



O limite de resolução na inversão de SEV: uma análise qualitativa

Michael Heimer, Milton José Porsani e Wilson Mouzer Figueiró

Copyright 2006, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no II Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, Natal, 21-23 de setembro de 2006. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Técnico-científica do II SR-SBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

O presente trabalho faz uma análise qualitativa do limite de resolução da inversão de SEV na presença de ruído. Para tal, implementamos um método de inversão híbrido, combinando o método global VFSA com o método local clássico de Gauss-Newton. Analisamos dois modelos sintéticos clássicos da literatura: o modelo simples e de baixa resolução de Inman, de apenas três camadas, e o modelo de Gai-Shan, de cinco camadas, com variações sensíveis da espessura e da resistividade. Os resultados mostraram que, para o modelo simples de Inman, a estabilidade da inversão é mantida mesmo na presença de ruído de 20%. Já o modelo de Gai-Shan só foi recuperado para os ensaios sem ruído. Na presença de ruído foi verificada uma forte instabilidade na inversão. Esta instabilidade indica claramente que existe um limite de resolução na inversão de SEV.

1. Introdução

O objetivo do presente trabalho é fazer uma análise qualitativa do limite de resolução da inversão de SEV (sondagens elétricas verticais) na presença de ruído. A SEV é o método geofísico mais utilizado na prospecção geohidrológica e é muito popular nas investigações de engenharia civil. Foi aplicado pela primeira vez em 1912 por Conrad Schlumberger e, desde então, vem se aprimorando em termos teóricos e práticos, tendo se tornado um método clássico. A inversão dos dados de sondagens é o processo através do qual se recuperam os parâmetros do modelo geoeletrico admitido para a sub-superfície. Devido à ambigüidade do problema inverso, o processo de inversão pode gerar modelos consideravelmente diferentes para o mesmo conjunto de dados, dependendo do tipo de ruído introduzido. Os resultados do nosso trabalho mostram que, no caso de SEV, esta instabilidade na inversão depende diretamente do nível de ruído, mas também da resolução do modelo que pretende ser recuperado. O conhecimento deste limite de resolução para uma recuperação estável dos parâmetros do modelo é muito

importante para se aferir a confiabilidade das inversões de dados reais.

O problema direto

Considerando um substrato não homogêneo, definimos a resistividade aparente como

$$\rho_a = k \frac{\Delta V}{I} \quad (1)$$

que é a equação fundamental do método de sondagem elétrica. Aqui, ΔV é a diferença de potencial, I é a corrente e k é o fator geométrico.

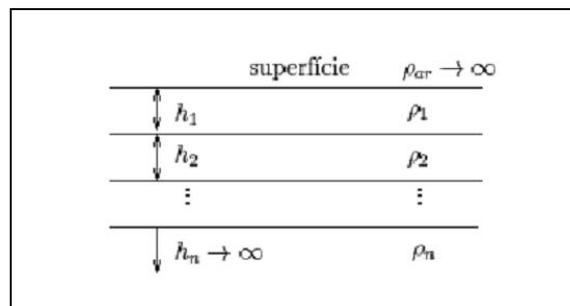


Figura 1.1: Modelo estratificado da Terra com n camadas planas paralelas e horizontais. A resistividade, ρ_i , de cada camada é constante com espessura h_i (de Ferreira [1]).

Consideramos um modelo geoeletrico da Terra com n camadas paralelas e horizontais, exibido na Figura 1.1. Para executar uma sondagem elétrica vertical (SEV), deve se escolher um arranjo de eletrodos. Alguns arranjos são exemplificados na Figura 1.2. No presente trabalho utilizamos as expressões para o arranjo de eletrodos Schlumberger. Para uma Terra composta de camadas homogêneas, isotrópicas, planas e horizontais, a resistividade pode ser calculada através da seguinte expressão (Koefoed, 1979) [2]:

$$\rho_{a, sch}(s, P) = \rho_1 + s^2 \int_0^{\infty} [T(\lambda, P) - \rho_1] J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (2)$$

onde $s = L$, $J_1(\lambda r)$ é a função de Bessel de primeira espécie e ordem um e $T(\lambda, P)$ é denominada transformada da resistividade aparente, tendo

dimensão da resistividade aparente. Para um modelo de N camadas a função $T(\lambda, P)$ pode ser obtida pela recorrência (Koefoed, 1979) [2]:

$$T_n = \rho_N$$

$$T_i = \rho_i \frac{T_{i+1} + \rho_i \tanh(\lambda h_i)}{\rho_i + T_{i+1} \tanh(\lambda h_i)}, \quad i = N-1, N-2, \dots, 1,$$

$$T(\lambda, P) = T_1$$

Computamos, a partir desta expressão, a resistividade aparente em duas etapas: Primeiro determinamos por recorrência o valor de $T(\lambda, P)$. Segundo obtemos o valor da integral, transformada em integral de convolução, através de um filtro.

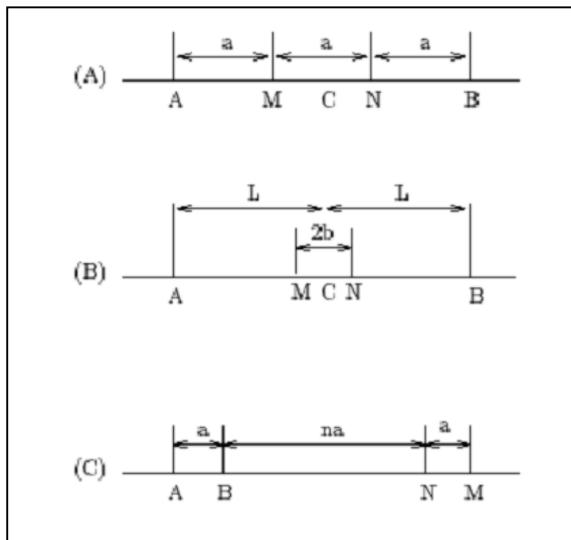


Figura 1.2: Arranjos típicos de eletrodos: (A) Wenner, (B) Schlumberger, (C) Dipolo-Dipolo

O problema inverso

Seja $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_M]^T$ o vetor de dados

$\mathbf{m} = [m_1, m_2, \dots, m_N]^T$ o vetor de parâmetros do modelo

$\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_M]^T$ o vetor com ruído
então a equação

$$\mathbf{g}(\mathbf{m}) + \mathbf{r} = \mathbf{d}$$

onde \mathbf{g} é uma função vetorial definida pela modelagem direta, é um problema inverso quando conhecemos \mathbf{g} e \mathbf{d} e queremos obter \mathbf{m} .

No problema da sondagem elétrica vertical, o nosso vetor de dados (\mathbf{d}) é composto pelas resistividades aparentes, calculadas através da fórmula (1) a partir da corrente I injetada na Terra, de ΔV medido em campo e do fator geométrico. Os parâmetros do modelo (\mathbf{m}) são as resistividades (r_j) e espessuras (h_j) das camadas, reunidos no vetor de parâmetros do modelo P . A

função (2) é a nossa função vetorial \mathbf{g} . Como vemos, trata-se de um problema não-linear.

Em geral, o problema geofísico inverso é um problema mal posto. Um problema é bem posto quando:

- 1 – Existe uma solução
- 2 – Sua solução é única
- 3 – Sua solução é estável

Langer(1933) [3] mostrou que, teoricamente, se a resistividade do meio é uma função contínua da profundidade e se a distribuição do potencial na superfície correspondente a um eletrodo de corrente é completamente conhecida, então o problema inverso da SEV tem solução única. Na prática, onde temos a presença de ruído, causado principalmente por erros de medidas e pela inadequação do modelo, o problema da unicidade e da estabilidade da solução é bastante sério.

O método de inversão

Para efetuar a inversão das SEV utilizamos um método de inversão híbrido, que utiliza inicialmente um método de inversão global (VFSA) que, em seguida, é refinado utilizando um método local (MMQ). Os métodos de inversão globais buscam em todo espaço de parâmetros e não dependem do modelo inicial, mas usam como vínculos absolutos os limites do espaço de parâmetros. O método do Simulated Annealing (SA) baseia-se nos métodos de pesquisa randômica do tipo Monte Carlo. Acrescenta à idéia dos algoritmos Monte Carlo a noção de temperatura e o critério de Metrópole para a decisão se um modelo é aceito ou não. O Very Fast Simulated Annealing (VFSA) acrescenta ao SA a definição de como perturbar os parâmetros, fazendo esta perturbação segundo uma distribuição de probabilidade do tipo Cauchy [6]. Os métodos de inversão fazem uma busca local e dependem do modelo inicial. O método de Gauss-Newton é um método clássico de inversão largamente utilizado. Neste, o nosso problema não-linear é linearizado localmente expandindo-se a função objetivo

$$Q(\mathbf{m}, s) = \sum_{i=1}^M (\mathbf{d}_{obs}(s_i) - \mathbf{g}(\mathbf{m}, s_i))^2$$

em série de Taylor e truncando esta, retendo apenas o primeiro termo e a solução é obtida iterativamente através de várias inversões lineares utilizando o método dos mínimos quadrados (MMQ) [8]. Na implementação de um método híbrido procuramos utilizar as características benéficas de cada um dos tipos. A vantagem dos métodos globais é que varrem todo espaço de parâmetros, enquanto a vantagem dos métodos locais é sua precisão. Assim, usamos um método local (Gauss-Newton) para refinar o modelo fornecido pelo método global (VFSA).

2. Ensaios

Fizemos a análise de dois modelos sintéticos clássicos da literatura: o modelo simples e de baixa resolução de Inman [7], de apenas três camadas, mostrado na figura 2.1, e o modelo de Gai-Shan [10], de cinco camadas, com variações sensíveis da espessura e da resistividade, mostrado na figura 2.2. As parâmetros de espessura e resistividade referentes a estes modelos podem ser vistos na Tabela 1. Para limitar o espaço de parâmetros varrido pelo VFSA aplicamos os limites da Tabela 2 (modelo de Inman) e da Tabela 3 (modelo de Gai-Shan). Nossos ensaios foram executados para os dois modelos citados contaminando os dados observados sintéticos com 0%, 1%, 5% e 20% de ruído aleatório. Cada ensaio foi repetido cem vezes para diferentes sementes de geração de ruído, a fim de se analisar a estabilidade da recuperação dos parâmetros (espessura e resistividade) buscados na inversão.

Modelo de Inman (3 camadas)			Modelo de Gai-Shan (5 camadas)		
Camada	h (m)	Rho (ohm.m)	Camada	h (m)	Rho (ohm.m)
1	10	10	1	20.00	10.00
2	250	390	2	20.00	2.00
3		10	3	50.00	5.00
			4	20.00	2.00
			5		100

Tabela 1: Modelos de Inman[7] e Gai-Shan [10]

Camada	rhomin	rhomax	hmin	hmax
1	5	15	1	20
2	15	500	100	500
3	1	20		

Tabela 2: Limites para o VFSA utilizados (Sen[9]) para o modelo de Inman[7] (3 camadas)

Camada	hmin	hmax	Rhomin	Rhomax
1	10	30	5	20
2	10	30	1	5.00
3	40	60	1	10
4	10	30	1	5
5			50	500

Tabela 3: Limites para o VFSA utilizados para o modelo de Gai-Shan[10] (5 camadas)

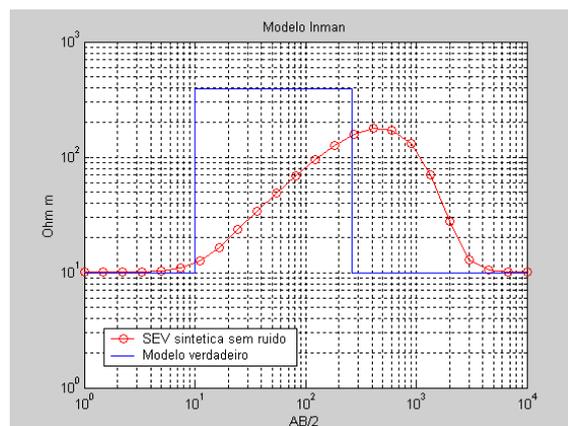


Figura 2.1: Modelo verdadeiro e SEV sintética sem ruído do modelo de Inman

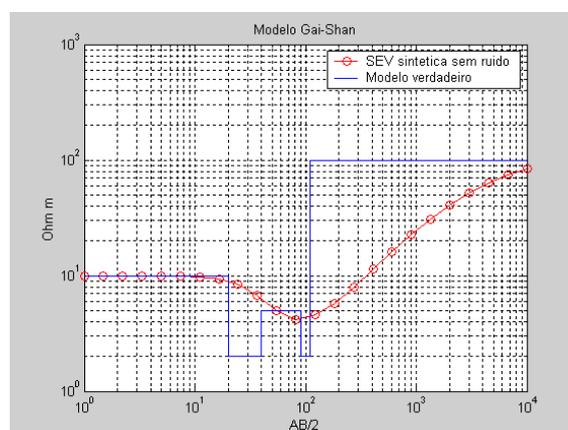


Figura 2.2: Modelo verdadeiro e SEV sintética sem ruído do modelo de Gai-Shan

3. Resultados

Os resultados mostram que, no caso de SEV, esta instabilidade na inversão depende diretamente do nível de ruído, mas também da resolução do modelo que pretende ser recuperado. Para o modelo simples de três camadas e de baixa resolução de Inman, boas aproximações do modelo verdadeiro são obtidas com ruído de até 5%, que é a faixa de ruído assumida para o ruído instrumental em campo nos levantamentos de eletrorresistividade. Apesar de não fornecer resultados tão satisfatórios, a estabilidade na inversão do modelo de Inman é mantida mesmo na presença de ruído de 20%. Já o modelo de Gai-Shan, de cinco camadas, com alta resolução e variações sensíveis da espessura e da resistividade, somente pode ser recuperado teoricamente dentro de uma precisão gráfica. Mesmo nossos ensaios sem ruído aleatório forneceram pequenas variações entre os modelos recuperados, atribuídos à sensibilidade do modelo ao ruído numérico, indicando uma forte instabilidade na inversão parece ser intrínseca ao problema de inversão de SEV de modelos de alta resolução. A presença de ruído aleatório, mesmo em pequenas porcentagens, causou uma forte instabilidade na inversão do modelo de Gai-Shan.

Modelo de Inman

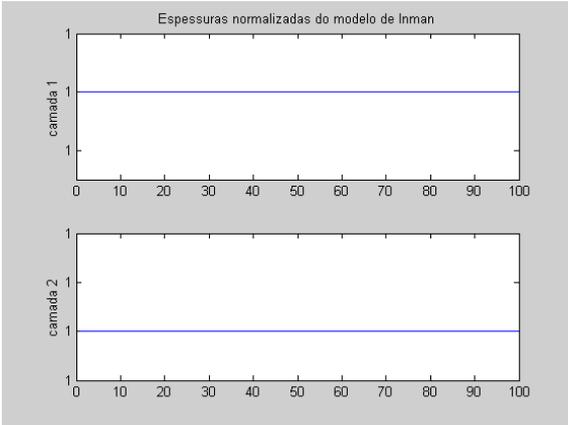


Figura 3.1: Espessuras normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 0% de ruído

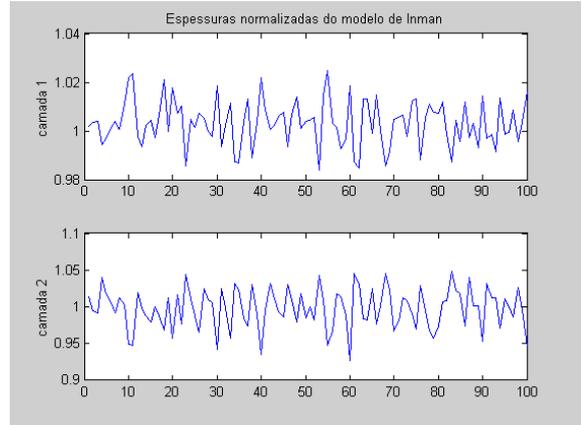


Figura 3.2: Espessuras normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 1% de ruído

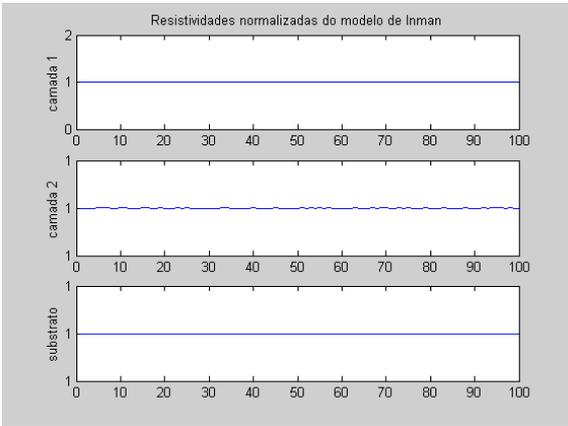


Figura 3.5: Resistividades normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 0% de ruído

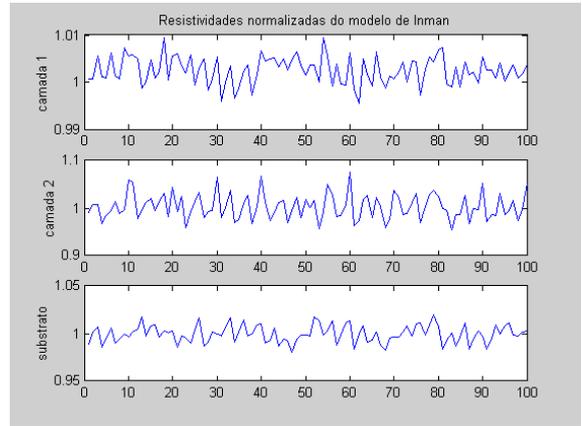


Figura 3.6: Resistividades normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 1% de ruído

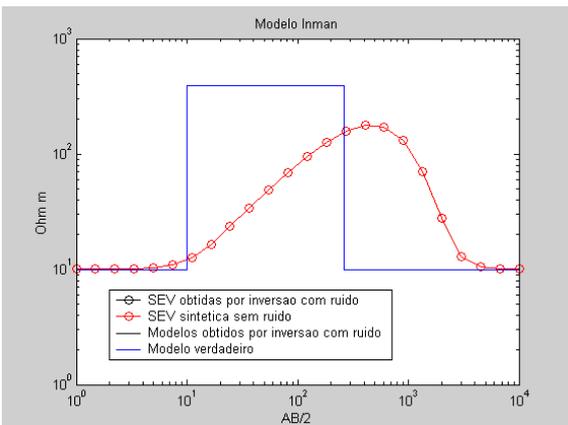


Figura 3.9: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 0% de ruído do modelo de Inman

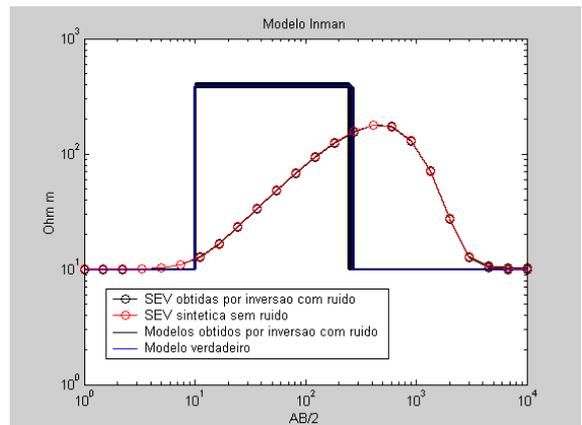


Figura 3.10: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 1% de ruído do modelo de Inman

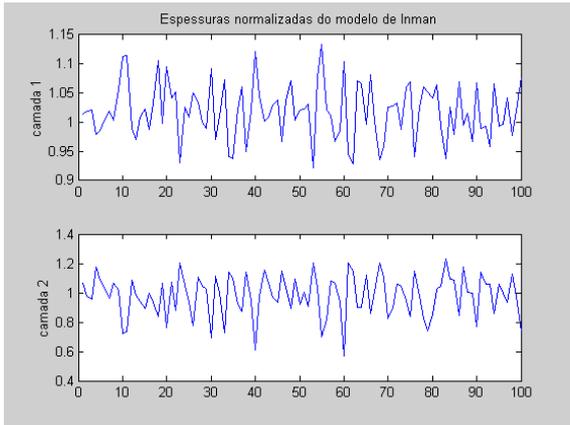


Figura 3.3: Espessuras normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 5% de ruído

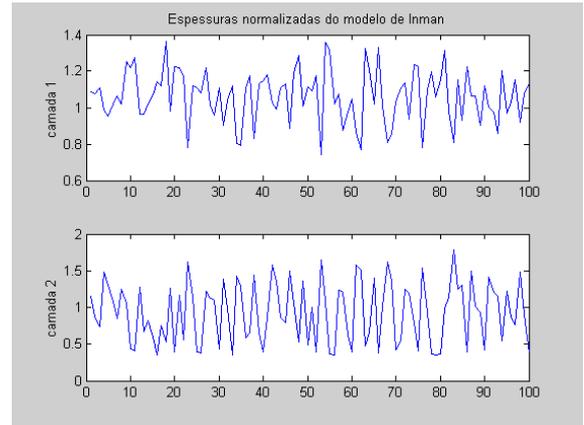


Figura 3.4: Espessuras normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 20% de ruído

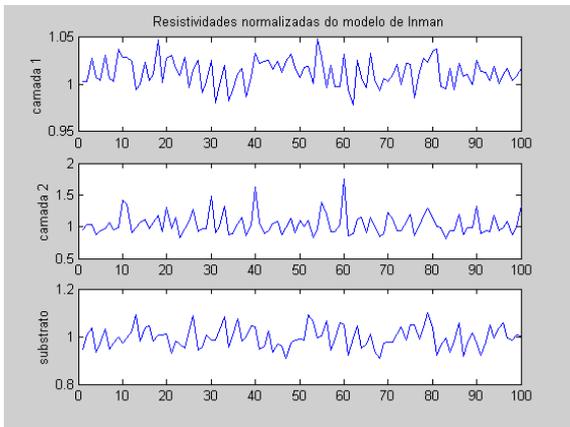


Figura 3.7: Resistividades normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 5% de ruído

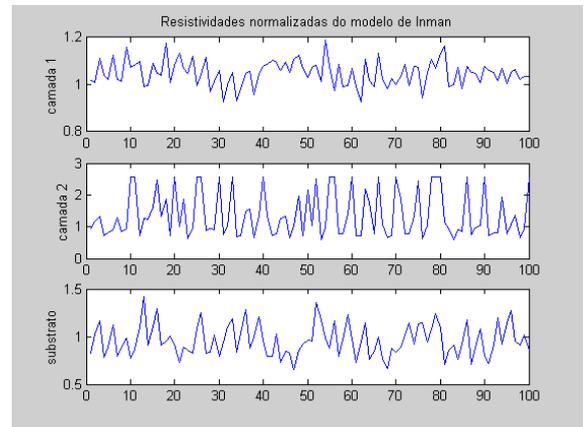


Figura 3.8: Resistividades normalizadas do modelo de Inman obtidas por inversão com 20% de ruído

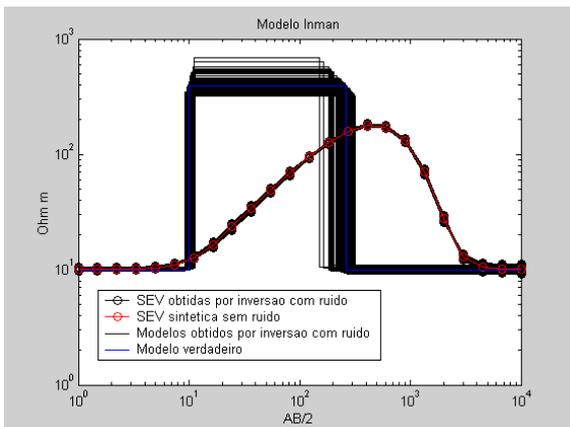


Figura 3.11: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 5% de ruído do modelo de Inman

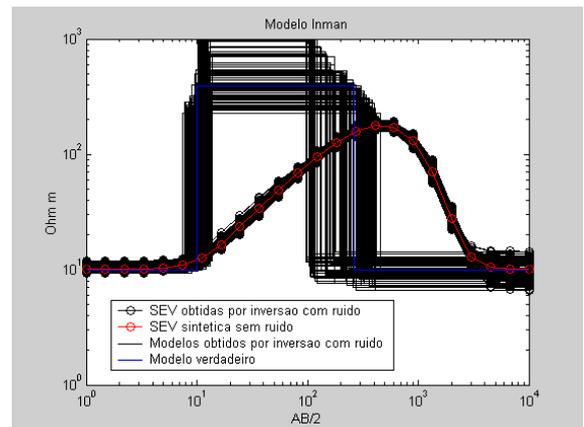


Figura 3.12: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 20% de ruído do modelo de Inman

Modelo de Gai-Shan

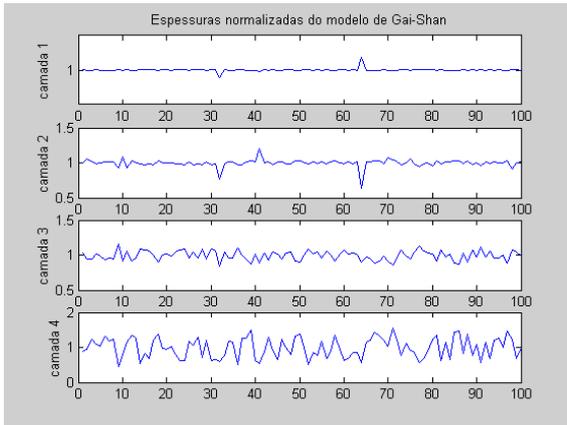


Figura 3.13: Espessuras normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 0% de ruído

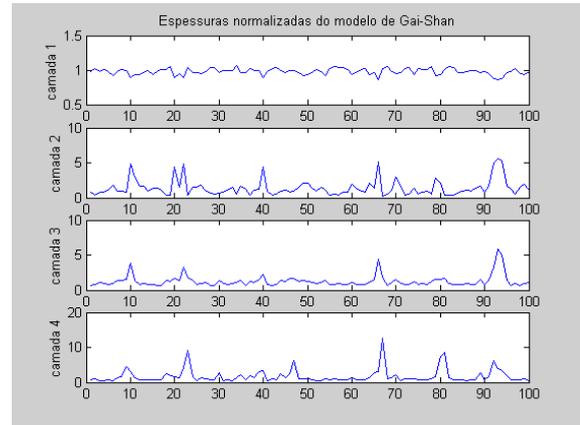


Figura 3.14: Espessuras normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 1% de ruído

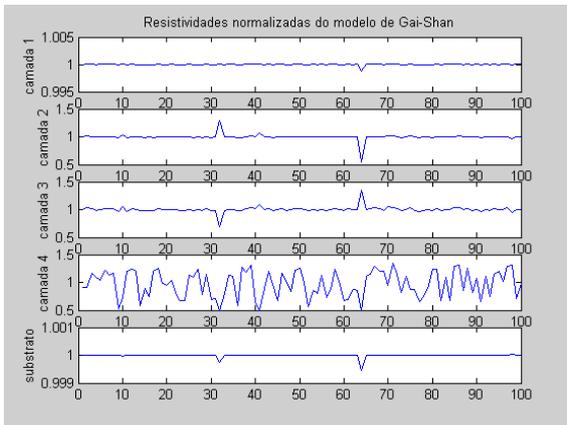


Figura 3.17: Resistividades normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 0% de ruído

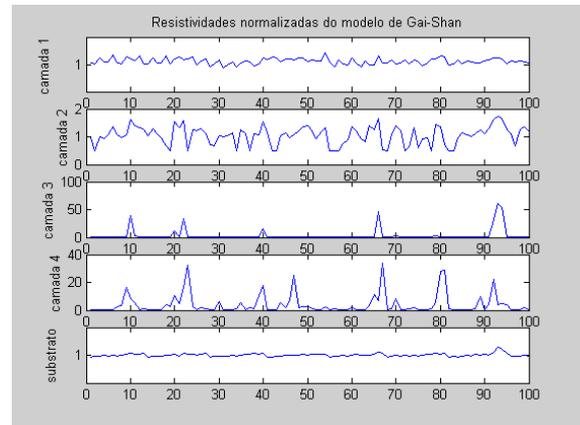


Figura 3.18: Resistividades normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 1% de ruído

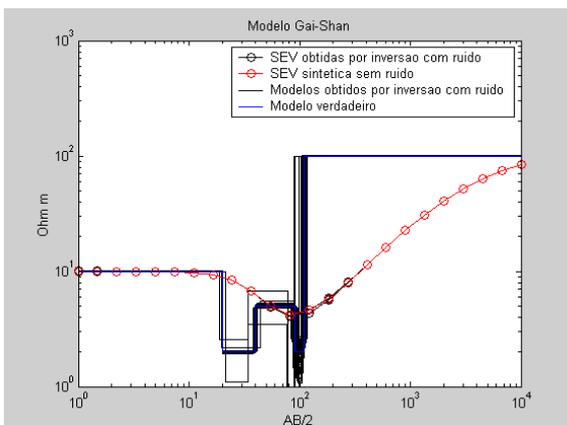


Figura 3.21: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 0% de ruído do modelo de Gai-Shan

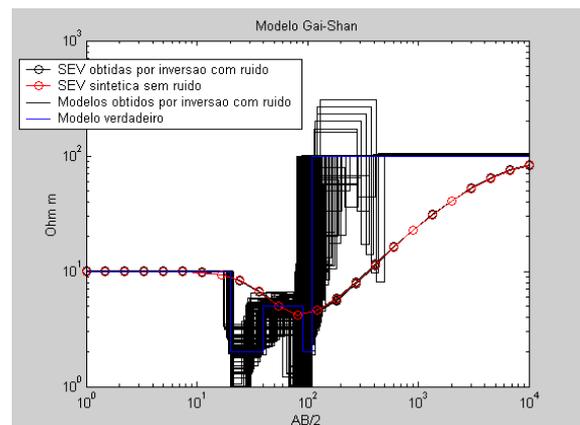


Figura 3.22: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 1% de ruído do modelo de Gai-Shan

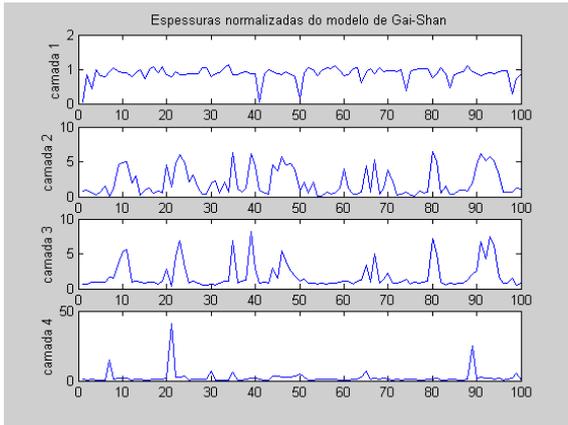


Figura 3.15: Espessuras normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 5% de ruído

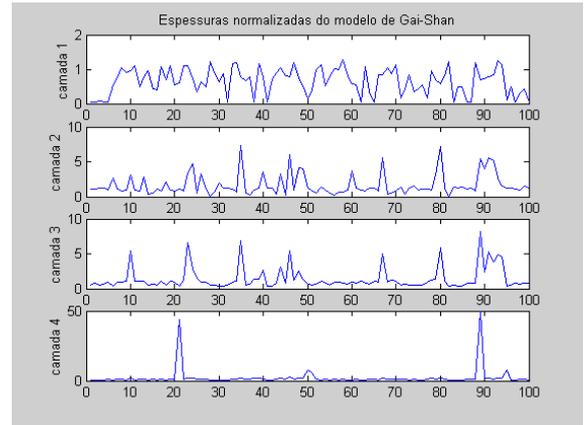


Figura 3.16: Espessuras normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 20% de ruído

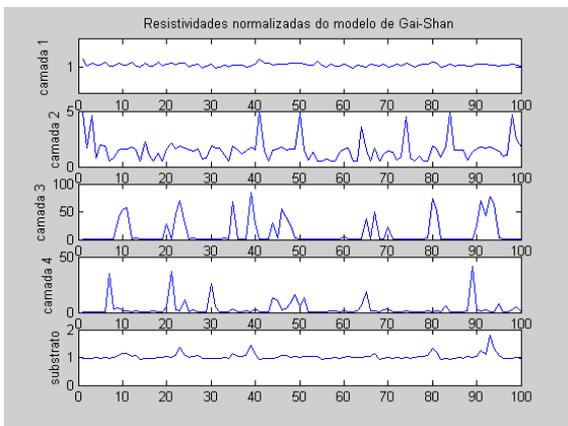


Figura 3.19: Resistividades normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 5% de ruído

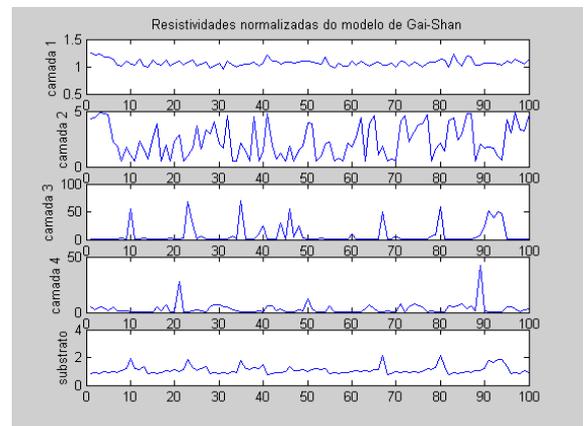


Figura 3.20: Resistividades normalizadas do modelo de Gai-Shan obtidas por inversão com 20% de ruído

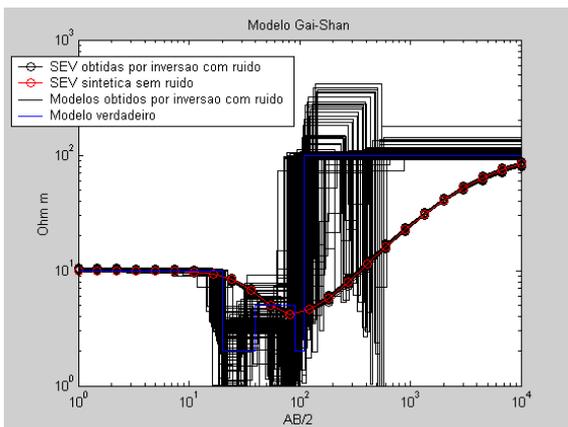


Figura 3.23: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 5% de ruído do modelo de Gai-Shan

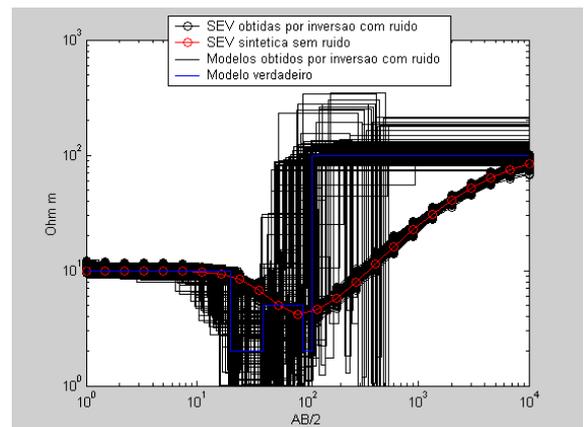


Figura 3.24: SEV sintéticas e modelos obtidos por inversão com 20% de ruído do modelo de Gai-Shan

4. Conclusões

A partir da análise da inversão de SEV dois modelos geoeletricos clássicos encontrados na literatura evidenciamos uma instabilidade dependendo da resolução do modelo e do nível de ruído. Esta instabilidade parece ser intrínseca ao problema de inversão de SEV e indica claramente que existe um limite de resolução na inversão de SEV. Isto significa que, na prática, onde trabalhamos com um nível de ruído de aproximadamente 5%, modelos com resolução muito alta não podem ser recuperados de forma confiável. O conhecimento deste limite de resolução para uma recuperação estável dos parâmetros do modelo é muito importante para se aferir a confiabilidade das inversões de dados reais. Assim, a presente metodologia de teste e análise de convergência de parâmetros de um modelo geoeletrico sintético para diferentes sementes de geração de ruído aleatório pode ser aplicada caso a caso para verificar se a inversão de um modelo interpretado a partir de um conjunto de dados reais é confiável ou não. A continuação do presente trabalho será a análise quantitativa do limite de resolução na inversão de SEV.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq, à CAPES e à ANP pelo apoio financeiro dado ao CPGG-UFBA.

Referências

- [1] Ferreira, Niraldo Roberto, 1999: *Inversão de dados de eletrorresistividade em meios bidimensionais*. Tese de Doutorado. UFBA.
- [2] Koefoed, O. 1979: *Geosounding Principles, I: Resistivity Sounding Measurements*. Elsevier Scientific Publishing Co.
- [3] Langer, R. E. 1933: An inverse problem in differential equations. *American Mathematical Society Bulletin* 39, 814-820
- [4] Menke, William. 1984: *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, Inc.
- [5] Porsani, Milton J., Niwas, Sri, Ferreira, Niraldo R. 2001: Robust inversion of vertical electrical sounding data using a multiple reweighted least squares method. *Geophysical Prospecting*, 2001, 49, 255-264.
- [6] Sen, M. and Stoffa, P. L. 1995: *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Elsevier Science Publishing Co.
- [7] Inman, J. R.: Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics* 38, 1088-1108.
- [8] Hoversten, G. M., Dey, A. and Morrison, H. F. 1982: Comparison of five least squares inversion techniques in resistivity sounding. *Geophysical Prospecting* 30, 688-715.
- [9] Sen, M. K., Bhattacharya, B. B. and Stoffa, P. L. 1993: Non-linear inversion of resistivity sounding data. *Geophysics* 58, 496-507.
- [10] Gai-Shan, Z. 1985: Asymptotic formula of the transform function for layered earth potential and its applications to interpretation of resistivity sounding data. *Geophysics* 50, 1513-1514.