0405E-09	3,7928E-09	-9,8129E-06
0	2	1	1,0396E-05	-5,2589E-05	2,7775E-02
1	2	1	3,6801E-07	-2,7310E-07	-8,8363E-08
2	2	1	3,8233E-08	3,8504E-08	-4,0831E-06
0	3	1	-3,0308E-07	-4,6949E-07	-5,4882E-04
1	3	1	-6,6304E-09	-7,4433E-09	-9,8026E-06
0	4	1	-1,0244E-08	-5,4504E-09	-1,3278E-05
0	0	2	-1,9007E-04	1,1233E-04	-1,8351E-02
1	0	2	-7,9017E-06	4,6952E-07	-8,5707E-04
2	0	2	1,4126E-07	-1,7241E-07	1,7013E-05
3	0	2	3,5333E-09	-5,7256E-09	1,0338E-07
0	1	2	7,4676E-06	-5,8674E-07	2,8627E-03
1	1	2	1,0628E-07	-4,4387E-08	-5,8715E-06
2	1	2	-1,1099E-08	1,1879E-09	-1,9923E-06
0	2	2	1,3315E-07	-3,5419E-08	1,1567E-07
1	2	2	4,4339E-09	-1,4381E-10	-1,2528E-06
0	3	2	-1,4658E-08	2,4225E-09	-3,0396E-06
0	0	3	-1,4462E-07	6,0190E-07	-7,8839E-04
1	0	3	-8,1789E-09	1,5765E-08	-1,3582E-05
2	0	3	9,0134E-10	-9,2417E-10	1,7802E-07
0	1	3	-2,1005E-08	-2,4168E-08	1,8826E-05
1	1	3	4,3527E-10	-1,7815E-10	1,8233E-07
0	2	3	-2,4202E-10	6,8057E-10	-2,4028E-07
0	0	4	-7,6031E-10	2,9393E-10	-8,9118E-07
1	0	4	-2,1767E-11	3,8195E-12	1,3801E-08
0	1	4	3,8660E-11	-1,1263E-10	5,8249E-08
0	0	5	1,0263E-11	-9,6051E-12	9,9569E-09

Os mapas de isovalores dos elementos do campo, figuras 3, mostram valores compatíveis com as feições conhecidas do campo geomagnético em escala global. O valores de  $F$  estão entre 29.000 e 42.000 nT, com valores progressivamente mais baixos próximo ao equador magnético e à Anomalia do Atlântico Sul (AAS), os valores diminuem também ao longo do tempo, mostrando comportamento coerente com a atual diminuição do momento de dipolo magnético da Terra.

É sabido que de 1900 até hoje, a AAS deriva para Oeste, juntamente com os focos isopóricos da variação secular. Na figura 3 os valores da declinação mostram que antes de 1900 a AAS tinha latitudes menores. A Inclinação mostrou uma variação monotônica com a latitude, comportamento bem característico deste elemento do campo e a declinação mostrou as variações espaciais e temporais mais expressivas, possivelmente pela influência da AAS na região estudada.

### Conclusões

O modelo polinomial mostrou-se adequado para modelar o campo geomagnético nas condições propostas. A possibilidade de calcular os elementos do campo de forma independente é muito vantajosa, uma vez que as informações do campo geomagnético no passado são fornecidas através de métodos diferentes e frequentemente as informações são incompletas. O paleomagnetismo fornece valores de declinação e inclinação; os estudos de paleointensidade fornecem dados de  $F$  e assim por diante. O modelo proposto pode integrar todos os dados disponíveis de forma sintética e prática do ponto de vista computacional.

Eu acredito que esta metodologia pode ser aplicada com sucesso para o modelamento do campo geomagnético para períodos de interesse do arqueomagnetismo (até 10.000 anos atrás). Para isso será necessário reunir dados paleomagnéticos da região de interesse, e calcular uma série de conjuntos de coeficientes, um conjunto para cada sub-período, de modo a dar maior amplitude temporal ao modelo.

### Agradecimentos

Agradeço ao Ronaldo M. Carvalho por ter fornecido os dados da rede geomagnética do Observatório Nacional devidamente organizados e ao Constantino M. Motta pela colaboração nas questões computacionais do trabalho.

### Referências

- Balch, S.J. e Thompson, G.T., 1989. An efficient algorithm for polynomial surface fitting. *Computer & Geosciences* Vol.15, No.1, pp.107-119.
- Gama,L.,1966. Campo magnético normal e sua variação secular em 545 pontos geográficos do Brasil 1880-1960. Publicação do Observatório Nacional- Rio de Janeiro – Brasil.
- Godoy R.C., 1982. Variação Secular da intensidade do campo geomagnético no Brasil. Dissertação de mestrado, Observatório Nacional- Rio de Janeiro – Brasil.

Hongre, L., Hulot, G., Hkhlov, A., 1998. An analysis of the geomagnetic field over the past 2000 years. *Phys. Earth Planet. Interiors* 106, 311-335.

Korte, M., Constable, C., 2003. Continuous global geomagnetic field models for the past 3000 years. *Phys. Earth Planet. Interiors* 140, 73-89.

Motta, C.M. e Barreto, L.M., 1986. Campo geomagnético normal e sua variação secular no Brasil e, 1985, 0. Publicação do Observatório Nacional- Rio de Janeiro – Brasil.

Wendel, G., 1933. Declinação magnética do Brasil na época da descoberta. Publicação do Observatório Astronômico de São Paulo.

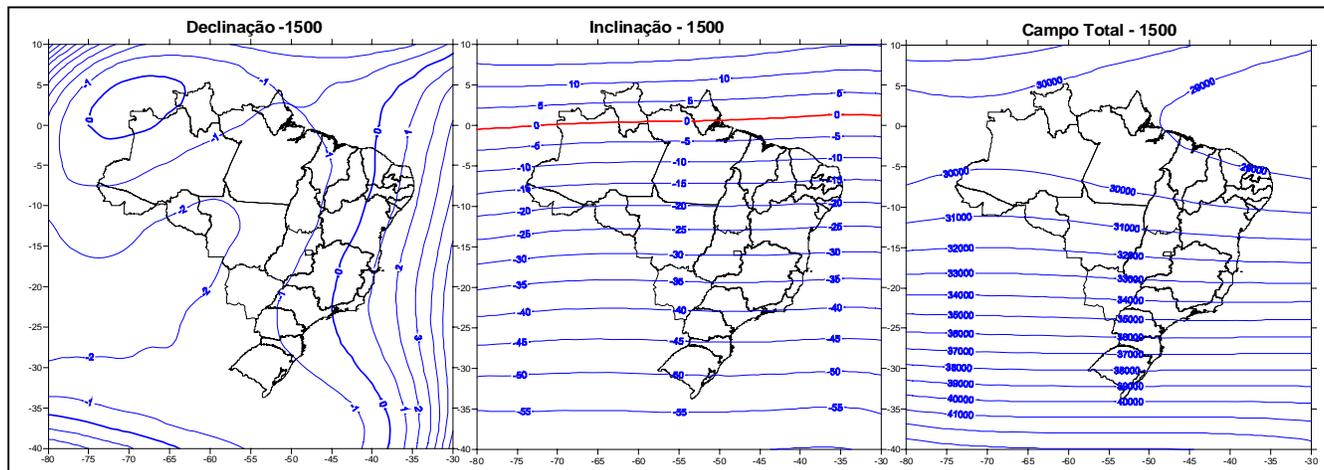


Figura 3a

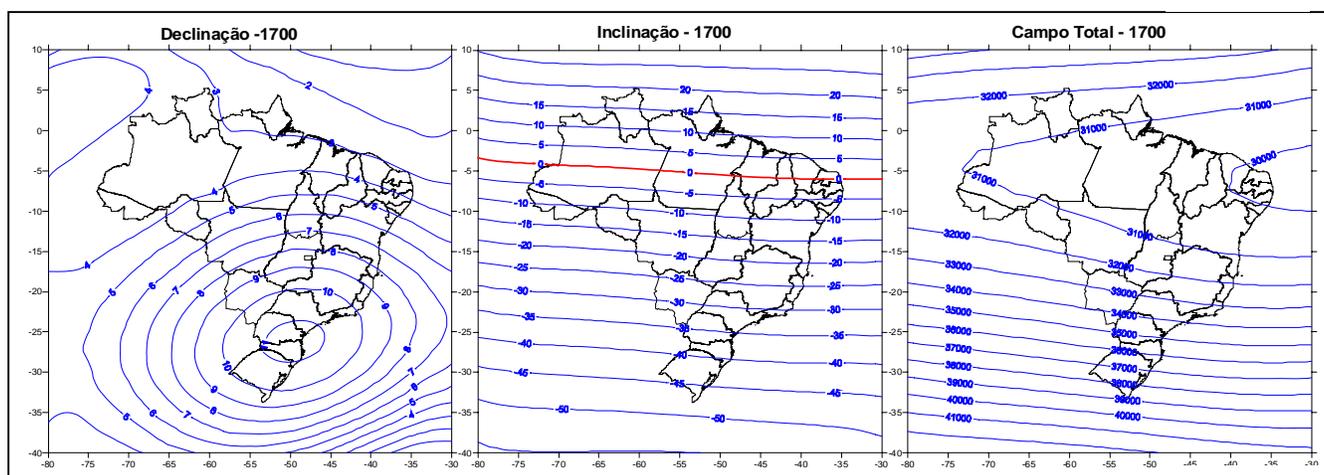


Figura 3b

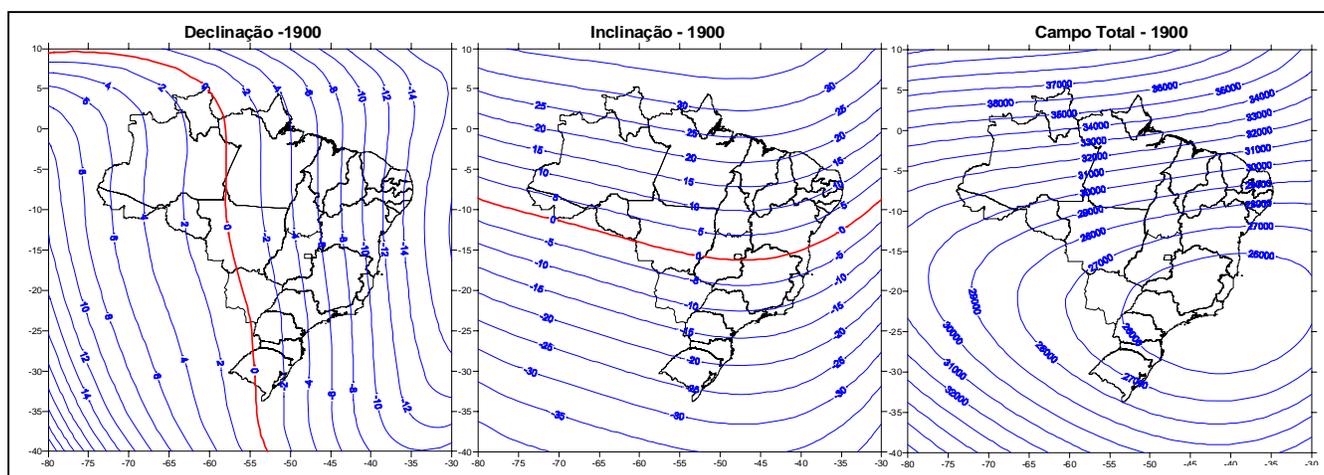


Figura 3c

Figura 3. Mapas de isovalores dos elementos do campo geomagnético. Os valores da Declinação e da Inclinação estão em graus, os valores de Campo Total estão em nanoTesla (nT). Nos mapas de Declinação, as curvas agônicas estão em vermelho. Nos mapas de Inclinação, o equador magnético está em vermelho. Datas: (a)-1500; (b)-1700 e(c)-1900. As Declinações para Oeste são negativas.